

щев А. С., Жуковский В. Ч., Старинец А. О. Препринт № 44 Томского гос. ун-та, Томск, 1991. [19] Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч., Магницкий Б. В., Татаринцев А. В. Поляризационный оператор фотона в магнитном поле при конечной температуре: Препринт НИИЯФ МГУ № 89—21/98. М., 1989. [20] Жуковский В. Ч., Мидодашвили П. Г., Эминов П. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1985. 26, № 3. С. 8. [21] Elizalde E., Romeo A. // Amer. J. Phys., 1991. 59. P. 711. [22] Мостепаненко В. М., Трунов Н. Н. Эффект Казимира и его приложения. М., 1990. [23] Sach I., Wipf A. // Helv. Phys. Acta. 1992. 65. P. 633. [24] Шенберг Д. Магнитные осцилляции в металлах. М., 1986. [25] Клименко К. Г. // ТМФ. 1992. 90, № 1. С. 3. [26] Клименко К. Г. // ТМФ. 1991. 89, № 2. С. 211. [27] Trembl T. F. // Phys. Rev. 1989. D39, N 2. P. 679. [28] Gross D., Neveu A. // Phys. Rev. 1974. D10, N 10. P. 3235. [29] Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч. Квантовая механика. М., 1979. [30] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М., 1974.

Поступила в редакцию  
09.04.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ, 1994. Т. 35, № 1

УДК 523.034.43

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕЖДУ ВИНТОВЫМИ ДИСЛОКАЦИЯМИ И ГРАВИТАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ

Ли Фан Юй\*), Луо Джун\*)  
(ГАНШ)

Изучено взаимодействие между гравитационной волной и винтовыми дислокациями. Получены выражения для действующей силы, индуцированной гравитационной волной, в уравнениях фононной модели.

В работе [1] мы рассмотрели эффект гравитационно-волнового возмущения в фононном пространстве без дислокаций и дисклинаций с модулем сдвига, имеющим центрально-радиальную неоднородность. В данной статье мы рассмотрим гравитационно-волновое возмущение фононного пространства с линейными винтовыми дислокациями в однородной и изотропной упругой среде. Как показано в работе [2], кристаллическая решетка такой среды будет скрученной, но не будет искривленной, так как параметры кручения  $H=1$ ,  $L \neq 0$ . Таким образом, задача о взаимодействии между гравитационной волной и винтовой дислокацией эквивалентна задаче о гравитационной волне с кручением.

### 1. Фононные уравнения

Если упругая среда имеет линейную винтовую дислокацию (линия дислокации совпадает с осью  $z$ ), то пространственный интервал в координатах кристаллической решетки [3]

$$dl^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\varphi^2 + (dz + Ld\varphi)^2 = \left(1 + \frac{L^2 y^2}{\rho^4}\right) dx^2 - \frac{2L^2 xy}{\rho^4} dx dy + \left(1 + \frac{L^2 x^2}{\rho^4}\right) dy^2 - \frac{2Ly}{\rho^2} dx dz + \frac{2Lx}{\rho^2} dy dz + dz^2, \quad (1)$$

где  $L/2\pi$  — вектор Бюргерса дислокации.

\*) Китай.

С учетом (1) декартовы компоненты метрического тензора в кристаллической решетке имеют вид

$$g_{11} = 1 + L^2 y^2 / \rho^4, \quad g_{22} = 1 + L^2 x^2 / \rho^4, \quad g_{33} = 1, \quad (2)$$

$$g_{12} = g_{21} = -Lxy / \rho^4, \quad g_{13} = g_{31} = -Ly / \rho^2, \quad g_{23} = g_{32} = Lx / \rho^2,$$

$$g^{11} = g^{22} = 1, \quad g^{33} = 1 + L^2 / \rho^2, \quad g^{12} = g^{21} = 0, \quad (3)$$

$$g^{23} = g^{32} = -Lx / \rho^2, \quad g^{13} = g^{31} = Ly / \rho^2.$$

Мы будем использовать метод комплексных дифференциальных операторов [2]:

$$\nabla = e_z \partial_z + (1/2)(e_+ \partial_- + e_- \partial_+), \quad (4)$$

где 
$$e_{\pm} = e_{\rho} \pm i e_{\varphi}, \quad (5)$$

$$\partial_{\pm} = \frac{\partial}{\partial \rho} \pm i \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} - L \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (\text{для скаляров}), \quad (6)$$

$$\partial_- e_{\pm} = \mp \frac{1}{\rho} e_{\pm}, \quad \partial_+ e_{\pm} = \pm \frac{1}{\rho} e_{\pm} \quad (\text{для базисных векторов}). \quad (7)$$

Полный лагранжиан для системы, состоящей из фононов и поля гравитационной волны, есть

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = \mathcal{L}_{\text{pho}} + \mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \rho_m \dot{u}^i \dot{u}_i - \frac{\lambda}{2} (\nabla_i u^i)^2 - \\ - \frac{\mu}{2} [(\nabla_m u^k)(\Delta^m u_k) + (\nabla_k u^j)(\nabla_j u^k)] + \mu h_j^i \nabla_i u^j. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда действие

$$S = \int (\mathcal{L}_{\text{pho}} + \mathcal{L}_{\text{int}}) \sqrt{g} d^3x, \quad (9)$$

где 
$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \mu h_j^i \nabla_i u^j, \quad (10)$$

$h_j^i$  — поле гравитационной волны в  $T$ — $T$ -калибровке, учитывает взаимодействие фонона с гравитационной волной.

Используя принцип наименьшего действия  $\delta S = 0$ , найдем фононные уравнения для колебаний частоты  $\omega$ :

$$-\omega^2 u^i = (v_L^2 - 2v_T^2) \nabla^i (\nabla_k u^k) + v_T^2 [\nabla_i (\nabla^i u^i) + \nabla_i (\nabla^i u^i)] - (1/\rho_m) f^i, \quad (11)$$

где 
$$f^i = g^{kj} \nabla_j (\mu h_k^i). \quad (12)$$

Как показано в [2], в общем случае комплексный оператор и обычный дифференциальный оператор различны.

## 2. Фононная модель для внешней области линии дислокации

Для внешней области линии дислокации из (12) имеем

$$f^i = \mu g^{kj} \nabla_j h_k^i. \quad (13)$$

Легко показать, что эквивалентная форма оператора  $\nabla$  в декартовой системе координат (только с учетом дислокаций и первого порядка производной) есть

$$\nabla = \mathbf{e}_x \left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{L \sin \varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_y \left( \frac{\partial}{\partial y} - \frac{L \cos \varphi}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \right) + \mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial z}. \quad (14)$$

Для гравитационной волны, распространяющейся вдоль направления  $x$ , необращающиеся в нуль компоненты равны

$$h_2^2 = -h_3^3, \quad h_3^2 = h_2^3, \quad h_k^l = a_k^l \exp \{i(k^\mu x_\mu)\} = a_k^l \exp \{i(kx - \omega t)\}. \quad (15)$$

Из (13) — (15) найдем

$$f^z = f^+ = f^- = 0. \quad (16)$$

Следовательно, уравнения (11) имеют следующие решения:

$$a^z(t, \varphi, z) = [A_1 J_{n-\beta}(\rho\rho) + B_1 N_{n-\beta}(\rho\rho)] \exp \{i(n\varphi + kz - \omega t)\}, \quad (17)$$

$$a^+(t, \varphi, z) = [A_2 J_{n-\beta-1}(\rho\rho) + B_2 N_{n-\beta-1}(\rho\rho)] \exp \{i(n\varphi + kz - \omega t)\}, \quad (18)$$

$$a^-(t, \varphi, z) = [A_3 J_{n-\beta+1}(\rho\rho) + B_3 N_{n-\beta+1}(\rho\rho)] \exp \{i(n\varphi + kz - \omega t)\}, \quad (19)$$

где  $J_n$  — функции Бесселя,  $N_n$  — функции Неймана,  $n$  — целое число,  $\rho$  и  $k$  — непрерывно меняющиеся параметры.

Для гравитационной волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ , аналогично получим

$$h_1^1 = -h_2^2, \quad h_2^1 = h_1^2, \quad h_k^l = a_k^l \exp \{i(k^\mu x_\mu)\} = a_k^l \exp \{i(kz - \omega t)\}. \quad (20)$$

Используя (13), (14), (20), получим решения уравнения (11) в терминах функций Бесселя. Если  $n - \beta$  — не целое или нечетное,

$$\begin{aligned} a^z(t, \varphi, z) u^z(\rho\rho) &= [A_4 J_{n-\beta}(\rho\rho) + B_4 N_{n-\beta}(\rho\rho)] \exp \{i(n\varphi - kz - \omega t)\} + \\ &+ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \Gamma[(n-\beta)/2] \Gamma[(\beta-n)/2] k L^2 (h_1^1 \cos 2\varphi + (h_2^1 \sin 2\varphi) (\rho\rho)^{2m}}{2^{2m+2} \Gamma[m+(n-\beta)/2+1] \Gamma[m-(n-\beta)/2+1]} \times \\ &\times \exp \left\{ i \left( n\varphi + kz + \frac{\pi}{2} - \omega t \right) \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

и аналогично для других случаев.

Используя свойства  $\nabla_i(\mu h_k^l)$ , действующую силу, индуцированную гравитационной волной на линии дислокации, можно записать в виде

$$f^j = D_l^{jk}(\mu, \rho) h_k^l \delta(x) \delta(y). \quad (22)$$

Функция  $D_l^{jk}(\mu, \rho)$  зависит от внутренней структуры винтовой дислокации. Если  $\rho_0$  — величина порядка радиуса винтовой дислокации, то внешняя область линии дислокации ограничена областью  $\rho_0 \leq \rho < \infty$ , ( $\rho_0 > 0$ ) и  $L$  есть постоянная кристаллической решетки, тогда метрические компоненты (2) и (3), а также внешние решения (17) — (19), (21) не имеют сингулярной точки, а рассмотренная нами фоновая модель несингулярна. Для внутренней области винтовой дислокации (т. е.  $0 \leq \rho \leq \rho_0$ ) мы предполагаем, что в общем случае решения будут иметь очень сложный вид.

Данная работа была выполнена в ГАИШ во время стажировки, проходившей под руководством Д. В. Гальцова и В. Н. Руденко, которым авторы выражают искреннюю признательность.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ли Фан Юй//Вестн. Моск ун-та. Физ. Астрон. 1993. 24, № 3. С. 41.  
 [2] Серебряный Е. М.//ТМФ. 1991. 86, № 1. С. 81. [3] Серебряный Е. М.//  
 ТМФ. 1990. 83, № 3. С. 428.

Поступила в редакцию  
 22.06.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 1

## АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.17

### АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПРОЦЕССОВ В РЕАКЦИЯХ ( $n, xn'$ ) ДЛЯ СРЕДНИХ И ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР И ЭНЕРГИИ $\mathcal{E}_n > 50$ МэВ

Ф. А. Живописцев, В. А. Иванов, Хурэлсух Сэр-Одын\*  
 (НИИЯФ)

Обсуждаются возможности описания дифференциальных сечений  $d\sigma_{n,xn'}/d\mathcal{E}_{n'}$  реакции ( $n, xn'$ ) при  $\mathcal{E}_n > 50$  МэВ в рамках квантовой модели статистических многоступенчатых компаунд-процессов (СМКП) и прямых процессов (СМПП) с учетом множественной эмиссии вторичных нейтронов. На конкретных примерах показано, что можно достигнуть согласованного описания экспериментальных данных для реакций ( $n, xn'$ ) при  $\mathcal{E}_n = 90$  МэВ на ядрах  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{209}\text{Bi}$  при учете вкладов 1СПП, 2СПП, 3СПП и комбинированного механизма СМПП  $\rightarrow$  СМКП.

#### 1. Введение

В настоящей работе обсуждаются возможности модификации расчетного формализма СМКП+СМПП [1] для описания сечений реакции ( $n, xn'$ ) с учетом множественной эмиссии при  $\mathcal{E}_n > 50$  МэВ для широкого диапазона ядер. Этот вариант подхода позволяет оценить помимо парциальных вкладов традиционно рассматриваемых механизмов СМКП и СМПП дополнительный вклад комбинированного механизма СМПП  $\rightarrow$  СМКП [2]. В статье используются обозначения, обычно применяемые в расчетном формализме СМКП+СМПП [1—4].

#### 2. Формализм СМКП+СМПП для реакций с нуклонами

В квантовом формализме СМКП+СМПП [1, 2] дифференциальное сечение СМКП реакции ( $n, xn'$ ) определяется с учетом множественной эмиссии (для простоты изложения мы ограничимся эмиссией до трех частиц ( $x \leq 3$ )) соотношением

$$\frac{d\sigma_{n,xn'}^{(\text{СМКП})}(\mathcal{E}_n, \mathcal{E}_{n'})}{d\mathcal{E}_{n'}} = \frac{d\sigma_{n,n'}^{(\text{СМКП})}(\mathcal{E}_n, \mathcal{E}_{n'})}{d\mathcal{E}_{n'}} +$$

$$+ \sum_{c=p,n} \frac{d\sigma_{n,cn'}^{(\text{СМКП})}(\mathcal{E}_n, \mathcal{E}_{n'})}{d\mathcal{E}_{n'}} + \sum_{c,d=p,n} \frac{d\sigma_{n,c,dn'}^{(\text{СМКП})}(\mathcal{E}_n, \mathcal{E}_{n'})}{d\mathcal{E}_{n'}} \dots \quad (1)$$

Парциальные вклады 1СПП, 2СПП и 3СПП в дифференциальное сечение реакции ( $n, n'$ ) в рамках экситонно-фононной модели СМПП [1—3] определяются выражениями ( $K$  — номер стадии процесса)

\* Монголия.