

расчетов по модели (1) — (15) с аналогичными результатами, полученными из вычислительного эксперимента, проведенного по модели «термализованного» потенциала. Сравнение показывает хорошее качественное соответствие. На рис. 3 представлены линии уровня ионного тока $I = \iint v dv$, вычисленного на выходе ускорителя $z = L$. По оси ординат отложены значения параметра ξ , а по оси абсцисс — значения параметра «затравочной» ионизации θ . На этом рисунке можно выделить две области, которые обозначены буквами *A* и *B*. Область *A* соответствует тем значениям параметров ξ , θ , при которых реализуется режим без ионизации. Область *B* соответствует рабочему режиму. Переход от одной области к другой, т. е. от одного режима к другому, имеет ярко выраженный пороговый характер. Выявить этот пороговый эффект, в первую очередь по величине «затравочной» ионизации, на других математических моделях ранее не удавалось. Вопрос же о конкретном значении параметра ξ , т. е. по существу о виде ФРЭЭ, требует рассмотрения двумерной модели с учетом реального магнитного поля и взаимодействия потоков ионов и нейтральных атомов со стенками канала ускорителя.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Плазменные ускорители/Под ред. Л. А. Арцимовича. М., 1973. [2] Вопросы теории плазмы/Под ред. М. А. Леонтовича. М., 1974. [3] Морозов А. И. Физические основы космических электро-реактивных двигателей. М., 1978. [4] Плазменные ускорители и ионные инжекторы/Под ред. А. И. Морозова. М., 1984. [5] Меликов И. В.//ЖТФ. 1973. 44, № 3. С. 549. [6] Волков Б. И., Свешников А. Г., Якунин С. А.//ДАН СССР. 1978. 128, № 2. С. 256. [7] Волков Б. И., Морозов А. И., Свешников А. Г., Якунин С. А.//Физика плазмы. 1981. 7, № 2. С. 245. [8] Свешников А. Г., Федотов А. П., Якунин С. А.//Препринт физ. ф-та МГУ № 21/1981. М., 1981. [9] Свешников А. Г., Якунин С. А.//ЖВМ и МФ. 1983. 23, № 5. С. 1141. [10] Маслов А. К., Якунин С. А.//Вестн. Моск. ун-та. Вычисл. матем. и киберн. 1990. № 1. С. 42. [11] Свешников А. Г., Якунин С. А.//Матем. моделирование. 1989. 1, № 4. С. 1. [12] Бугрова А. И.//ЖТФ. 1987. 57, № 9. С. 1852. [13] Бугрова А. И., Морозов А. И.//ЖТФ. 1987. 57, № 10. С. 1995.

Поступила в редакцию
29.03.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 1

УДК 530.12:531.51

ФИНСЛЕРОВО РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОБОБЩЕНИЕ, СОВМЕСТИМОЕ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИЗОТРОПНОСТЬЮ

Г. С. Асанов

(кафедра теоретической физики)

Финслеровы обобщения фундаментальных соотношений теории относительности могут последовательно выводиться на основе конкретной финслеровой метрической функции, совместимой с принципом пространственной однородности и включающей один характерный параметр. В работе выводятся соответствующие активные версии закона сложения собственно релятивистских скоростей и принципа взаимности.

Введение

После публикации работ [1, 2] появились многочисленные исследования теоретических оснований или возможных эмпирических следствий теории относительности. Было показано, что специальная тео-

рия относительности может выводиться на основе различных систем аксиом. Некоторые из них включают принцип постоянства скорости света как традиционную аксиому, тогда как альтернативные подходы выводят такой принцип как следствие других аксиом (см. [3—7] и ссылки в них).

Качественно новые аспекты обобщения теории относительности открываются после проведения последовательного различия между активными и пассивными кинематическими преобразованиями, что неизбежно вынуждает выйти за привычные рамки римановой геометрии, чтобы принять новые реальности, предлагаемые финслеровой геометрией [8, 9]. Несколько начальных шагов в этом направлении было сделано в [9, 10]. В частности, было указано, что финслеров подход неизбежно ведет к обобщению закона сложения собственно релятивистских скоростей. Однако пример финслеровой метрической функции (ФМФ), рассмотренный в [9], не удовлетворял принципу пространственной изотропности.

Формулировка результатов

Пространственно-изотропное обобщение теории относительности может последовательно строиться на основе следующей ФМФ:

$$F = g^0 V, \quad (1a)$$

$$V^2 = C_2 C (1 - k_+^{-1} u^{1/2})^{2k_+/(k_+ - k_-)} (1 - k_-^{-1} u^{1/2})^{2k_-/(k_- - k_+)} \quad (1b)$$

(которая принадлежит классу ФМФ, введенных в [11]). Рассмотрения относятся к локальной координатной системе $x^i = (x^0, x^a)$; пространственные индексы $a, b, \dots$ пробегает значения от 1 до 3; $y^i = (y^0, y^a)$ обозначает четырехмерный вектор скорости и $v^a = y^a/y^0$ — компоненты трехмерной скорости; $C_1 \neq 0$, $C > 0$ и $C_2 > 0$ могут зависеть только от радиуса $r = (\delta_{ab} x^a x^b)^{1/2}$. Используются обозначения

$$u = \delta_{ab} v^a v^b, \quad D_1 = (C_1)^2 + 4C, \quad k_{\pm} = \frac{1}{2} (-C_1 \pm D_1^{1/2}). \quad (2)$$

Терминология всюду согласована с [9—11].

Компоненты ассоциируемого финслерова метрического тензора $a_{ij} = (1/2) \partial^2 F^2 / \partial y^i \partial y^j$ находятся в виде

$$a_{00} = B_1, \quad a_{ab} = B_2 \delta_{ab} + B_3 v^a v^b, \quad a_{0a} = B_4 v^a, \quad (3)$$

где коэффициенты B_A , $A=1, 2, 3, 4$, являются функциями от r и u и имеют вид

$$B_1 = V^2 Q^{-2} [-Cu + (-C + C_1 u^{1/2})^2], \quad B_2 = V^2 Q^{-1},$$

$$B_3 = -V^2 Q^{-2} C_1 u^{-1/2}, \quad B_4 = V^2 Q^{-2} C_1 u^{1/2}$$

с

$$Q = -C + C_1 u^{1/2} + u, \quad D = -CV^4 Q^{-2}$$

(см. [11]). Можно проверить непосредственно, что тензор (3) имеет пространственно-временную сигнатуру $(+---)$. Он статический в смысле $\partial a_{ij} / \partial x^0 = 0$ и обладает свойством пространственной изотропности, т. е. он имеет инвариантный вид относительно любого трехмерного евклидова вращения $\bar{x}^a = R_b^a x^b$, $\bar{v}^a = R_b^a v^b$ (подчиненного условию $R_c^a R_d^b \delta_{ab} = \delta_{cd}$).

Обозначая $r_{ij}(r) = a_{ij}(r, v^a = 0)$, мы можем следовать [10] и выдвигать принцип соответствия: r_{ij} является в точности шварцшильдовским метрическим тензором (обычной общей теории относительности [12, 13]).

Полагая $r_1 = B_1(r, 0)$ и $r_2 = -B_2(r, 0)$, мы имеем $r_{00} = r_1$, $r_{0b} = -r_2 \delta_{0b}$ и $r_{0a} = 0$. Если мы возьмем тетраду $\{K_i^0 = r_1^{1/2} \delta_i^0, K_i^a = r_2^{1/2} \delta_i^a\}$ тензора r_{ij} , мы можем использовать определение $\omega^a \stackrel{\text{def}}{=} K_i^a y^i / K^0 y^0 = (r_2/r_1)^{1/2} v^a$ для представления трехмерной скорости (нормированной на универсальную константу c_0 скорости света). Мы имеем

$$h \stackrel{\text{def}}{=} \delta_{ab} \omega^a \omega^b = r_1^{-1} r_2 u.$$

Пусть теперь L обозначает систему отсчета (лабораторию), инерциально движущуюся в окрестности некоторой точки x^i с четырехмерной скоростью y^i . Геометрически собственная система координат, ассоциируемая с L , задается тетрадой $H_i^{(P)}(x, y)$ основного тензора (3). Предполагается обычное условие, что времениподобный вектор $H_{(0)}^i(x, y)$ контравариантной тетрады $H_{(P)}^i$, взаимной к $H_i^{(P)}$, параллелен y^i (см. подробнее [9, гл. 7]). Для упрощения представлений мы будем ограничиваться специально-релятивистским случаем, т. е. мы будем предполагать, что $\omega^a = \omega \delta_1^a$ с $\omega > 0$. При этих условиях из (3) следует однозначно, что компоненты искомой тетрады имеют вид

$$H_0^{(0)} = K, H_1^{(0)} = -kp, H_2^{(0)} = H_3^{(0)} = 0, \quad (4a)$$

$$H_0^{(1)} = -H_1^{(1)}\omega, H_1^{(1)} = (-\tilde{D})^{1/2} k, H_2^{(1)} = H_3^{(1)} = 0, \quad (4b)$$

$$H_i^{(2)} = \delta_i^2 (-b_2)^{1/2}, H_i^{(3)} = \delta_i^3 (-b_2)^{1/2}, \quad (4b)$$

где $b_1 = B_1/r_1$, $b_2 = B_2/r_2$, $b_3 = B_3 r_1 r_2^{-2}$, $b_4 = B_4/r_2$, $\tilde{D} = (r_1 r_2)^{-1} D$, $k = V^{-1} r_1^{1/2}$, $K = (b_1 + b_4 h) k$ и $p = -Ph^{1/2}$ с $P = (b_2 + b_4 + b_3 h)/(b_1 + b_4 h)$. Коль скоро тетрады выведены, можно непосредственным способом выписать явно коэффициенты активных кинематических преобразований (которые определяются формулой (7.7.14) из [9]), а также соответствующее финслерово обобщение каждого активного кинематического соотношения.

ФМФ (1) также замечательна тем, что индикатриса, ассоциируемая с (1), является пространством постоянной отрицательной кривизны. Доказательство этого утверждения (см. [11]) показывает, в частности, что кривизна равна $R = -1 - (1/4)g^2 c$

$$g = C_1 C^{-1/2}. \quad (5)$$

Величина (5) может легко рассматриваться как параметр отклонения ФМФ от ее обычного риманова прототипа (последний является в точности случаем $C_1 = 0$ в (1)). Такая индикатриса допускает шестипараметрическую группу движений, которая, следовательно, играет роль группы инвариантности для ФМФ (1) (см. аргументы в [9]). Вследствие последнего (довольно уникального) свойства ФМФ (1) мы вправе утверждать, что финслерово обобщение специальной теории относительности, вытекающее из (1), удовлетворяет общему требованию, что кинематические преобразования, связывающие пары наблюдателей, должны образовывать группу.

Таким образом, финслеровы релятивистские активно-кинематические соотношения, вытекающие из (1), будут обобщать свои лоренцевы прототипы через присутствие в них параметра (5). В частности, (1) приводит к закону сложения собственно релятивистских скоростей в виде

$$\omega_1 \oplus \omega_2 = \frac{\omega_1 + \omega_2 - g\omega_1\omega_2}{1 + \omega_1\omega_2}, \quad (6)$$

который обобщает обычный лоренцев закон третьим членом в числителе. Закон (6) удовлетворяет групповому свойству

$$(\omega_1 \oplus \omega_2) \oplus \omega_3 = \omega_1 \oplus (\omega_2 \oplus \omega_3), \quad (7)$$

как нетрудно проверить непосредственно. Закон (6) получается, когда на индикатрисе рассматривается однопараметрическая группа (бусто-подобных) преобразований и затем их действие переводится на язык переменной ω . Альтернативный метод вывода (6) состоит в использовании тетрады (4) в общем определении $(\omega_1 \oplus \omega_2)^a = U_{21}^a(-\omega_2, \omega_1)$, где

$$U_{21}^a(\omega_2, \omega_1) = [H_0^{(a)}(\omega_1) + H_b^{(a)}(\omega_1)\omega_2^b] / [H_0^{(0)}(\omega_1) + H_b^{(0)}(\omega_1)\omega_2^b]$$

(ср. [9, с. 293]).

Кроме того, собственно взаимная скорость

$$\ominus \omega^a \stackrel{\text{def}}{=} U_{21}^a(\omega_1=0, \omega) = H_0^{(a)}(\omega) / H_0^{(0)}(\omega)$$

находится в виде

$$\ominus \omega^a = -\frac{\omega}{1 - g\omega} \delta_1^a \quad (8)$$

(используя (4)). Следовательно, рассматриваемое финслерово обобщение нарушает принцип взаимности (ПВ) (который гласит, что скорость инерциальной системы отсчета L' , измеряемая из другой инерциальной системы отсчета L'' , обратна скорости системы отсчета L'' , измеряемой из L'). Согласно (8) направления собственно относительных скоростей строго удовлетворяют такому принципу, тогда как их модули отличаются во всех случаях, кроме $g=0$. Следует отметить, что ПВ был подвергнут серьезному критическому исследованию в работе [5], в которой предполагалась риманова геометрическая основа. В [5] (см. также [2]) аргументировалось, что ПВ строго выполняется всегда, когда постулируются принцип относительности, однородность пространства-времени и изотропность пространства. Все эти три постулата выполняются в нашем настоящем финслеровом подходе. Тем не менее финслеров подход (подобно (7.7.56) в [9]) исключает любую активную трактовку ПВ. В то же время традиционная формулировка ПВ остается применимой строго в пассивном смысле (в согласии с (7.7.55) в [9]).

Обсуждение

Финслеровы методы предлагают новые пути развития теории относительности. В частности, обобщения (6) и (8) (как и другие активные кинематические соотношения, которые мы выведем систематическим образом в другой работе) не могут даже мыслиться в терминах римановых представлений. ФМФ (1) дает конкретную основу для обобщений с параметром (5), играющим роль характерного финслерова параметра.

Будучи основываемой геометрически на ФМФ (1), теория относительности включает многочисленные новые активные кинематические соотношения по сравнению с обычным лоренцевым подходом. Прежде всего закон сложения собственно относительных скоростей изменяется и ПВ теряет свое содержание в активном смысле, коль скоро g отлич-

но от нуля. В то же время закон сложения (6), хотя и обобщенный присутствием параметра g , сохраняет групповой характер (как показывает (7)). Разумеется, последнее свойство существенно выделяет случай (1) среди других возможных пространственно-изотропных ФМФ.

Возможно, точный порядок величины параметра g не может быть предсказан вполне однозначно чисто теоретически путем анализа классических релятивистских экспериментов [6, 14], поскольку они изучают, как правило, эффекты лишь пассивных кинематических преобразований, т. е. экспериментов, имеющих дело с кинематическими преобразованиями состояния частицы или тела при сохранении фиксированной системы отсчета (как правило, земной лаборатории).

Возможно, однако, исключение. Действительно, идея различия между активными и пассивными кинематическими преобразованиями вполне ясно выдвигалась в [15] (задолго до публикации книги [9], в которой такая идея вводилась как ключевой пункт для последовательного обобщения релятивистской кинематики финслеровым образом). «Теория не является лоренц-инвариантной в активном смысле», что может проверяться экспериментально «путем сравнения результатов экспериментов на встречных пучках и по лабораторному рассеянию» [15]. Итак, собственное время жизни нестабильной частицы должно обнаруживать зависимость от скорости частицы относительно земной лаборатории [15, 16]. Недавно [16] внимание было привлечено к тому, что известные экспериментальные данные указывают на такую зависимость времени жизни заряженных пионов и каонов со средним характерным параметром $\sim 10^{-4}$. Следовательно, может быть предложена пробная оценка $g \sim 10^{-4}$.

Можно также надеяться, что будущие прямые экспериментальные проверки соотношений (6) и (8) (например, включающие сравнение между показаниями измерительных приборов, покоящихся на Земле и на быстро движущемся спутнике) оценят параметр g .

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Frank Ph., Rothe H.//Ann. der Phys. 1911. 34. P. 825. [2] Pars L. A.//Phil. Mag. 1921. 42. P. 249. [3] Weinstock R.//Amer. J. Phys. 1965. 33. P. 640. [4] Schartz H. M.//Amer. J. Phys. 1962. 30. P. 697; 1984. 52. P. 346. [5] Berzi V., Gorini V.//J. Math. Phys. 1969. 10. P. 1518. [6] Torretti R. Relativity and Geometry. L., 1983. [7] Bartooci U., Capria M. M.//Found. Phys. 1991. 21. P. 787. [8] Рунд Х. Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. М., 1981. [9] Asanov G. S. Finsler Geometry, Relativity and Gauge Theories. Dordrecht, 1985. [10] Asanov G. S.//Fortschr. Phys. 1991. 39. P. 185; 1992. 40. P. 667. [11] Асанов Г. С.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1993. 34, № 3. С. 74. [12] Синг Д. Общая теория относительности. М., 1963. [13] Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М., 1961. [14] French A. P. Special relativity. N. Y., 1968. [15] Redei L. B.//Phys. Rev. 1967. 145. P. 999. [16] Nielsen H. B., Picek I.//Nucl. Phys. 1983. B 211. P. 269.

Поступила в редакцию
07.04.93