зультате получены значения для функции $F_{p\bar{p}}(z)$, дана оценка энергии связи (E=—0,26 МэВ) и времени жизни ($\tau=9{,}1\cdot10^{-20}$ с) гипотетического связанного состояния в $p\bar{p}$-системе.

Большая величина ошибки параметра β может изменить значения E и Γ в несколько раз. Поэтому для более надежных выводов о характеристиках $p\bar{p}$-связанного состояния необходима дальнейшая теоретическая и экспериментальная работа по изучению ρ, σ_{tot} и, возможно, поляризации при малых энергиях ($P_L<180$ МэВ).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93-02-3807).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Grein W.//Nucl. Phys. 1977. **B 131**. P. 255; Grein W.//Proc. 4th European Antiproton Symp. (Barr, 1978). Paris, 1979. V. 1. P. 35. [2] Iwasaki H. et al.// Nucl. Phys. 1985. **A 433**. P. 580. [3] Bruckner W. et al.//Phys. Lett. 1985. **158**. P. 180. [4] Shapiro I. S.//Phys. Rev. 1987. **C 35**, N 2. P. 14. [5] Bykovsky B. V., Meshcheryakov V. A., Meshcheryakov D. V.//J. Nucl. Phys. 1991. **53**. P. 257. [6] Nakamura K. K. et al.//Phys. Rev. 1984. **D 29**. P. 349. [7] Deser S. et al.//Phys. Rev. 1954. **96**. P. 774. [8] Schiavon P. et al. Preprint CERN. EP/89-38 (1989). [9] Kebrikov B. O., Simonov Yu. A. Preprint ITEP-38 (1986).

Поступила в редакцию
16.06.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 1

РАДИОФИЗИКА

УДК 537.86

ПЕРВИЧНЫЕ ШУМОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ ГРАВИТАЦИОННОЙ АНТЕННЫ С «ТРАНСФОРМАТОРОМ СМЕЩЕНИЯ»

А. В. Гусев, А. В. Цыганов
(ГАИШ)

На основе универсального формализма линейных шумящих четырехполюсников рассчитаны динамические и флуктуационные характеристики «трансформатора смещения» для твердотельных гравитационных антенн веберовского типа как сложных колебательных систем с N степенями свободы.

1. Поиск гравитационного излучения от космических объектов — это одна из фундаментальных проблем современной экспериментальной физики [1, 2]. Гравитационная твердотельная антенна (ТГА) веберовского типа представляет собой измерительный комплекс, включающий следующие элементы: 1) собственно гравитационный детектор (ГД) — высокодобротный механический осциллятор; 2) согласующее устройство — «трансформатор смещения» (ТС); 3) электромеханический преобразователь (ЭМП).

Синтез ТГА с простейшими ТС достаточно подробно изложен в монографии [2]. Для оценки эффективности ТС на качественном уровне используются энергетические соотношения в консервативной системе ГД+ТС. Область применения полученных таким способом результатов ограничена. В частности, оптимизация системы по критерию максимума отношения сигнал/шум предполагает исследование переходных процессов в системе и для сложных линейных систем является достаточно сложной задачей. Поэтому особое значение приобретает разра-

ботка оптимальных алгоритмов исследования шумов в колебательной системе ГД+ТС. Наиболее универсальный подход к проблеме оптимального синтеза ТГА с ТС возможен при рассмотрении ТС как линейного четырехполюсника с заданной матрицей динамических параметров $[Z_{ik}(p)=Z_{ik}(p|n)]$, где $p=d/dt$; n — число степеней свободы ТС.

Цель работы: 1) расчет Z-параметров ТС с n степенями свободы; 2) оценка первичных шумовых параметров [3] для линейной системы ТС+ЭМП.

С целью упрощения описания физических процессов в сложных механических системах воспользуемся принципом электромеханических аналогий [4], основанным на следующих уравнениях движения:

$$[PM+H+K/P]\,pX=[pM+H+K/p]\,U=F,\ U=pX,$$
$$[pL+R+(pC)^{-1}]\,pq=[pL+R+(pC)^{-1}]\,I=V,\ I=pq, \tag{1}$$

где M, H и K — масса, коэффициент трения и жесткость механического осциллятора; X, U и F — механические смещение, скорость и сила; L, R и C — индуктивность, сопротивление и емкость эквивалентного контура; q, I и V — заряд, ток и напряжение.

Уравнения (1) соответствуют так называемой I системе электромеханических аналогий [4]:

$$M\to L,\ H\to R,\ K\to C^{-1},\ X\to q,\ U\to I,\ F\to V. \tag{2}$$

Блок-схема линейной цепи, эквивалентной ТГА по шумам [3] с учетом (2) представлена на рис. 1, *а*: $\mathcal{E}(t)$ — полезный сигнал; $Z_s(p)=pL_1+R_1+(pC_1)^{-1}$ — импеданс ГД на основной моде [2]; $[Z_{ik}]$ — матрица Z-параметров ТС как линейного четырехполюсника:

$$V_1=Z_{11}(p)\,I_1+Z_{12}(p)\,I_2,$$
$$V_2=Z_{21}(p)\,I_1+Z_{22}(p)\,I_2, \tag{3}$$

$Z_\infty(p)$ — входное сопротивление ЭМП в режиме холостого хода.

Ланжевеновские источники шумов в системе:

1) e_s — тепловые флуктуации сопротивления R_1;
2) тепловые шумы $e_{1,2}$ ТС как четырехполюсника;
3) e_d, i_d — пересчитанные ко входу шумы ЭМП.

2. Принимая во внимание систему уравнений (3), после несложных преобразований находим

$$Z'_s(p)\,I_1+Z_{12}(p)\,I=\mathcal{E}+e_s+e_1-Z_{12}(p)\,i_d,$$
$$Z_{21}(p)\,I_1+Z'_{22}(p)\,I=e_2=e_d-Z''_{22}(p)\,i_d; \tag{4}$$

где $Z'_s(p)=Z_s(p)+Z_{11}(p)$, $Z'_{22}(p)=Z_{22}(p)+Z_\infty(p)$.

Уравнения движения (4) позволяют перейти к упрощенной эквивалентной схеме, представленной на рис. 1, *б* и идентичной исходной (см. рис. 1, *а*) по шумам [3], где

$$e_f=e_1-Z_{12}(p)\,i_d,\ i_f=i_{ft}-i_{fd}. \tag{5}$$

Здесь

$$i_{ft}=\frac{1}{Z_{21}(p)}\,e_2,\ i_{fd}=\frac{1}{Z_{21}(p)}\,[e_d+Z'_{22}(p)\,i_d]. \tag{6}$$

Энергетические спектры ланжевеновских источников (5), (6) $N_E(\omega)$, $N_I(\omega)$ и $N_{EI}(j\omega)$ определяют первичные шумовые параметры линейной системы ТС+ЭМП на частоте $\omega>0$ [3]:

$$N_E(\omega)=N_e(\omega)+|Z_{12}(j\omega)|^2\langle|i_{d\omega}|^2\rangle,\ N_I(\omega)=N_i(\omega)+$$
$$+|Z_{21}(j\omega)|^{-2}\langle|e_{d\omega}+Z'_{22}(j\omega)\,i_{d\omega}|^2\rangle,\ N_{EI}(j\omega)=N_{ei}(j\omega)+$$
$$+[Z_{12}(j\omega)/Z^*_{21}(j\omega)]\langle(e_{d\omega}i^*_{d\omega})+Z^*_{22}|i_{d\omega}|^2\rangle, \qquad (7)$$

где $N_e(\omega)=\langle|e_{1\omega}|^2\rangle$, $N_i(\omega)=\langle|i_{e\omega}|^2\rangle$ и $N_{ei}(j\omega)=\langle e_{1\omega}i^*_{f1\omega}\rangle$ — первичные шумовые параметры ТС; $\langle\cdot\rangle$ — символическая запись усреднения по ансамблю реализаций [5].

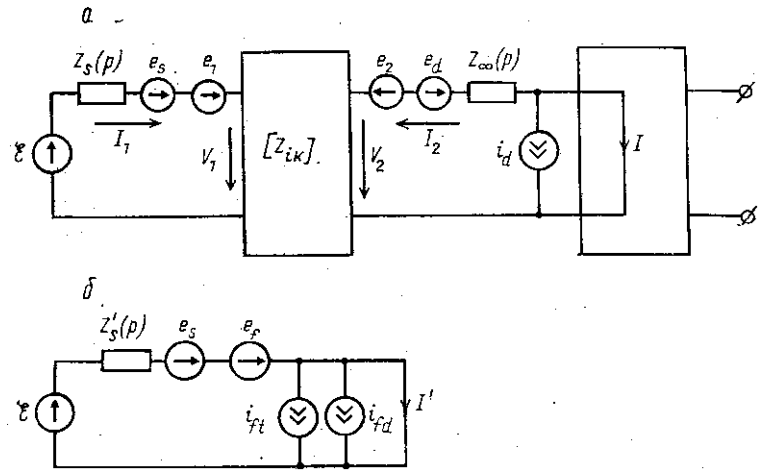

Рис. 1

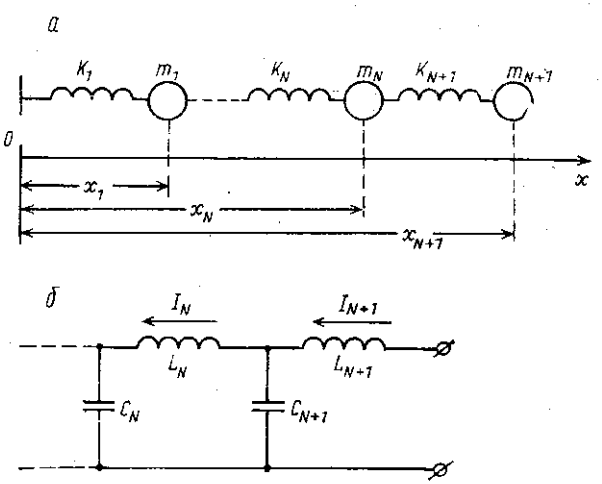

Рис. 2

Будем предполагать, что энергетические спектры ланжевеновских источников e_d и i_d, т. е. первичные шумовые параметры ЭПМ, известны. Тогда для расчета спектральной плотности введенных выше флуктуаций (5) по формулам (7) достаточно определить Z-параметры ТС как четырехполюсника, так как первичные шумовые параметры N_e, N_i и N_{ei} при известной матрице $[Z_{ik}(p)]$ [6] равны

$$N_e(\omega)=2\varkappa T\,\mathrm{Re}\,Z_{11}(j\omega),$$
$$N_i(\omega)=2\varkappa T\,\mathrm{Re}\,Z_{22}(j\omega), \qquad (8)$$
$$N_{ei}(j\omega)=\varkappa T\,[Z_{12}(j\omega)+Z^*_{21}(j\omega)]=2\varkappa T\,\mathrm{Re}\,Z_{12}(j\omega),$$

где $\varkappa$ — постоянная Больцмана, T — физическая температура.

3. Пусть $\mathbf{X}_n=\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ — вектор перемещений для исходной механической системы (рис. 2, *а*). Тогда функция Лагранжа подобной

системы при n степенях свободы ТС есть $\mathscr{L}_\mu(\mathbf{X}_n, p\mathbf{X}_n|n)$. Для механической системы с $n+1$ степенью свободы получим

$$\mathscr{L}_\mu(\mathbf{X}_{n+1}, pX_{n+1}|n+1) = \mathscr{L}_\mu(\mathbf{X}_n, p\mathbf{X}_n|n) + \\ + (1/2)\, m_{n+1}(pX_{n+1})^2 - (1/2)\, K_{n+1}(X_{n+1} - X_n)^2. \quad (9)$$

Для электрической цепи (рис. 2, *б*) имеем аналогичное выражение:

$$\mathscr{L}_e(\mathbf{q}_{n+1}, p\mathbf{q}_{n+1}|n+1) = \mathscr{L}_e(\mathbf{q}_n, p\mathbf{q}_n|n) + \\ + (1/2)\, L_{n+1}(pq_{n+1})^2 - (1/2)\, C_{n+1}(q_{n+1} - q_n)^2, \quad (10)$$

где $\mathbf{q}_n = \{q_1, q_2, ..., q_n\}$, q_i — заряд, прошедший через соответствующую индуктивность L_i к моменту времени t.

Из (9), (10), принимая во внимание формулы перехода от механической системы к электрической (2), можем получить рекуррентные соотношения для расчета динамических параметров $Z_{ik}(p|n+1)$ ТС с $n+1$ степенью свободы, воспользовавшись эквивалентной схемой на рис. 3:

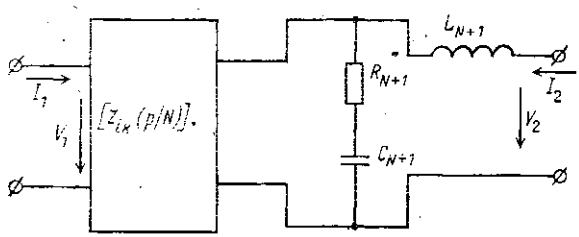

Рис. 3

$$Z_{11}(p|n+1) = Z_{11}(p|n) - Z_{12}(p|n)\, Z_{21}(p|n)/\Delta(p, n),$$
$$Z_{12}(p|n+1) = Z_{12}(p|n)\, Z_{n+1}(p)/\Delta(p, n),$$
$$Z_{21}(p|n+1) = Z_{21}(p|n)\, Z_{n+1}(p)/\Delta(p, n),$$
$$Z_{22}(p|n+1) = pL_{n+1} + Z_{22}(p|n)\, Z_{n+1}(p)/\Delta(p, n), \quad (11)$$

где $Z_{n+1}(p) = R_{n+1} + (pC_{n+1})^{-1}$, R_{n+1} — сопротивление потерь $n+1$ звена; $\Delta(p, n) = Z_{22}(p|n) + Z_{n+1}(p)$.

В соответствии с (11) для расчета элементов матрицы Z_{ik} при $n = 2, 3$ остается определить Z-параметры простейшего ТС, имеющего одну степень свободы, $n=1$:

$$Z_{11}(p|1) = Z_{12}(p|1) = Z_{21}(p|1) = R_2 + (pC_2)^{-1}, \\ Z_{22}(p|1) = pL_2 + R_2 + (pC_2)^{-1}. \quad (12)$$

Формулы (11), (12) позволяют найти динамические параметры произвольного ТС как линейного шумящего четырехполюсника. Первичные шумовые параметры подобного устройства определяются формулами (8).

4. Амплитуда порогового сигнала $(E_0)_{\min}$ для ТГА при рассчитанных по формулам (11), (12) и (8) первичных шумовых параметрах (7) является корнем уравнения $\rho_{\max}(E_0) = 1$, где $\rho_{\max}$ — отношение сигнал/шум при оптимальной фильтрации,

$$\rho_{\max} = \pi^{-1} \int_0^\infty |\mathscr{E}_\omega(j\omega, E_0)|^2\, d\omega / N(\omega). \quad (13)$$

Здесь

$$N(\omega)=N_s+N_E(\omega)+|Z_s'(j\omega)|^2 N_I(\omega)-2\,\mathrm{Re}\,[Z_s'^{*}(j\omega)\,N_{EI}(j\omega)], \qquad (14)$$

где $N_s=\langle |e_{s\omega}|^2\rangle=2\varkappa TR_1$, $Z_s'(j\omega)=Z_s(j\omega)+Z_{11}(j\omega)$ — импеданс нагруженного ГД.

5. Основным результатом работы является разработанный универсальный алгоритм исследования флуктуаций для ТГА с произвольным ТС. Анализ шумов в подобной системе, основанный на стандартном формализме теории линейных шумящих цепей, позволяет рассчитать первичные шумовые параметры упрощенной эквивалентной схемы (см. рис. 1, *б*) $N_E(\omega)$, $N_I(\omega)$ и $N_{EI}(j\omega)$ и определить верхнюю границу отношения сигнал/шум (13).

Как правило, в прикладных задачах $N(\omega)$ (14) представляет собой рациональную функцию частоты. Тогда без ограничения общности [6] можем записать, что

$$N(\omega)=|G_+(j\omega)|^2,$$

где $G_+(j\omega)=\sum_n B_n\,(j\omega)^n$; все корни $G_+(j\omega)$ лежат в верхней полуплоскости.

Поэтому при $\mathcal{E}(t)=E_0\delta(t)$ (подобная модель полезного сигнала находит широкое применение в теории ТГА; $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака) имеем

$$\rho_{\max}=E_0^2(2\pi)^{-1}\int_{-\infty}^{\infty} d\omega\,[G_+(j\omega)\,G_+^{*}(j\omega)]^{-1}$$

(интеграл — табличный [7]).

6. *Пример.* Расчет первичных шумовых параметров простейшего ТС с одной степенью свободы.

Из соотношений (12), принимая во внимание формулы перехода от электрических величин к механическим (2); а также формулы (8), находим

$$\begin{aligned} &N_F(\omega)=2\varkappa TH_2,\ N_U(\omega)=2\varkappa TH_2\omega^2(K_2^2+H_2^2\omega^2)^{-1},\\ &N_{FU}(j\omega)=2\varkappa TH_2(\omega)\,(K_2-i\omega H_2)^{-1}, \end{aligned} \qquad (15)$$

где F, U — механические сила и скорость (механические аналогии ЭДС и тока), K_2 и H_2 — жесткость и коэффициент трения ТС.

Анализ последней формулы показывает, что: 1) ланжевеновские источники шумов $F_1(t)$ и $U_2(t)$, обусловленные тепловыми флуктуациями ТС, оказываются коррелированными; 2) первичные шумовые параметры простейшего ТС с $n=1$ можно рассматривать как «постоянные» в окрестности сигнальной частоты $\omega_s=[(K_1+K_2)/m_1]^{1/2}$, где m_1 и K_1 — эквивалентная масса и жесткость ГД, K_2 — жесткость ТС. Это позволяет для оценки пороговой чувствительности ТГА с ТС при $n=1$ воспользоваться известными результатами [8]. В частности, минимальная «шумовая температура» ТС при малой диссипации в системе

$$(T_N)_{\min}\approx\varkappa^{-1}\,[N_F(\omega_s)\,N_U(\omega_s)-\mathrm{Im}^2N_{FU}(\omega_s)]^{1/2}\approx 2TQ_2^{-1},$$

где Q_2 — добротность ТС.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Брагинский В. Б., Митрофанов В. П., Панов В. И. Системы с малой диссипацией. М., 1981. [2] Бичак И., Руденко В. Н. Гравитационные волны в ОТО и проблемы их обнаружения. М., 1989. [3] Айнбиндер И. М. Шумы радиоприемников. М., 1974. [4] Филатов Г. А., Баев Е. Ф., Цымбалюк В. С. Низкочастотные механические фильтры. М., 1974. [5] Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Т. 1. М., 1974. [6] Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. М., 1972. [7] Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М., 1981. [8] Воронцов Ю. И. Теория и методы макроскопических измерений. М., 1989.

Поступила в редакцию
18.09.92
После переработки
17.03.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 1

УДК 530.145

ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ «ТРАНСФОРМАТОРА СМЕЩЕНИЯ» ПРИ ОБНАРУЖЕНИИ ИМПУЛЬСА СИЛЫ

А. В. Сырцев, Ф. Я. Халили
(кафедра молекулярной физики и физических измерений)

Найдена предельная чувствительность «трансформатора смещения» при слежении за координатой его второго осциллятора. Рассмотрен вопрос об улучшении чувствительности при измерении двумерной схемой по отношению к одномерной. Получены выражения для максимальной температуры и времени релаксации в первом осцилляторе.

В настоящее время, в частности в связи с задачей обнаружения гравитационных волн, весьма актуальной представляется проблема повышения чувствительности датчиков малых импульсов силы. В стандартном варианте такой датчик состоит из пробного объекта (механического осциллятора или свободной массы) и схемы, измеряющей координату пробного объекта [1]. Для резонансных датчиков (с пробным осциллятором) известным методом повышения чувствительности является использование промежуточного осциллятора с массой m, существенно меньшей массы основного осциллятора M и с той же собственной частотой ω_0 (рис. 1). Данная схема получила название «трансформатор смещения». Как легко показать, в этой схеме любая вариация амплитуды колебаний основного осциллятора за период биений перекачивается во второй осциллятор, увеличиваясь в $(M/m)^{1/2}$ раз, что и обеспечивает выигрыш в чувствительности.

Задача о чувствительности датчиков малых сил, использующих многомодовые пробные системы, была детально рассмотрена в работе [2]. В этой работе, однако, учитывались только флуктуации измеряющей схемы, сама же пробная система предполагалась идеальной. Целью настоящей работы является нахождение условий, когда система обнаружения с «трансформатором смещения» дает выигрыш в чувствительности с учетом как флуктуаций измеряющей схемы, так и диссипации и шумов в пробной системе.

Известно [3—5], что фундаментальные флуктуации измерителя координаты можно свести к двум: 1) флуктуационной силе, действую-