ЛИТЕРАТУРА

[1] Ли Фан Юй//Вестн. Моск ун-та. Физ. Астрон. 1993. 24, № 3. С. 41. [2] Серебряный Е. М.//ТМФ. 1991. 86, № 1. С. 81. [3] Серебряный Е. М.// ТМФ. 1990. 83, № 3. С. 428.

Поступила в редакцию
22.06.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 1

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.17

АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПРОЦЕССОВ В РЕАКЦИЯХ (n, xn') ДЛЯ СРЕДНИХ И ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР И ЭНЕРГИИ $\mathscr{E}_n > 50$ МэВ

Ф. А. Живописцев, В. А. Иванов, Хурэлсух Сэр-Одын *
(НИИЯФ)

Обсуждаются возможности описания дифференциальных сечений $d\sigma_{n,xn'}/d\mathscr{E}_{n'}$ реакции (n, xn') при $\mathscr{E}_n > 50$ МэВ в рамках квантовой модели статистических многоступенчатых компаунд-процессов (СМКП) и прямых процессов (СМПП) с учетом множественной эмиссии вторичных нейтронов. На конкретных примерах показано, что можно достигнуть согласованного описания экспериментальных данных для реакций (n, xn') при $\mathscr{E}_n = 90$ МэВ на ядрах ^{58}Ni, ^{90}Zr, ^{209}Bi при учете вкладов 1СПП, 2СПП, 3СПП и комбинированного механизма СМПП→СМКП.

1. Введение

В настоящей работе обсуждаются возможности модификации расчетного формализма СМКП+СМПП [1] для описания сечений реакции (n, xn') с учетом множественной эмиссии при $\mathscr{E}_n > 50$ МэВ для широкого диапазона ядер. Этот вариант подхода позволяет оценить помимо парциальных вкладов традиционно рассматриваемых механизмов СМКП и СМПП дополнительный вклад комбинированного механизма СМПП→СМКП [2]. В статье используются обозначения, обычно применяемые в расчетном формализме СМКП+СМПП [1—4].

2. Формализм СМКП+СМПП для реакций с нуклонами

В квантовом формализме СМКП+СМПП [1, 2] дифференциальное сечение СМКП реакции (n, xn') определяется с учетом множественной эмиссии (для простоты изложения мы ограничимся эмиссией до трех частиц $(x \leqslant 3)$) соотношением

$$\frac{d\sigma_{n,xn'}^{(\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}} = \frac{d\sigma_{n,n'}^{(\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}} + \sum_{c=p,n} \frac{d\sigma_{n,cn'}^{(\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}} + \sum_{c,d=p,n} \frac{d\sigma_{n,cdn'}^{(\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}} \ldots \quad (1)$$

Парциальные вклады 1СПП, 2СПП и 3СПП в дифференциальное сечение реакции (n, n') в рамках экситонно-фононной модели СМПП [1—3] определяются выражениями (K — номер стадии процесса)

*) Монголия.

$$(K=1,\ 2,\ 3)\quad \frac{d\sigma_{n,n'}^{(K\text{СПП})}(\mathscr{E}_n,\ \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}}=\left[\frac{m_n^2 V_N^2}{(2\pi\hbar^2)^2}\,4\pi\left(\frac{k_{n'}}{k_n}\right)\right]\times$$

$$\times\,(2s_n+1)\,W_{K\text{СПП}}^{[\beta_K]},\tag{2}$$

где $W_{K\text{СПП}}^{[\beta_K]}$ рассчитываются по формулам

$$W_{1\text{СПП}}^{[\beta_1]=[\text{ex}]}=R_{nn}\,(2s_n+1)^{-1}\,(k_nR_N)^{-2}\,[\overline{V}_{bb(\text{ex})}^2\,g^2]\,U_B,\tag{3}$$

$$W_{1\text{СПП}}^{[\beta_1]=[\text{ph}]}=(2s_n+1)^{-1}\,(k_nR_N)^{-2}\left[\sum_\lambda(\overline{V}_{bb(\text{ph})}^2\,\widehat{\beta}_\lambda^2)\right]\delta\,(U_B-\omega_\lambda),\tag{4}$$

$$W_{2\text{СПП}}^{[\beta_2]=[2\text{ex}]}=\left(\sum_{c=p,n}R_{nc}R_{cn}\right)(2s_n+1)^{-1}\,(k_nR_N)^{-2}\,[\overline{V}_{bb(\text{ex})}^2\,g^2]\,Q\,(r_0,A_Y)\,\frac{U_B^3}{3!},\tag{5}$$

$$W_{2\text{СПП}}^{[\beta_2]=[\text{ex ph}]=[\text{ph ex}]}=R_{nn}\,(2s_n+1)^{-1}\,(k_nR_N)^{-2}\,[\overline{V}_{bb(\text{ex})}^2\,g^2]\,\times$$

$$\times\left[\sum_\lambda\overline{V}_{bb(\text{ph})}^2\,\widehat{\beta}_\lambda^2\right]Q\,(r_0,\ A_Y)\,(U_B-\omega_\lambda),\tag{6}$$

$$W_{2\text{СПП}}^{[\beta_2]=[2\text{ph}]}=(2s_n+1)^{-1}\,(k_nR_N)^{-2}\left[\left(\sum_\lambda\overline{V}_{bb(\text{ph})}^2\,\widehat{\beta}_\lambda^2\sum_{\lambda'}\overline{V}_{bb(\text{ph})}^2\,\widehat{\beta}_{\lambda'}^2\right)\right]\times$$

$$\times\,Q\,(r_0,\ A_Y)\,\delta\,(U_B-\lambda_\lambda-\omega_{\lambda'}),\tag{7}$$

при этом

$$R_{ab}=\delta_{a,b}\left[\frac{N^2+Z^2}{A_Y^2}\right]+(1-\delta_{a,b})\left[\left(\frac{N}{A_Y}\right)^2\delta_{b,n}+\left(\frac{Z}{A_Y}\right)^2\delta_{b,p}\right],$$

$$Q\,(r_0,\ A_Y)=4{,}12\cdot10^{-5}\,r_0^4\,A_Y^{4/3}\ \text{МэВ}^2,\ r_0=1{,}4\ \text{фм},\ U_B=E_n-E_{n'},$$

$$E_n=\mathscr{E}_n+B_n(Y),\ E_{n'}=\mathscr{E}_{n'}+B_n(Y),\ V_N=\frac{4\pi}{3}R_N^3;\ R_N=r_0A_Y^{1/3},$$

A_Y — массовое число составного ядра Y, B_n — энергия связи нейтрона в ядре Y; $\widehat{\beta}_\lambda^2=\dfrac{\beta_\lambda^2}{((2\lambda+1)\,4\pi)}$, β_λ — параметр деформации; λ, ω_λ — мультипольность и энергия фонона.

Аналогичные по структуре формулы имеют место для 3СПП с $\Delta N_{\text{ph}}=+1$ и $\Delta N_{\text{ex}}=+2$ ($[\beta]=[3\text{ex}][3\text{ph}]$, $3\,[2\text{ex ph}]$, $3\,[\text{ex}\,2\text{ph}]$).

Для вклада СМКП в сечение реакции $A\,(n,xn')\,B$, протекающей по схеме $n+A\to Y\to B+n'$, в рамках формализма СМКП [1] имеем

$$\frac{d\sigma_{n,n'}^{(\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n,\ \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}}=\sum_{N=N_0=3}^{N_{\max}^{(n)}}\ \sum_{\Delta N=0,\ \pm2}\sigma_n^{(\text{СМКП})}(N_0,\ \mathscr{E}_n)\ \times$$

$$\times\,\tau_N^{Y}(E_n)\,\Gamma_{N,n'}^{\uparrow(\Delta N)}(E_n,\ \mathscr{E}_{n'}),\tag{8}$$

где $\sigma_n^{(\text{СМКП})}(N_0,\ \mathscr{E}_n)$ — сечение образования составной системы нейтроном с энергией $\mathscr{E}_n$ во входном $2p1h$-состоянии (N_0=3):

$$\sigma_n^{(\text{СМКП})}(N_0,\ \mathscr{E}_n)=\left[\frac{2\pi V_N}{\hbar v_n}\right]\left[\frac{Z^2+N^2}{A^2}\right]\overline{V}_{ub}^2(E_n)\,\rho^{(b)}\,(3,\ E_n),\tag{9}$$

$\tau_N^Y(E_n)$ — времена жизни N-экситонных состояний ядра Y — определяются с помощью рекуррентного соотношения

$$\tau_{N-2}^Y(E_n)=\frac{\Gamma_N^-(E_n)}{\Gamma_{N-2}^{(+)}(E_n)}\tau_N^Y(E_n)+\sum_{K=N}^{N_{\max}^{(n)}}\frac{\Gamma_K^{\uparrow}(E_n)\,\tau_K^Y(E_n)}{\Gamma_{N-2}^{(+)}(E_n)} \tag{10}$$

и условия нормировки

$$\sum_{N=N_0}^{N_{\max}^{(n)}}\Gamma_N^{\uparrow}(E_n)\,\tau_N^Y(E_n)=1,$$

при этом $N_{\max}^{(n)}=\sqrt{2g(Y)E_n}$, $g(Y)=\frac{A_Y}{13}$ МэВ$^{-1}$ — одночастичная плотность.

В (8) и (10) ширины $\Gamma_N^{(\Delta N)}(E_n)$ и дифференциальные распадные ширины $\Gamma_{N,b}^{\uparrow(\Delta N)}(E_n,\mathscr{E}_b)$ определяются выражениями [1]

$$\Gamma_N^{(\Delta N)}(E_n)=2\pi\overline{V}_{bb}^2(E_n)\,\rho_N^{(b)\Delta N}(E_n),\ (\Delta N=\pm 2),$$

$$\Gamma_{N,b}^{\uparrow(\Delta N)}(E_n,\mathscr{E}_b)=2\pi\overline{V}_{bb}^2(E_n)\,\rho_N^{(b)f(\Delta N)}(U_B)\,\rho(\mathscr{E}_b)\,(2s_b+1)\,P_b(\mathscr{E}_b), \tag{12}$$

где $\Delta N=+2,\ 0;\ b=p,\ n;\ U_B=E_n-B_b(Y)-\mathscr{E}_b,\ P_b(\mathscr{E}_b)$ — проницаемость частицы типа b, $\rho(\mathscr{E}_b)=[4\pi V_N m_b(2m_b)^{1/2}\mathscr{E}_{bb}^{1/2}/(2\pi\hbar)^3]$.

Плотности доступных связанных состояний составной системы $\rho_N^{(b)(\Delta N)}(E_n)$ во внутриядерном переходе с $\Delta N=+2$ в (11) и плотности доступных состояний конечного ядра $\rho_N^{f(\Delta N)}(U_B)$ $(\Delta N=\pm 2,\ 0)$ в (12) определяются соотношениями, полученными в работе [1], с введением соответствующего дополнительного множителя $\varphi^{(b)}(p,h,E_n)$ — функции обрезания, исключающей связанные состояния выше энергии $S_0\approx\approx 25$ МэВ для частиц и ниже $\mathscr{E}_F$ ($\mathscr{E}_F$ — энергия Ферми) для дырок [3]:

$$\varphi^{(b)}(p,\ h,\ E_n)=\sum_{i=0}^{p}\sum_{j=0}^{h}(-1)^{i+j}C_p^iC_n^j\left(1-\frac{iS_0+j\mathscr{E}_c}{E_n-A_{p,h}}\right)^{p+h-1}\times$$

$$\times\,\theta(E_n-A_{p,h}-iS_0-j\mathscr{E}_F),$$

$$C_n^m=\frac{n!}{m!\,(n-m)!},\ \theta(x)=\begin{cases}1, & x>0\\ 0, & x\leqslant 0\end{cases};\ A_{p,h}=\frac{p^2+p+h^2-3h}{4g(Y)},\ N=p+h.$$

Для вклада СМКП в сечение реакции $A(n,\ xn')B$, протекающей по схеме $n+A\to Y\to C+c,\ C\to B+n',\ (c=p,\ n)$, в рамках формализма СМКП получим

$$\frac{d\sigma_{n,cn'}^{(\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n,\mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}}=\sum_{N=N_0-3}^{N_{\max}^{(n)}}\sum_{\Delta N}\int_0^{E_n-B_c(Y)}d\mathscr{E}_c\sigma_n^{(\text{СМКП})}(N_0,\ \mathscr{E}_n)\times$$

$$\times\,\tau_N^Y(E_n)\,\Gamma_{N,c}^{\uparrow(\Delta N)}(E_n,\ \mathscr{E}_c)\sum_{N'=N+\Delta N-1}^{N_{\max}^{(nc)}}\sum_{\Delta N'}\tau_{N'}^c(E_{nc})\,\Gamma_{N',n'}^{\uparrow(\Delta N)}(E_{nc},\ \mathscr{E}_{n'}), \tag{13}$$

$\tau_{N'}^c(E_{nc})$ определяются соотношением (10) с соответствующей заменой: $E_n\to\to E_{nc},\ N=p+h\to N'=p'+h',\ Y\to C,\ g(Y)\to g(C),\ N_{\max}^{(n)}\to N_{\max}^{(nc)},\ N_0\to\to N_0',\ U_B\to E_{nc}-B_n(C)$.

Аналогичные по структуре формулы для СМКП имеют место для реакции $A(n, xn')B$, протекающей по схеме $n+A\to Y\to C+c$, $C\to D+d$, $D\to B+n'$, $(c, d=p, n)$ и для более сложных схем протекания реакции (n, xn') $x>2$ (множественный выход).

Дополнительно к СМПП, определяемому (2)—(7), и СМПК, определяемому (2)—(13), мы рассмотрим комбинированный процесс KСПП→СМКП ($K=1, 2, 3$) [2]. Для оценки вклада в сечение реакции (n, xn') данного механизма в рамках формализма СМКП+СМПП получим расчетную формулу

$$\frac{d\sigma_{n,xn'}^{(K\text{СПП}\to\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}} = \sum \int \frac{d\mathscr{E}_c \rho(\mathscr{E}_c)}{4\pi} \left[\frac{d\sigma_{n,c}^{(K\text{СПП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_c)}{d\mathscr{E}_c}\right] \times$$

$$\times \varphi^{(b)}(K, K, E_a-E_c) W_K^{\downarrow}(\mathscr{E}_c, E_n, N_0(K)) \times$$

$$\times [d\sigma_{n,xn'}^{(\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_{n'})/\sigma_{(N_0,\mathscr{E}_n)}^{(\text{СМКП})}]_{N_0\to N_0(K)},$$

где

$$W_K^{\downarrow}(\mathscr{E}_c, E_n, N_0(K)) = 2\pi^2 \overline{V}_{ub}^2(E_c) \rho^{(b)}(3, E_c) \left[\frac{N^2+z^2}{A^2}\right];$$

$$N_0(K) = (2+K)p + (K+1)h,$$

$\dfrac{d\sigma_{n,c}^{(K\text{СПП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_c}$ определяются соответствующими выражениями (2)—(7) с заменой $n'\to c=p, n$; $E_{n'}\to E_c=\mathscr{E}_c+B_c(Y)$, $U_B\to E_n-E_c$;

$$\frac{d\sigma_{n,xn'}^{(\text{СМКП})}(\mathscr{E}_n, \mathscr{E}_{n'})}{d\mathscr{E}_{n'}} / \sigma_n^{(\text{СМКП})}(N_0, \mathscr{E}_n)$$

определяются формулами (8)—(13) с заменой $N_0\to N_0(K)$, $n\to c=p, n$. Для усредненных квадратов матричных элементов $\{\overline{V}^2\}$ использовалась параметризация, предложенная в работах [1] и [4] и обобщенная на область энергий $\mathscr{E}_n>40$ МэВ:

$$\overline{V}_{nb}^2(E_n) = \overline{V}_{bb}^2/(2s_n+1)(k_E R_N)^2;\ s_n=1/2,\ k_E^2=2m_n E_n/\hbar^2,$$

$\overline{V}_{bb(\text{ph})}^2 = V_0^2$, $V_0=48$ МэВ (глубина потенциальной ямы); $\overline{V}_{bb}^2 \equiv \overline{V}_{bb(\text{ex})}^2 = k_0 A^{-7/3}/5{,}3$ ($k_0 \simeq 200$ МэВ^3); $40<\mathscr{E}_n\leqslant 100$ МэВ. Из структуры приведенных формул для СМКП следует, что энергетические спектры СМКП-эмиссии не зависят от $\overline{V}_{bb}^2(E_n)$, а определяются только параметризацией $\overline{V}_{ab}^2(E_n)$ (в расчетах мы полагали $\overline{V}_{bb}^2(E)=\overline{V}_{bb(\text{ex})}^2$).

3. Заключение

Конкретные расчеты $d\sigma_{n,xn'}/d\mathscr{E}_{n'}$ выполнены для реакций $^{58}\text{Ni}(n, xn')$, $^{90}\text{Zr}(n, xn')$ и $^{209}\text{Bi}(n, xn')$ при $\mathscr{E}_n=90$ МэВ (рис. 1—3).

В расчетах 1СПП, 2СПП, 3СПП учитывался вклад фононов 2_1^+ и 3_1^-. Параметры β_2, ω_2, ω_3 взяты из [5], а (β_3) рассчитывались по формуле $\beta_3^2=7\omega_3/2C_3$, где $C_3=500$ МэВ.

В формулах (4) и (7) при вычислениях δ-функция заменялась гауссовской функцией с интервалом усреднения $\Delta=1$ МэВ:

$$\delta(U-\omega) \to \exp\{-(U-\omega)^2/2\Delta^2\}/\sqrt{2\pi}\,\Delta.$$

Функции обрезания $\{\varphi^{(b)}(p, h, E)\}$ рассчитывались при $S_0=25$ МэВ.

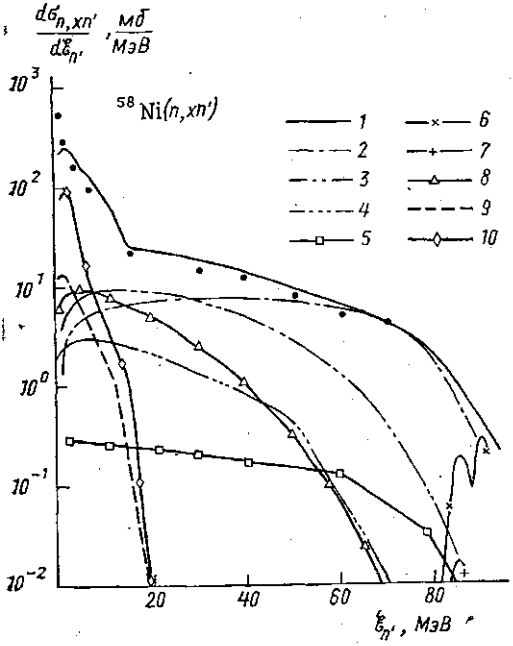

Рис. 1

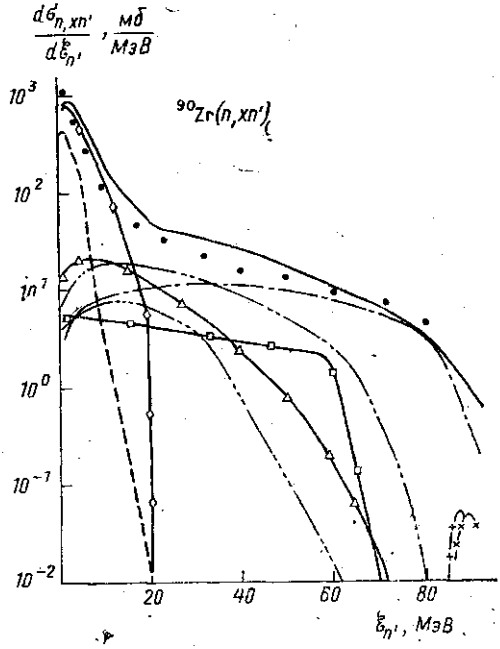

Рис. 2

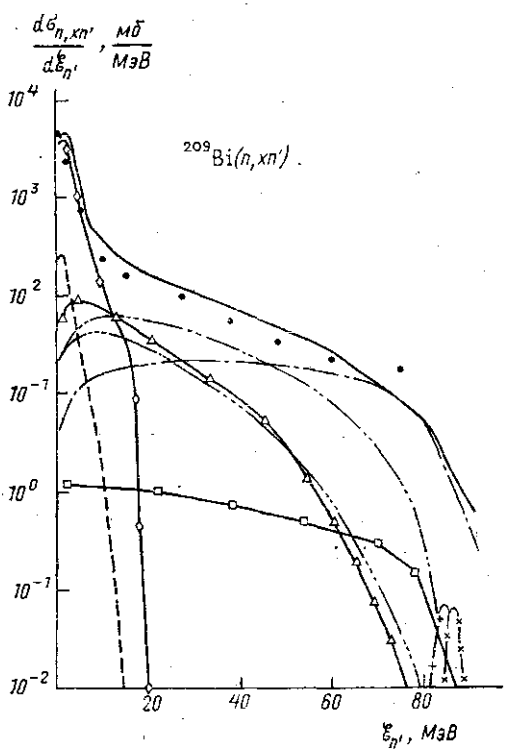

Рис. 3

Рис. 1. Спектр эмиссии из реакции ^{58}Ni(n, xn') при $\mathcal{E}_n$=90 МэВ: точки — эксперимент [6], *1* — суммарный вклад СМПП+СМПП→СМКП, *2* — вклад 1СПП [1 ex], *3* — вклад 2СПП [2 ex], *4* — вклад 3СПП [3 ex], *5* — вклад 2СПП 2[ex ph], *6* — вклад 1СПП [1 ph], *7* — вклад 2СПП [2 ph], *8* — вклад СМПП→СМКП ($N<N_{max}$), *9* — вклад СМПП→РП, *10* — вклад СМПП→РП (множественный выход)

Рис. 2. Спектр эмиссии из реакции ^{90}Zr(n, xn') при $\mathcal{E}_n$=90 МэВ: точки — эксперимент [6]. Обозначения — как на рис. 1

Рис. 3. Спектр эмиссии из реакции ^{209}Bi(n, xn') при $\mathcal{E}_n$=90 МэВ: точки — эксперимент [6]. Обозначения — как на рис. 1

Из приведенных графиков (рис. 1—3) видно, что удовлетворительное описание экспериментальных спектров из реакции (n, xn') для $\mathscr{E}_n = 90$ МэВ [6] достигается во всем рассматриваемом интервале энергий вторичных нейтронов при учете парциальных основных вкладов в суммарное сечение 1СПП, 2СПП, 3СПП с возбуждением экситонов и фононов [1 ex], [2 ex], [3 ex], [1 ph], [2 ex], 2[ex ph] и комбинированного процесса KСПП $K=1$, 1СПП [1 ex]; $K=2$, $K=3$, 3СПП [3 ex] 2СПП [2 ex]→СМКП ($N<N_{\max}$) и KСПП→РП ($N=N_{\max}$) (с учетом множественной эмиссии с $x \geqslant 2$). Вклады 1СПП [1 ph]→СМКП и 2СПП ([2 ph]+[ex ph])→СМКП и т. п. практически равны нулю, так как для входных связанных $2p1h$-состояний СМКП $\rho^{(b)}(3, E_n)=0$ при $\mathscr{E}_n > 60$ МэВ для реакции (n, xn') при начальной энергии $\mathscr{E}_n = 90$ МэВ [3].

На рис. 1 суммарная кривая в ряде интервалов несколько выше суммы приведенных основных вкладов ([1 ex], [2 ex] ... и т. п.), так как в суммарной кривой учтены все возможные вклады, полученные на ЭВМ (в частности, дополнительно 3[2 ex ph], 3[ex 2 ph], [3 ph] и т. п.). Имеющиеся расхождения в жесткой части спектра связаны с неполным учетом фононов высокой мультипольности, для которых отсутствует в большинстве случаев надежная экспериментальная и теоретическая информация (ω_λ, β_λ). Для корректного описания мягкой части спектра, как показали расчеты, необходимо учитывать множественную эмиссию более трех нуклонов (см. рис. 1—3).

Анализ реакций (n, xn') показал, что в формализме СМКП+ +СМПП удается неплохо воспроизвести экспериментальные спектры во всей области энергий вторичных нейтронов при учете парциальных вкладов в суммарное сечение 1СПП, 2СПП, 3СПП с возбуждением экситонов и фононов и комбинированного процесса СМПП→СМКП+ +множественная эмиссия для широкого диапазона ядер и области энергий 40 МэВ$<\mathscr{E}_n \leqslant 100$ МэВ. Предложенный вариант квантового формализма СМКП+СМПП без существенных модификаций может быть использован для описания реакций общего типа (N, xN'), $NN'=p, n$. Достаточно в формулы (1)—(7), (9) ввести соответствующие проницаемости для нуклонов

$$P_N(\mathscr{E}_N) = \frac{\sigma_p^{\mathrm{opt}}(\mathscr{E}_N)}{\sigma_n^{\mathrm{opt}}(\mathscr{E}_N)} \delta_{N,p} + \delta_{N,n}, \quad N=p, n;$$

где $\sigma_N^{\mathrm{opt}}(\mathscr{E}_N)$—сечение реакции в оптической модели для нуклона N с энергией $\mathscr{E}_N$.

В данной работе анализ ограничен реакциями (n, xn') с единственной целью: более детально изучить различные механизмы формирования мягкой части спектра эмиссии (включая множественную эмиссию).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Kalka H., Seeliger D., Zhivopistsev F. A.//Z. f. Phys. A: A. & N. 1988. **329**. P. 331. [2] Живописцев Ф. А., Сухаревский В. Г.//ЭЧАЯ. 1984. **15**, № 6. С. 1208. [3] Живописцев Ф. А., Кэбин Э. И., Сухаревский В. Г. Предравновесные ядерные реакции. Ч. 2. М., 1985. [4] Kalka H. et al.//Phys. Rev. 1989. **C40**, N 4. P. 1619. [5] Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. Т. 2. М., 1977. [6] Blann M., Bispilidhoff J.//Z. f. Phys. A: A. & N. 1983. **326**. P. 698.

Поступила в редакцию
13.01.93