УДК 530.145

О ВАКУУМЕ ЭЛЕКТРОСЛАБОЙ КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Р. Халилов
(кафедра теоретической физики)

Обсуждается вопрос о вакууме электрослабой модели Вайнберга—Салама в присутствии сверхсильного магнитного поля. Показано, что появление ненулевого вакуумного среднего векторного поля не нарушает лоренц-инвариантность, но нарушает локальную калибровочную $U(1)$ симметрию модели. Указано, что при учете радиационных поправок к массе W-бозона и сверхсильном магнитном поле W-конденсат не появляется.

1. Введение

Вакуум электрослабой калибровочной теории Вайнберга—Салама становится нестабильным в сверхсильном магнитном поле

$$B > B_{\rm cr}^{(1)} \equiv m_W^2/e, \tag{1}$$

где m_W — масса, e — электрический заряд векторного W-бозона [1—3]. Недавно были открыты классические статические «магнитные решения», описывающие вакуум модели Вайнберга—Салама в магнитном поле [4, 5]. Оказалось, что модель Вайнберга—Салама подобна модели сверхпроводимости Ландау—Гинзбурга—Абрикосова—Горькова, но первая управляется двумя параметрами порядка: действительным полем Хиггса и классическим W-полем. При

$$B = B_{\rm cr}^{(2)} \equiv m_W^2/(e\cos^2\theta), \tag{2}$$

где θ — угол Вайнберга, поле Хиггса исчезает, а W-поле достигает максимума [4, 5]. Ранее на возможность такого фазового перехода указали Салам, Страсди [6] и Линде [7] (см. также [8]). Появление ненулевого вакуумного среднего у квантованного векторного поля не означает нарушения лоренц-инвариантности модели, так как в основном состоянии в магнитном поле W_μ-поле соответствует заряженному скалярному полю.

2. Лагранжиан модели и физические поля

Мы будем использовать унитарную калибровку. Пусть $W_\mu{}^a$ и $W_\mu{}^0$ — векторные потенциалы для $SU(2)$ и $U(1)$ калибровочных групп соответственно. Тогда безмассовое нейтральное калибровочное поле — электромагнитное поле A_μ — и нейтральное векторное поле Z_μ, описывающее Z-бозоны, связаны с $W_\mu{}^a$ и $W_\mu{}^0$ следующим образом:

$$W_\mu^3 = Z_\mu\cos\theta + A_\mu\sin\theta, \tag{3}$$

$$W_\mu^0 = -Z_\mu\sin\theta + A_\mu\cos\theta. \tag{4}$$

Векторный потенциал электрически заряженного векторного поля W-бозонов определяется компонентами $W_\mu{}^1$ и $W_\mu{}^2$:

$$W_\mu^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \pm iW_\mu^2). \tag{5}$$

Для реализации спонтанного нарушения симметрии с помощью механизма Хиггса запишем лагранжиан хиггсовских частиц в унитарной калибровке (Φ — действительное скалярное поле Хиггса):

$$L_\Phi = \partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi + \frac{1}{2}\left(g^2 W_\mu^+ W^\mu + \frac{g^2}{4\cos^2\theta} Z_\mu Z^\mu\right)\Phi^2 - \lambda(\Phi^2 - \Phi_0^2)^2.$$

В терминах полей, взятых в унитарной калибровке, для плотности лагранжиана модели получаем

$$L = -\frac{1}{4} F^3_{\mu\nu} F^{3\mu\nu} - \frac{1}{2} F^+_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F^0_{\mu\nu} F^{0\mu\nu} + \partial_\mu \Phi\, \partial^\mu \Phi - \\ - \lambda(\Phi^2 - \Phi_0^2)^2 + \frac{1}{2}\left(g^2 W_\mu^+ W^\mu + \frac{g^2}{4\cos^2\theta} Z_\mu Z^\mu\right)\Phi^2, \tag{6}$$

где θ — угол Вайнберга и

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu - ig\varepsilon^{abc} W^b_\mu W^c_\nu, \tag{7}$$

$$F^0_{\mu\nu} = \partial_\mu W^0_\nu - \partial_\nu W^0_\mu, \tag{8}$$

$$F_{\mu\nu} = D_\mu W_\nu - D_\nu W_\mu \tag{9}$$

с $D_\mu = \partial_\mu + igW^3_\mu$. Здесь $F^a_{\mu\nu}$, $F^0_{\mu\nu}$ — поля, соответствующие $SU(2)$ и $U(1)$; g, λ, Φ_0, θ — константы модели, через которые при спонтанном нарушении $SU(2)\times U(1)$ симметрии определяются массы $W^\pm$, Z-бозонов и хиггсовской частицы:

$$m_W^2 = (1/2)\, g^2 \Phi_0^2, \quad m_Z^2 = m_W^2/\cos^2\theta, \quad m_H^2 = 4\lambda\Phi_0^2.$$

Электрический заряд W-бозона определен как $e = g\sin\theta$.

Уравнения полей теории получим, варьируя (6):

$$D^\mu F_{\mu\nu} - igF^3_{\mu\nu} W^\mu + (g^2/2)\,\Phi^2 W_\nu = 0 \tag{10}$$

для W-поля,

$$\partial^\mu F^3_{\mu\nu} - ig\,(W^{+\mu} F_{\mu\nu} - W^\mu F^+_{\mu\nu}) + \frac{g^2}{2\cos\theta}\, \Phi^2 Z_\nu = 0 \tag{11}$$

для W^3_ν-поля,

$$\partial^\mu F^0_{\mu\nu} - \frac{g^2 \sin\theta}{2\cos^2\theta}\, \Phi^2 Z_\nu = 0 \tag{12}$$

для W^0_ν-поля,

$$\left\{-\partial^\mu \partial_\mu - 2\lambda(\Phi^2 - \Phi_0^2) + \frac{g^2}{2} W^+_\mu W^\mu + \frac{g^2}{4\cos^2\theta} Z_\mu Z^\mu\right\}\Phi = 0 \tag{13}$$

для Φ-поля.

Для системы (10)—(13) должны выполняться следующие условия интегрируемости [9]:

$$D^\nu (W_\nu \Phi^2) - \frac{ig}{\cos\theta} Z^\nu W_\nu \Phi^2 = 0, \tag{14}$$

$$\partial^\nu (Z_\nu \Phi^2) = 0. \tag{15}$$

Уравнения (11), (12) можно представить в другом виде:

$$\partial^\mu \{f_{\mu\gamma} - ig\sin\theta\,(W^+_\mu W_\nu - W^+_\nu W_\mu)\} = 0, \tag{11'}$$

$$\partial^\mu \{Z_{\mu\nu} - ig\cos\theta\,(W^+_\mu W_\nu - W^+_\nu W_\mu)\} + \frac{g^2}{2\cos^2\theta}\, \Phi^2 Z_\nu = 0, \tag{12'}$$

где тензоры

$$f_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu, \tag{16}$$

$$Z_{\mu\nu}=\partial_\mu Z_\nu-\partial_\nu Z_\mu \tag{17}$$

играют роль «индукций» электромагнитного и «псевдомагнитного» ($Z_{\mu\nu}$) полей соответственно.

В присутствии постоянного, однородного магнитного поля B, которое для определенности будем считать направленным вдоль $0z$, $\mathbf{B}=(0,0,B)$, вакуум теории возмущений электрослабой модели Вайнберга—Салама развивает неустойчивость [1—3] при значениях поля $B_{\rm cr}^{(1)}$. Нестабильность возникает в связи с особенностью в спектре энергии W-бозона в магнитном поле:

$$E_{n,p}^2=m_W^2+|e|B(2n+1)-2|e|BS_3+p^2, \tag{18}$$

где p и S_3 — компоненты импульса и спина вдоль $0z$ и $n\geqslant 0$ — целое число, характеризующее номер уровня Ландау W-бозона в магнитном поле. Из (18) следует, что для $S=1$, $|e|S_3=|e|$, $n=0$, $p=0$ $E_{0,0}^2$ обращается в нуль для $B=B_{\rm cr}^{(1)}=m_W^2/e$. Соответствующую этой особенности моду называют тахионной. При $B<B_{\rm cr}^{(1)}$ эта мода соответствует основному состоянию W-бозона в магнитном поле. В линеаризованной теории компоненты вектора W_μ, описывающего W-бозон в основном состоянии, можно выбрать так, что они будут удовлетворять следующим условиям:

$$W_0=W_3=0,\ W_2=iW_1=iW,\ D_\mu W^\mu=i(D_1+iD_2)W=0, \tag{19}$$

причем зависимость решений от t и z определяется как $\exp\{-iEt+ipz\}$. Поэтому и в общем случае естественно попытаться найти вначале статические (трансляционно-инвариантные вдоль $0z$) решения полевых уравнений, считая, что, как и в линеаризованной теории, неисчезающими компонентами W_μ являются пространственно-подобные компоненты в перпендикулярной вектору $\mathbf{B}$ плоскости $W_1(x,y)$, $W_2(x,y)$, т. е. полагаем, что $W_0=W_3=0$, а W_1, W_2 являются только функциями x, y.

Решения системы уравнений (10)—(13) будем искать, используя анзац (19). Заметим, что (19) можно записать в виде

$$D_1W_2-D_2W_1=0, \tag{20}$$

откуда следует, что $F_{\mu\nu}=0$, и вместо (10) имеем

$$-igF_{\mu\nu}^3W^\mu+g^2\Phi^2W_\nu=0. \tag{10$'$}$$

3. Возможность фазового перехода

В теории с плотностью лагранжиана (6) в магнитном поле $B>B_{\rm cr}^{(2)}$, как было показано в [4, 5], происходит фазовый переход, в результате которого поле Хиггса Φ_0 заменяется конденсатом W-поля. Симметрия теории восстанавливается в том смысле, что $\Phi=0$. При этом $W\neq 0$. Магнитное поле заменяется однородным полем F_{12}^0, где $F_{\mu\nu}^0$— тензорное поле — соответствует группе $U_Y(1)$ ненарушенной электрослабой $SU(2)\times U_Y(1)$ симметрии.

В «мнимую массу» в лагранжиане (6) дают вклад два члена:

$$\frac{1}{2}\, g^2\Phi^2 W_i W_i^+ + ig\,(f_{ij}\sin\theta + Z_{ij}\cos\theta)\, W_i^+ W_j. \tag{21}$$

При условиях (19) вместо (21) получим

$$[g^2\Phi^2 - 2g\,(f_{12}\sin\theta + Z_{12}\cos\theta)]\,|W|^2 \tag{22}$$

и при

$$(ef_{12} + g\cos\theta\cdot Z_{12}) - \frac{g^2\Phi^2}{2} > 0 \tag{23}$$

роль поля Хиггса в (22) играет W-поле, а выражение в квадратных скобках является квадратом «мнимой массы» этого поля.

Рассмотрим выражение для плотности энергии ε, в котором для упрощения положим $Z_i=0$. Тогда

$$\varepsilon = |(D_1 + iD_2)\,W|^2 + \frac{1}{2}\left(2gW^2 - \sin\theta f_{12} + \frac{g\Phi^2}{2}\right)^2 +$$

$$+\frac{1}{2}\left(f_{12}\cos\theta + \frac{g\Phi^2\sin\theta}{2\cos\theta}\right)^2 - \frac{g^2\Phi^4}{8\cos^2\theta} + \lambda\,(\Phi^2 - \Phi_0^2)^2 + (\partial\varphi)^2. \tag{24}$$

При $\Phi=\Phi_0$

$$\varepsilon_{\Phi=\Phi_0} = \frac{1}{2}\, f_{12}^2\cos^2\theta + \frac{1}{2}\, f_{12} g\Phi_0^2 \sin\theta - \frac{g^2\Phi_0^4}{8}. \tag{25}$$

При $f_{12} > \dfrac{g\Phi_0^2}{2\sin\theta}$ (26)

$$\varepsilon_{\Phi=\Phi_0} - \varepsilon_{\mathrm{mag\cdot f}} = 0. \tag{27}$$

При $\Phi=0$

$$\varepsilon_{\Phi=0} = \frac{1}{2}\, f_{12}^2\cos^2\theta + \lambda\Phi_0^4 \tag{28}$$

и

$$\varepsilon_{\Phi=0} - \varepsilon_{\mathrm{mag\cdot f}} = -\frac{1}{2}\, f_{12}\sin^2\theta + \lambda\Phi_0^4. \tag{29}$$

Сравнивая (27) с (29), видим, что фазовый переход из состояния с $\Phi=\Phi_0$, $W^2=0$ в состояние с $\Phi=0$, $W^2\neq 0$ энергетически выгоден и возможен, если только

$$(1/2)\, f_{12}^2\sin^2\theta > \lambda\Phi_0^4. \tag{30}$$

В этом состоянии симметрия теории по-прежнему спонтанно нарушена, в результате чего возникает среднее поле с $W^2\neq 0$.

4. Анзац для W-поля. Статические решения

Рассмотрим схему получения статических решений полевых уравнений (10)—(13) при анзаце (19), (20). Представим W в (19) в виде $W=|W|e^{i\chi}$ и удалим фазу χ из уравнения

$$(D_1 + iD_2)\,|W|\,e^{i\chi} = 0 \tag{31}$$

с помощью калибровочного преобразования потенциала

$$A_\mu \to A_\mu + (1/e)\,\partial_\mu\chi, \tag{32}$$

как это было сделано в [5]. Из (31) тогда получим

$$A_i \sin\theta + Z_i \cos\theta = (\varepsilon_{ij}/g)\,\partial_j \ln|W|, \quad \varepsilon_{ij} = -\varepsilon_{ji}, \quad \varepsilon_{ij} = 1, \quad i < j. \tag{33}$$

Уравнение (11), очевидно, удовлетворяется решением

$$f_{ij} = C_1 + 2g\sin\theta\,|W|^2, \tag{34}$$

где константа C_1 определяется граничными условиями. Решение уравнения (12′) для Z_{ij} ищем в виде

$$Z_{ij} - 2g\cos\theta\,|W|^2 = C_2\varepsilon_{ij}\Phi^2 + C_3. \tag{35}$$

Подставляя (35) в (12′), получим

$$C_2\varepsilon_{ij}\partial_i\Phi^2 = \frac{1}{2}\,\frac{g^2\Phi^2}{\cos^2\theta}\,Z_j$$

и

$$Z_j = \frac{1}{g^2\Phi^2}\cdot 2\cos^2\theta C_2\varepsilon_{ij}\partial_i\Phi^2 = -\frac{1}{g^2}\cdot 4\cos^2\theta C_2\varepsilon_{ij}\partial_i \ln\Phi. \tag{36}$$

Но поскольку, с другой стороны, $Z_{12} = \partial_1 Z_2 - \partial_2 Z_1$, из (35) и (36) следует уравнение, связывающее $|W|^2$ и Φ:

$$(1/g^2)\cdot 4\cos^2\theta C_2\partial^2 \ln\Phi = 2g\cos\theta\,|W|^2 + C_2\Phi^2 + C_3. \tag{37}$$

Подставляя (36) в (33), находим

$$A_i = (\varepsilon_{ij}/e)\,\partial_j\,(\ln|W| + (1/g)\cdot 4\cos^3\theta C_2 \ln\Phi). \tag{38}$$

Вычисляя $f_{12} = \partial_1 A_2 - \partial_2 A_1$ с использованием (38) и приравнивая результат (34), получим еще одно уравнение, связывающее $|W|$ и Φ:

$$-(1/e)\,\partial^2\,(\ln|W| + (1/g)\cdot 4\cos^3\theta C_2 \ln\Phi) = C_1 + 2g\sin\theta\,|W|^2. \tag{39}$$

Постоянные C_1, C_2, C_3 определяются граничными условиями и уравнением (10). Они равны

$$C_1 = \frac{g\Phi_0^2}{2\sin\theta}, \quad C_2 = \frac{g}{2\cos\theta}, \quad C_3 = -\frac{g\Phi_0^2}{2\cos\theta}. \tag{40}$$

Мы проверили, что уравнения 1-го порядка для потенциалов (34), (35) удовлетворяют уравнениям 2-го порядка (11′), (12′). При условии (31) уравнение 2-го порядка для W также удовлетворяется «решениями» (34), (35) с константами (40). Условиями, определяющими минимум функционала плотности энергии, являются, конечно, уравнения (10), (11′), (12′), (13). Поэтому, если мы хотим построить решения, минимизирующие энергию системы, необходимо показать, что «решения» (34), (35) и вытекающие из них уравнения (37), (39) не противоречат уравнению (14), которое нетрудно привести к виду

$$-2\partial^2\Phi + 2g^2|W|^2\Phi + (g^2/2\cos^2\theta)(Z_1^2 + Z_2^2)\,\Phi + 4\lambda(\Phi^2 - \Phi_0^2)\,\Phi = 0. \tag{41}$$

Из (36) легко установить, что

$$-\partial^2\Phi + (g^2/4\cos^2\theta)(Z_1^2 + Z_2^2) = -\Phi\partial^2 \ln\Phi. \tag{42}$$

Подставляя (42) в (41), придем к уравнению

$$-\partial^2 \ln\Phi + g^2|W|^2 + 2\lambda(\Phi^2 - \Phi_0^2) = 0. \tag{43}$$

Из (37) и (39) с учетом (40) находим

$$-\partial^2 \ln\Phi + g^2|W|^2 + [g^2/(4\cos^2\theta)](\Phi^2 - \Phi_0^2) = 0. \tag{44}$$

Если «решения» (31), (34), (35) действительно минимизируют энергию, то (44) должно совпадать с (43). Это возможно, если только

$$\lambda = g^2/8\cos^2\theta. \tag{45}$$

Если (45) выполняется, то можно использовать метод Богомольного [10].

Решения полевых уравнений, которые интерполируют между «нарушенной» ($\Phi=\Phi_0$, $|W|=0$) и «симметричной» ($\Phi=0$, $|W|\neq 0$) фазами, были предложены в [5]. Равенство масс Z-бозона ($m_Z=g^2\Phi_0^2/(2\cos^2\theta)$) и хиггсовского ($m_H=4\lambda\Phi_0^2$) бозона, т. е. равенство (45), было заложено в полевые уравнения с самого начала.

5. Топологические эффекты

Выше было показано, что решения, построенные с помощью анзаца (19), будут минимизировать энергию системы лишь в том случае, если выполнено и условие (45). Только при этом условии решения согласованы и мы имеем дело не с локальными, а с глобальными минимумами плотности энергии системы. И только при этом условии при $B > B_{\text{cr}}^{(1)}$ полевые уравнения имеют частное решение, которое характеризует W-бозон в основном состоянии и только с одной поляризацией $S_3=1$, для которого «напряженность» W-поля $F_{\mu\nu}$ исчезает. Если (45) не выполнено, два состояния поляризации ($S_3=\pm 1$) W-поля не разделяются [9].

Нестабильность вакуума электрослабой теории Вайнберга—Салама обусловлена присутствием в выражении для плотности энергии системы ε члена $-ief_{\mu\nu}W_\mu^+W_\nu$, описывающего взаимодействие магнитного момента W-бозона с внешним магнитным полем. В линеаризованной теории нестабильность в присутствии однородного магнитного поля B характерна для импульсов W-поля $k^2 \leqslant eB - m_W^2$ и поскольку конденсат W-бозонов дает вклад в магнитную индукцию, однородность магнитного поля будет нарушаться на расстояниях больших, чем $(eB-m_W^2)^{-1/2}$, и, следовательно, при $B > B_{\text{cr}}^{(1)}$ магнитное поле, как и другие поля, не будет больше пространственно-однородным [4, 5]. Решения, построенные в [5] при выполнении условия (45), описывают конденсат $W^\pm$-пар и удовлетворяют периодическим граничным условиям на двумерной решетке. В работе [9] изучался общий случай $\lambda\neq g^2/8\cos^2\theta$, однако аналитически существование и единственность решеточных решений удалось доказать только в низшем порядке теории возмущений вблизи точки фазового перехода.

Обсудим статические решения, полученные в [5]. Плотность энергии удобно представить в виде [5]

$$\varepsilon = |(D_1+iD_2)W|^2 + \frac{1}{2}\left(f_{12} - \frac{g\Phi_0^2}{2\sin\theta} - 2g\sin\theta|W|^2\right)^2 +$$
$$+\frac{1}{2}\left(Z_{12} - \frac{g}{2\cos\theta}(\Phi^2-\Phi_0^2) - 2g\cos\theta|W|^2\right)^2 +$$
$$+\left(\frac{g\Phi}{2\cos\theta}Z_i + \varepsilon_{ij}\partial_j\Phi\right)^2 + \left(\lambda - \frac{g^2}{8\cos^2\theta}\right)(\Phi^2-\Phi_0^2)^2 -$$
$$-\frac{g^2\Phi_0^4}{8\sin^2\theta} + \frac{g\Phi_0^2}{2\sin\theta}f_{12} - \frac{g\Phi_0^2}{2\cos\theta}Z_{12} - \frac{g}{2\cos\theta}\partial_j(\varepsilon_{ij}Z_i\Phi^2). \tag{46}$$

Интеграл $\int \varepsilon dx dy$ особенно интересен в случае, если эффективная топология в плоскости в определенном смысле нетривиальна. Нетривиальность топологии, очевидно, связана с возникновением конденсата W-поля, т. е. она появляется при $B > m_W^2/e$ и отражена в фазе W-поля: $W = |W| e^{i\chi}$. В калибровке $A_i \to A_i + (1/e)\partial_i \chi$ получим [5]

$$\int\limits_{\text{cell}} f_{12}\, d^2x = \oint\limits_{\text{cell}} A_i\, dx_i = \frac{\Delta\chi}{e} = \frac{2\pi k}{e},\quad k = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots, \tag{47}$$

где ячейка определяется периодическими граничными условиями для Φ^2 и $|W|$. При обходе границы ячейки периодичности фаза W-поля изменяется на $2\pi k$, подобно тому как это происходит в решетке Абрикосова, построенной из вихрей в сверхпроводнике.

Из (34), (40), (47) нетрудно найти

$$2g^2 \int |W|^2\, d^2x = \frac{2\pi k - m_W^2 S}{\sin^2\theta}, \tag{48}$$

где S — площадь ячейки периодичности.

Из (35), (40), (48), учитывая, что

$$\int\limits_{\text{cell}} Z_{12}\, d^2x = -\frac{2\cos\theta}{g}\,\varepsilon_{ij} \oint \partial_i \ln\Phi\, dx_j = 0, \tag{49}$$

можно получить

$$\frac{g^2}{2}\int\limits_{\text{cell}} \Phi^2\, d^2x = \frac{m_W^2 S - 2\pi k\cos^2\theta}{\sin^2\theta}. \tag{50}$$

Наконец, из уравнения

$$-\partial^2 \ln|W| = (g^2/2)\,\Phi^2 + 2g^2|W|^2, \tag{51}$$

которое следует из (39) и (44) при учете (48), (50), находим

$$-\int\limits_{\text{cell}} \partial^2 \ln|W|\, d^2x = 2\pi k. \tag{52}$$

Индукция магнитного поля при $B > m_W^2/e$ определяется формулой

$$f_{12} = m_W^2/e + 2e|W|^2 \tag{34}$$

и описывается двояко-периодической (решеточной) функцией. Уравнение (34) имеет сходство с магнитной индукцией в сверхпроводнике

$$f_{12}^{sc} = B_{cr}^{sc} - 2e|\psi|^2, \tag{53}$$

где ψ — комплексный параметр порядка, B_{cr}^{sc} — критическое поле, выше которого сверхпроводимость разрушается. Напомним, что в сверхпроводнике роль поля Хиггса играет ψ-поле, в модели Вайнберга—Салама при $B > m_W^2/e$ — W-поле. В сверхпроводнике знак минус в правой стороне формулы (53) соответствует эффекту экранировки внешнего магнитного поля и его уменьшению внутри сверхпроводника, в модели Вайнберга—Салама знак плюс в (34) соответствует эффекту антиэкранировки внешнего магнитного поля и его усилению. Эффект антиэкранировки был открыт в [4].

Модель Вайнберга—Салама обнаруживает также «псевдомагнетизм» с вектором напряженности «псевдомагнитного» поля [5]

$$Z_{12}=\frac{g}{2\cos\theta}(\Phi^2-\Phi_0^2)+2g\cos\theta\,|W|^2.$$

Средние магнитное и «псевдомагнитное» поля (т. е. индукции) равны соответственно [5]

$$\bar{f}_{12}=\frac{1}{S}\int\limits_{\text{cell}} f_{12}\,d^2x=\frac{2\pi k}{eS}, \tag{54}$$

$$\bar{Z}_{12}=0. \tag{55}$$

Из условия положительности величин в правых частях (48) и (50) следует, что $S_{\max}=2\pi k/m_W^2$, а $S_{\min}=2\pi k\cos^2\theta/m_W^2$. Значениям $S_{\max}$ и $S_{\min}$ соответствуют индукции [5] $\bar{f}_{12}=B_{\text{cr}}^{(1)}$ для $S=S_{\max}$, $\bar{f}_{12}=B_{\text{cr}}^2=B_{\text{cr}}^{(1)}/\cos^2\theta$ для $S=S_{\min}$. Важно, что среднее поле Хиггса для $\bar{f}_{12}=B_{\text{cr}}^{(2)}$ исчезает, так как [5]:

$$\overline{\Phi^2}=\frac{1}{S}\int\limits_{\text{cell}}\Phi^2\,d^2x=\begin{cases}\Phi_0^2, & \bar{f}_{12}=B_{\text{cr}}^{(1)},\\ 0, & \bar{f}_{12}=B_{\text{cr}}^{(2)}.\end{cases} \tag{56}$$

Этот результат позволил авторам [5] сделать вывод о восстановлении симметрии модели Вайнберга—Салама при $\bar{f}_{12}=B_{\text{cr}}^{(2)}$ в том смысле, что «фундаментальное» хиггсовское поле исчезает при $B=B_{\text{cr}}^{(2)}$.

6. Радиационные поправки

Если поле Хиггса рассматривается как динамическое поле теории, то необходимо учесть радиационные поправки к хиггсовскому потенциалу. Их можно изучить с помощью эффективного потенциала, введенного Голдстоуном, Саламом и С. Вайнбергом. Для модели Вайнберга—Салама эффективный потенциал в однопетлевом приближении исследовался в работах [6, 11—13]. Оказалось, что даже в поле $B>B_{\text{cr}}^{(1)}$ восстановления симметрии (в смысле $\langle\Phi\rangle=0$) не происходит, однако вакуумное среднее $\langle\Phi\rangle$ теперь определяется только радиационными поправками, зависящими от величины B. Так, в поле $\tilde{B}_{\text{cr}}=1{,}31\,B_{\text{cr}}^{(1)}$ у эффективного потенциала появляется нетривиальный минимум $\langle\Phi\rangle\neq0$, не совпадающий с Φ_0 [13]. Интересно, что $\tilde{B}_{\text{cr}}$ практически равно $B_{\text{cr}}^{(2)}$, введенному в [5].

Другой вид радиационных поправок, которые могут влиять на вакуум модели, это поправки к энергии W-бозона в магнитном поле в основном состоянии. Эффективно они приводят к изменению массы W-бозона, которая при $B\cong B_{\text{cr}}^{(1)}$ в однопетлевом приближении станет равной

$$m_W^{\text{tot}}=m_W+\Delta m_W^{\text{cor}}.$$

Поправка Δm_W^{cor} может привести к «загибу» уровня энергии W-бозона еще при $B\leqslant B_{\text{cr}}^{(1)}$ и, следовательно, к отсутствию явления W-конденсации [14].

ЛИТЕРАТУРА

[1] Nielsen N. K., Olesen P.//Nucl. Phys. 1978. **B 144**. P. 376; Ambjørn J., Hughes R. J., Nielsen N. K.//Ann. of Phys. (N. Y.) 1983. **150**. P. 92. [2] Скалозуб В. В.//Ядерная физика. 1978. **23**. С. 113. [3] Халилов В. Р., Обухов И. А., Перес-Фернандес В. К.//Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля: V Междунар. семин. по физ. выс. энергии и квант. теор. поля. Протвино, 1982. Т. 2. С. 292. [4] Ambjørn J., Olesen P.//Phys. Lett. 1988. **B 214**. P. 565; 1989. **B 218**. P. 67. [5] Ambjørn J., Olesen P.//Nucl. Phys. 1990. **B 330**. P. 193; 1989. **B 315**. P. 606. [6] Salam A., Strathdee J.//Nucl. Phys. 1975. **B 90**. P. 203. [7] Linde A. D.//Rep. Prog. Phys. 1979. **42**. P. 389. [8] Scalozub V. V.//Sov. J. Nucl. Phys. 1986. **43**. P. 665. [9] MacDowell S. W., Ola Törnkwist. Preprint YCTP—P31—91. Yale University. New Haven, USA, 1991. [10] Богомольный Е. Б.//Ядерная физика. 1976. **24**. С. 449. [11] Скалозуб В. В.//Ядерная физика. 1978. **28**. С. 228. [12] Ghoroku K.//Progr. Theor. Phys. 1982. **68**. P. 1340. [13] Халилов В. Р. Электроны в сильном магнитном поле. М., 1988. [14] Халилов В. Р., Иньков В. Ю., Обухов И. А., Перес-Фернандес В. К.// Ядерная физика. 1988. **48**. С. 1067.

Поступила в редакцию
09.04.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 1

УДК 539.12.01

РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ ТИПА ДЗЕТА-ФУНКЦИЙ РИМАНА — ЭПШТЕЙНА

А. С. Вшивцев, В. Ч. Жуковский
(кафедра теоретической физики)

Построены рекуррентные соотношения для обобщенных дзета-функций типа Римана—Эпштейна. Найденные представления удобны для исследования функций в различных асимптотических областях изменения параметров. Результаты иллюстрируются на конкретной физической модели Гросса—Невье в магнитном поле при конечной температуре.

Дзета-функция Римана благодаря замечательным работам Хокинга (см., напр., [1]) стала необходимым атрибутом квантовой теории поля (КТП) при проведении процедуры регуляризации. Вместе с тем в ряде задач КТП, связанных с многомерием, например в суперсимметричных и струнных теориях [2, 3], а также при обсуждении свойств систем, квантованных по различным координатам, приходится выполнять процедуру регуляризации полученных выражений, в которых естественным образом возникает обобщенная дзета-функция Эпштейна, являющаяся многомерным аналогом соответствующей функции Римана. При проведении вычислений с указанной функцией необходимо знание ее свойств и умение получать с ее помощью конкретные результаты. Однако в настоящее время в литературе отсутствуют публикации, позволяющие в полной мере описать свойства этой функции. С учетом изложенного мы обратимся к рассмотрению свойств функции Эпштейна, которая имеет вид [4]

$$E_N^c(s,\ \mathrm{a},\ \mathrm{c}) = \sum_{n_1, n_2, \ldots, n_N=0}^{\infty} [a_1(n_1+c_1)^2 + \ldots + a_N(n_N+c_N)^2 + c]^{-s}. \qquad (1)$$

Прежде чем рассмотрим свойства функции (1) и получим замкнутое выражение, позволяющее расширить возможность изучения этой