$$\beta_i(\varepsilon)=\sqrt{\frac{2m_i\varepsilon}{\hbar^2}},\ \beta_{12}(\varepsilon)=\sqrt{\frac{2\mu\varepsilon}{\hbar^2}}. \tag{13}$$

Приведенные выше определения позволяют найти асимптотическое поведение функций

$$\Psi_{(12)}(r_1,\ r_2,\ -E_0)\sim C_1F_0(r_1,\ r_2)+C_2F_{(12)}(r_1,\ r_2),$$

$$\Psi_{(1)\,(2)}(r_1,\ r_2,\ -E_0)\sim C_3F_0(r_1,\ r_2)+C_4F^{(1)}_{(1)\,(2)}(r_1,\ r_2)+C_5F^{(2)}_{(1)\,(2)}(r_1,\ r_2), \tag{14}$$

где коэффициенты C_i зависят от координат на малых расстояниях, а на больших, т. е. в асимптотике, могут быть заменены константами; F_0, $F_{(12)}$, $F^{(1)}_{(1)\,(2)}$ и $F^{(2)}_{(1)\,(2)}$ определяются соотношениями

$$F_0(r_1,\ r_2)=\frac{1}{|X|}\exp\{-\alpha_0|X|\},$$

$$F_{(12)}(r_1,\ r_2)=\frac{1}{|r_{12}|}\exp\{-a_{12}|r_{12}|\}\ \frac{1}{|R_{12}|}\exp\{-\beta_{12}(E_{12}-E_0)\ |R_{12}|\},$$

$$F^{(1)}_{(1)\,(2)}(r_1,\ r_2)=\frac{1}{|r_1|}\exp\{-\alpha_1|r_1|\}\frac{1}{|r_2|}\exp\{-\beta_2(E_1-E_0)\ |r_2|\},$$

$$F^{(2)}_{(1)\,(2)}(r_1,\ r_2)=\frac{1}{|r_1|}\exp\{-\beta_1|E_2-E_0|\ |r_1|\}\frac{1}{|r_2|}\exp\{-\alpha_2|r_2|\}. \tag{15}$$

Проводя анализ убывания асимптотических выражений методом, предложенным в [3], можно показать, что экспоненциальная функция в выражении для F_0 убывает быстрее или так же, как и экспоненциальные функции в выражениях для

$F_{(12)}$, $F^{(1)}_{(1)\,(2)}$ и $F^{(2)}_{(1)\,(2)}$.

Теперь мы имеем все необходимые сведения для определения асимптотики волновой функции квантовой системы двух частиц во внешнем поле:

$$\Psi(r_1,\ r_2,\ -E_0)\sim C_0F_0(r_1,\ r_2)+C_2F_{(12)}(r_1,\ r_2)+C_4F^{(1)}_{(1)\,(2)}(r_1,\ r_2)+$$
$$+C_5F^{(2)}_{(1)\,(2)}(r_1,\ r_2),\ r_1\to\infty,\ r_2\to\infty. \tag{16}$$

ЛИТЕРАТУРА

[1] Комаров В. В., Попова А. М., Шаблов В. Л.//ЭЧАЯ. 1983. **14.** С. 329. [2] Фаддев Л. Д.//Тр. МИАН СССР. 1963. Т. 69. [3] Меркурьев С. П.// Ядерная физика. 1974. **19.** С. 447. [4] Ситенко А. Г. Теория рассеяния. Киев, 1975.

Поступила в редакцию
14.04.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 1

УДК 536.75

НОВЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСШИХ ВИРИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРОСТЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Б. Сэджавын*)

(кафедра квантовой статистики)

На основе работ по ускоренной сходимости рядов теории возмущений развит новый метод нахождения высших вириальных коэффициентов для системы твердых сфер, превосходящий по точности их вычисления метод, основанный на решении уравнения Перкуса—Йевика, и метод аппроксимант Паде.

---

*) Монголия.

Уравнение состояния является фундаментальной характеристикой вещества. Один из методов статистического вывода уравнения состояния состоит в представлении сжимаемости $z=pv/\theta$ в виде ряда по степеням плотности — вириального разложения. Вириальные коэффициенты B_i выражаются через потенциал межмолекулярного взаимодействия и их вычисление представляет собой весьма сложную задачу [1]. Для простых жидкостей с короткодействующим потенциалом взаимодействия в форме потенциала твердых сфер в настоящее время известны численные значения только семи первых вириальных коэффициентов [1]:

$B_2(2\pi/3)\sigma^3$,

$B_3=(5/8)B_2^2$,

$B_4=0{,}28695\,B_2^3$,

$B_5=0{,}1104\,B_2^4$,

$B_6=0{,}0386\,B_2^5$,

$B_7=0{,}0138\,B_2^6$

где σ — диаметр сферы.

Проблема состоит в вычислении по соответствующим формулам [1] высших вириальных коэффициентов.

В данной статье решается задача определения этих коэффициентов по уже известным семи первым на основе предложенного в работах [2, 3] метода ускоренной сходимости рядов теории возмущений.

Известно [4], что

$$F=F_0+N\Theta\sum_{i=2}^{\infty}\frac{B_i}{i-1}\rho^{i-1}, \tag{2}$$

где F — свободная энергия рассматриваемой системы, F_0 — свободная энергия идеального газа, $\rho=1/v$ — плотность числа частиц.

С другой стороны, по новому методу [2, 3]

$$F=F_0-N\Theta m\ln q, \tag{3}$$

где $q=1-\sum\limits_{i=2}^{\infty}b_i\rho^{i-1}$, $m=n/2$, [n — число ближайших соседей частицы в системе. Коэффициенты b_i определяются через B_i. Действительно, разлагая (3) в ряд по степеням ρ и сравнивая это с рядом (2), определяем b_i через B_i, где $2\leqslant i\leqslant 7$, и полагаем $b_i=0$ при $i>7$.

Таким образом, мы получаем некоторую аппроксиманту для свободной энергии, полагая

$$q=1-\sum_{i=2}^{7}b_i\rho^{i-1}. \tag{4}$$

Далее, разлагая эту аппроксиманту в ряд по степеням ρ и сравнивая полученное разложение с (2), находим выражения для старших вириальных коэффициентов B_i, $i>7$. Так,

$$B_8=7m\,(b_2b_7+b_3b_6+b_2^2b_6+b_2^3b_5+b_2^4b_4+b_2^5b_3+2b_2^3b_3^2+$$

$$+(3/2)\,b_2^2b_3b_4+b_2b_4^2+b_2b_3^3+2b_2b_3b_5+b_3^2b_4+b_4b_5+b_2^7/7),$$

$$B_9=8m\,(b_2^2b_7+b_3b_7+b_2^3b_6+b_2^4b_5+b_2^5b_4+b_2^6b_3+(3/2)\,b_2^2b_4^2+4b_2^3b_3b_4+$$

$$+2b_2^2b_3^3+(5/2)\,b_2^4b_3^2+3b_2^2b_3b_5+2b_2b_3b_6+2b_2b_4b_5+3b_2b_3^2b_4+$$

$$+b_4b_6+b_3b_4^2+b_3^2b_5+b_3^4/4+b_5^2/2+b_2^8/8)$$

и т. д.

В результате вычисления при $m=6$ находим

$$\begin{aligned} B_8/B_2^7 &= 4{,}5508 \cdot 10^{-3}, \\ B_9/B_2^8 &= 1{,}8534 \cdot 10^{-3}, \\ B_{10}/B_2^9 &= 7{,}2118 \cdot 10^{-4}, \\ B_{11}/B_2^{10} &= 2{,}3137 \cdot 10^{-4}, \\ B_{12}/B_2^{11} &= 9{,}2332 \cdot 10^{-5}. \end{aligned} \tag{5}$$

Как следует из (1), величина найденного по изложенному способу последующего вириального коэффициента по известным предыдущим все больше и больше приближается к вычисленному его значению по мере увеличения порядкового номера коэффициента.

Так, найденная величина B_7/B_2^6 по шести первым коэффициентам отличается от его вычисленного значения $B_7/B_2^6=0{,}0138$ на 0,7%, а полученный по пяти первым коэффициентам шестой вириальный коэффициент $B_6/B_2^5=0{,}0357$ ближе к истинному 0,0386, чем его значения 0,0273 и 0,0448, вычисленные соответственно из уравнения для давления и из уравнения для сжимаемости на основе решения уравнения Перкуса—Йевика [3, 5]. Поэтому можно надеяться, что полученные нами высшие вириальные коэффициенты (5) близки к их истинным значениям, которые в настоящее время неизвестны [1].

Автор благодарен проф. И. П. Базарову за постановку задачи и обсуждение результатов ее решения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Мейсон Э., Сперлинг Т. Вириальное уравнение состояния. М., 1972. [2] Базаров И. П., Николаев П. Н.//ДАН СССР. 1982. **267**, № 6. С. 1344. [3] Базаров И. П., Николаев П. Н. Теория систем многих частиц. М., 1984. [4] Базаров И. П., Геворкян Э. В., Николаев П. Н. Термодинамика и статистическая физика. М., 1985. [5] Балеску Р. Равновесная и неравновесная статистическая механика. М., 1978. Т. 1.

Поступила в редакцию
01.06.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 1

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.385.6

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВУХСЕКЦИОННОГО СВЧ-УМНОЖИТЕЛЯ ЧАСТОТЫ ЧЕРЕНКОВСКОГО ТИПА С РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ

А. Ф. Александров, С. Ю. Галузо, В. И. Канавец, А. М. Кузнецов
(кафедра физической электроники)

На основе численного анализа нелинейных уравнений взаимодействия релятивистского электронного пучка с электромагнитным полем замедляющей системы в одноволновом приближении моделируется работа двухсекционного СВЧ-умножителя частоты черенковского типа с параметрами, близкими к экспериментальным.

Одним из возможных способов обеспечения одночастотного режима работы в СВЧ-устройствах с пространственно-развитыми волноводными системами является их построение по принципу умножителей частоты. В этом случае электронный пучок предварительно модулируется на относительно низкой частоте в первой секции, поперечные размеры которой порядка длины волны, а полезный сигнал выделяется как сигнал высшей гармоники в выходной секции с теми же поперечными размерами, но на существенно более короткой длине волны [1].