ЛИТЕРАТУРА

[1] Suhl H.//J. Phys. Chem. Solids. 1957. 1, N 4. P. 209. [2] Schlömann E., Joseph R.//J. Appl. Phys. 1961. 32, N 6. P. 1006. [3] Мелков Г. А.//ЖЭТФ. 1976. 70. С. 1325. [4] Мелков Г. А., Шолом С. В.//ФТТ. 1987. 29. С. 3257. [5] Львов В. С., Рубенчик А. Н. Препринт ИАиЭ СО АН СССР № 31. Новосибирск, 1976. [6] Черепанов В. Б. Некоторые вопросы нелинейной теории параметрического возбуждения волн: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Новосибирск, 1980. [7] Горшков А. С., Марченко В. С., Целыковский А. Ф.//ЖТФ. 1968. 38. С. 379. [8] Горшков А. С., Лаврова О. А.//Радиотехн. и электроника. 1968. 13. С. 1516. [9] Яковлев Ю. М., Генделев С. Ш. Монокристаллы ферритов в радиоэлектронике. М., 1975. [10] Patton C. E.//Proc. Int. Conf., Ferrites. Kyoto, Japan, 1970. P. 524. [11] Sparks M. Ferromagnetic Relaxation Theory. N. Y., L., 1964. [12] Kaboš P., Wilber W. D., Patton C. E.//Proc. 7th Int. Conf. on Microwave Ferrites. ČSSR, Smolenice, 1984. P. 23. [13] Patton C. E., Jantz W.// //J. Appl. Phys. 1979. 50, N 11. P. 7082.

Поступила в редакцию
16.06.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 2

УДК 533.951

О СТАЦИОНАРНОМ СОСТОЯНИИ ПЛОСКОГО ДИОДА

И. М. Алешин, Л. С. Кузьменков
(кафедра теоретической физики)

Исследовано стационарное состояние плоского диода на основе кинетической теории. Показано, что в отличие от результатов расчета в рамках холодной гидродинамики электронная плотность в диоде везде конечна, а ее максимальное значение определяется входным током и температурой частиц. Полученные результаты могут быть полезны для расчета приборов с виртуальным катодом.

Стационарное состояние плоского диода подробно исследовано для двух предельных значений параметра $\xi \equiv v_T/v_0$: $\xi=0$ и $\xi=\infty$, где $v_T = (T/m)^{1/2}$ — тепловая скорость частиц, v_0 — средняя скорость инжекции (см., напр., [1, 2]). В отличие от случая нулевой скорости инжекции пучка ($\xi=0$) при $\xi \gg 1$ переход в режим значительного отражения частиц от виртуального катода происходит скачком, когда при увеличении безразмерного тока $I=4\pi n_0 e^2 d^2/m v_0^2$ его величина превысит некоторое значение I_1 (e, n_0 — заряд электронов и их плотность у катода соответственно, d — расстояние между электродами). Изменение параметра I в обратную сторону приводит к выходу из этого режима, но при $I_2 < I_1$. Расчеты значений I_1 и I_2 для нулевой температуры электронов приведены в [1, 2].

Ниже показано, что при увеличении температуры частиц ток I_1 уменьшается, в то время как I_2, наоборот, возрастает, так что при некотором значении $\xi=\xi^*$ величина I_1 становится равной I_2 и явление скачка потенциала уже не имеет места. При конечном значении ξ электронная плотность конечна в любой точке внутри диода. Ее максимальная величина оказывается порядка $1/\sqrt{\xi}$. Таким образом, в диоде достигается тем большее значение максимума плотности, чем меньше тепловой разброс скоростей электронов. Представляло бы интерес проверить экспериментально эту простую количественную зависимость. С теоретической точки зрения использование кинетической теории для расчета процессов в диоде имеет преимущество по сравнению с методами холодной гидродинамики, приводящими к бесконечному значению электронной плотности [3]. Поэтому для решения задачи ниже используются уравнения физической кинетики.

Для электронного потока достаточно высокой плотности справедливо бесстолкновительное приближение. Функция распределения частиц f и электрический потенциал Φ удовлетворяют в этом случае системе уравнений Власова—Пуассона. В стационарном случае имеем

$$u\frac{\partial f}{\partial x}-\frac{1}{2}\frac{d\varphi}{dx}\frac{\partial f}{\partial u}=0,$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}=-2I\int\limits_{-\infty}^{\infty}du f(u,\ \varphi(x)). \tag{1a}$$

Граничные условия на катоде и аноде имеют вид

$$\varphi(0)=\varphi_1,\ \varphi(1)=\varphi_2, \tag{1б}$$

и

$$f(0)=f_0(u). \tag{1в}$$

Здесь введены безразмерные величины $u=v_z/v_0$, $\varphi=2e\Phi/mv_0^2$ и $x=z/d$, где z — координата вдоль направления пучка. Предполагается, как обычно [1], что создано сильное магнитное поле, перпендикулярное пластинам диода, так что движение электронов одномерно. Кроме того, для простоты положим $\varphi_1=\varphi_2=0$.

Решение первого уравнения (1а) есть произвольная функция интегралов движения уравнений для характеристик. В стационарном случае имеется лишь один нетривиальный интеграл $\sigma\equiv u^2+\varphi(x)$, так что $f=f(\sigma)$. Явный вид зависимости $f(\sigma)$ определяется из граничного условия (1в).

Используя полученное решение, уравнения (1а) можно свести к уравнениям только для потенциала:

$$\frac{d^2\varphi_\alpha}{dx^2}=-2I\left[\frac{n_\beta}{n_0}\int\limits_{\sqrt{\varphi_m-\varphi}}^{\infty}f(\sigma)\,du+2\,\frac{n_\alpha}{n_0}\int\limits_{0}^{\sqrt{\varphi_m-\varphi}}f(\sigma)\,du\right]\equiv-2IN_\alpha(\varphi), \tag{2а}$$

$$\frac{d^2\varphi_\beta}{dx^2}=-2I\,\frac{n_\beta}{n_0}\int\limits_{\sqrt{\varphi_m-\varphi}}^{\infty}f(\sigma)\,du\equiv-2IN_\beta(\varphi). \tag{2б}$$

Здесь индексы «α» и «β» относятся к областям $(0,\ x_m)$ и $[x_m, 1]$ соответственно, φ_m — максимальное значение потенциала φ, которое достигается в плоскости $x=x_m$,

$$\frac{n_\alpha}{n_0}=\int\limits_{0}^{\sqrt{\varphi_m}}f_0(u)\,du,\ \ \frac{n_\beta}{n_0}=\int\limits_{\sqrt{\varphi_m}}^{\infty}f_0(u)\,du,\ \ n_\alpha+n_\beta=n_0. \tag{2в}$$

Выберем f_0 в виде максвелловского распределения, сдвинутого от начала координат на величину v_0 в пространстве скоростей. Если $\varphi_m<(1-\xi)^2$, то током отраженных частиц можно пренебречь. При этом $n_\alpha\approx0$, $n_\beta\approx n_0$ и уравнения (2а) и (2б) совпадают. Тогда в режиме полного прохождения тока при любых $x\in[0, 1]$ справедливо уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2}=-2I\sqrt{\frac{\lambda}{\pi}}\int\limits_{\sqrt{\varphi_m-\varphi}}^{\infty}\exp\{-\lambda(1-(1-\sqrt{u^2+\varphi})^2)\}\,du\equiv2IN(\varphi), \tag{3}$$

$$\lambda\equiv mv_0^2/(2T)=1/(2\xi^2).$$

Для вычисления интеграла в (3) при низких температурах электронов ($\lambda \gg 1$) можно использовать асимптотический метод Лапласа. Такой метод применялся в [4]. Однако полученные там выражения не справедливы при $\varphi \approx 1$, так как при этом условии подэкспоненциальное выражение имеет в точке своего минимума ноль четвертого, а не второго порядка, в отличие от случая $\varphi < 1$ [5]. Физически это соответствует появлению значительного тока отражения частиц. Асимптотические значения правой части (3) имеют вид

$$N(\varphi) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{1-\varphi}} + \dfrac{3\varphi}{4\lambda(1-\varphi)^{5/2}}, & \varphi < \varphi^*, \\ \dfrac{\lambda}{2\sqrt{2\pi}} \left(\varphi \Gamma(3/4) + \Gamma(1/4) \dfrac{1}{\sqrt{\lambda}} \right), & \varphi > \varphi^*. \end{cases} \tag{4}$$

Значение $\varphi^* \approx 1 - 1{,}5\lambda^{-1/4}$ определяется из условия непрерывности асимптотики (4) в этой точке.

Интегрируя (3) с использованием функции $N(\varphi)$ из (4) два раза и учитывая граничные условия (1б) и условие $\varphi'(x_m) = 0$, получаем неявную зависимость максимума потенциала φ_m от параметра I (как известно, для каждого $I \in (I_2, I_1)$ существует три значения φ_m [1, 2]):

$$I = \left[\int_0^{\varphi_m} \frac{d\varphi}{\sqrt{M(\varphi) - M(\varphi^*)}} \right]^2, \tag{5}$$

$$M(\varphi) \equiv \int_0^{\varphi_m} N(\varphi)\, d\varphi.$$

Из (5) следует выражение для критического тока I_1, найденное ранее в [4]:

$$I_1 \approx I_{1\text{cold}}(1 - a_1/\lambda) + O(1/\lambda^2). \tag{6а}$$

Формулы (4)—(5) позволяют кроме этого получить аналитическую формулу для критического тока I_2, определяемого равенством

$$I_2 = \left[\int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{\sqrt{M(\varphi) - M(\varphi^*)}} \right]^2. \tag{6б}$$

Эта формула имеет вид

$$I_2 \approx I_{2\,\text{cold}}(1 + 1{,}2/\lambda^{1/4} - 3{,}52/\lambda^{1/2} + 7{,}9/\lambda^{3/4} - 6{,}2/\lambda) + o(1/\lambda). \tag{6в}$$

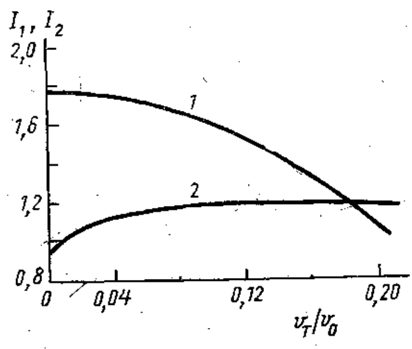

Рис. 1. Температурная зависимость предельных токов I_1 (1) и I_2 (2)

Здесь $I_{1\text{cold}}$, $I_{2\text{cold}}$ — гидродинамические значения величин I_1, I_2; a_1 — константа.

На рис. 1 приведены графики зависимостей (6а) и (6в). Асимптотика (6в) практически совпадает с кривой, полученной из численных расчетов по формуле (6б). Из рисунка видно, что при некотором $\xi = v_T/v_0$ величина I_1 становится равной I_2. Зависимость $\varphi_m(I)$ при этом становится однозначной, т. е. скачок потенциала не имеет места.

Для расчетов пространственного распределения электрического потенциала и электронной плотности при конечной температуре частиц удобно вместо максвелловского распределения использовать модельное:

$$f_0=\frac{n_0}{2q}\Theta(q^2-(1-u)^2),\ q=\Delta v/v_0<1, \tag{7}$$

$\Theta(x)$ — функция Хевисайда. То есть скорости влетающих электронов распределены равномерно относительно v_0, ширина функции распределения равна $2\Delta v$. Тогда интегралы в (2) вычисляются точно. В результате вычислений находим

$$N_\alpha=\frac{1}{2q}\begin{cases}0, & \varphi_m<(1-q)^2,\\ \sqrt{\varphi_m-\varphi}-\sqrt{(1-q)^2-\varphi}, & \varphi<(1+q)^2\ \&\ (1-q)^2<\varphi_m<(1+q)^2,\\ \sqrt{\varphi_m-\varphi}, & (1-q)^2<\varphi<(1+q)^2\ \&\\ & \&\ (1-q)^2<\varphi_m<(1+q^2),\end{cases} \tag{8а}$$

$$N_\beta=\frac{1}{2q}\begin{cases}\sqrt{(1+q)^2-\varphi}-\sqrt{(1-q)^2-\varphi}, & \varphi_m<(1-q)^2,\\ \sqrt{(1+q)^2-\varphi}-\sqrt{\varphi_m-\varphi}, & (1-q)^2<\varphi_m<(1+q)^2,\\ 0, & \varphi_m>(1+q)^2,\end{cases} \tag{8б}$$

$$\frac{n_\alpha}{n_0}=\frac{1}{2q}\begin{cases}0,\\ \sqrt{\varphi_m}-1+q,\end{cases}\quad \frac{n_\beta}{n_0}=\frac{1}{2q}\begin{cases}1+q-\sqrt{\varphi_m}, & \varphi_m<(1-q)^2,\\ 0, & (1-q)^2<\varphi_m<(1+q)^2.\end{cases} \tag{8в}$$

Из (8) следует, что безразмерная электронная плотность $2IN_{\alpha;\beta}$ при конечных значениях $q\,(\sim\xi)$ конечна и пропорциональна $1/\sqrt{\xi}$. При малых q формулы (8а—8в) переходят в (4), если положить $q=3^{1/4}\xi$. При этом условии для низких температур электронов максвелловское распределение хорошо аппроксимируется распределением (7). Используя (8а, б) и интегрируя уравнения (2а)—(2б) два раза, получаем решение уравнений (2) в квадратурах:

$$x-x_m=\mp\frac{1}{\sqrt{4I}}\int\limits_{\varphi_{\alpha,\beta}}^{\varphi_m}dz\cdot Q_{\alpha,\beta}^{-1/2}(z,\ \varphi_m), \tag{9}$$

$$Q_{\alpha,\beta}=M_{\alpha,\beta}(\varphi_{\alpha,\beta},\ \varphi_m)-M_{\alpha,\beta}(\varphi_m,\ \varphi_m),$$

а с учетом граничных условий — неявные зависимости $\varphi_m(I)$ и $x_m(I)$:

$$I=(R_\alpha+R_\beta)^2/4,\ x_m=R_\alpha/(R_\alpha+R_\beta),\ R_{\alpha,\beta}=\int\limits_0^{\varphi_m}dz\cdot Q_{\alpha,\beta}^{-1/2}(z,\ \varphi_m).$$

Последовательность кривых *1—5* на рис. 2 иллюстрирует динамику пространственного распределения плотности заряда и потенциала в диоде при изменении значения φ_m от $(1-\xi)^2$ до $(1+\xi)^2$. С возрастанием тока начиная от величины I_2 $(\varphi_m=(1-\xi)^2)$ кривые $N(x)$ и $\varphi(x)$ становятся несимметричными относительно центра прибора. Происходит размывание максимума плотности (кривая *1*), при этом тепловой разброс электронов приводит к его раздвоению (кривая *2*). Дальнейшее увеличение входного тока разрушает это состояние (кривые *3—5*). Для наблюдения раздвоения максимума концентрации частиц можно, например, поместить в диод дополнительный электрод в плоскости $x=x_m$

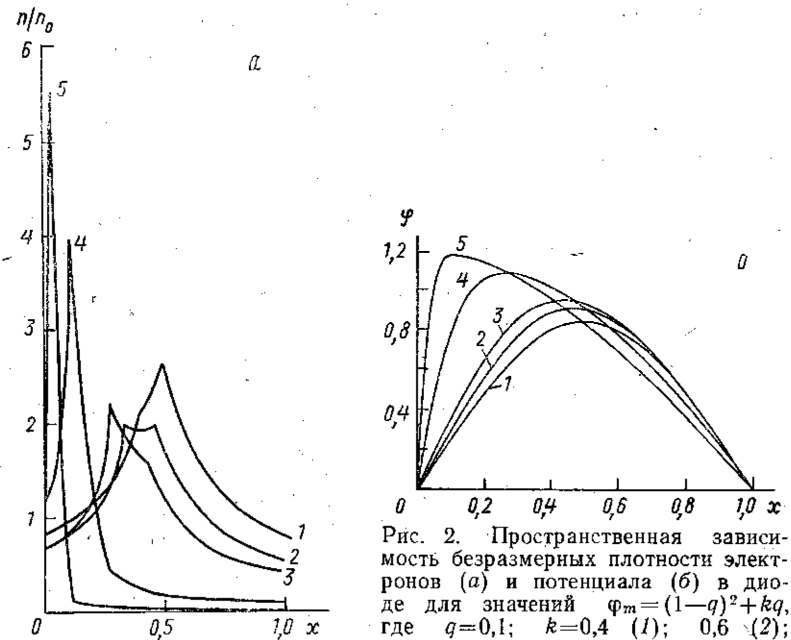

Рис. 2. Пространственная зависимость безразмерных плотности электронов (*а*) и потенциала (*б*) в диоде для значений $\varphi_m=(1-q)^2+kq$, где $q=0{,}1$; $k=0{,}4$ (*1*); 0,6 (*2*); 1 (*3*); 2,1 (*4*) и 3,6 (*5*)

при потенциале $\varphi=\varphi_m$, так как состояние с большим отраженным током частиц неустойчиво относительно колебаний виртуального катода [6]. Отметим, что явление имеет место для ленгмюровских волн большой амплитуды [5].

На рис. 3 изображена зависимость положения вертуального катода (x_m) при двух разных значениях q. При фиксированном значении входного тока I виртуальный катод образуется тем ближе к аноду, чем выше температура частиц.

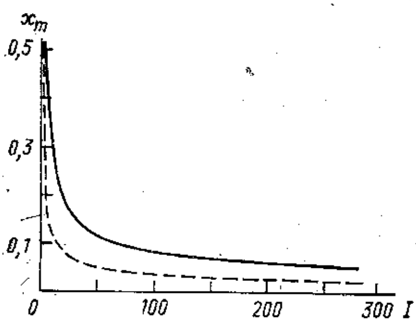

Рис. 3. Зависимость координаты виртуального катода x_m от входного тока I для $q=0$ (штриховая кривая) и $q=0{,}1$ (сплошная)

ЛИТЕРАТУРА

[1] Гвоздовер С. Д. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. М., 1956. [2] Кирштейн П. Т. и др. Формирование электронных пучков. М., 1970. [3] Coutsias E. A.//J. Plasma Phys. 1988. **40.** P. 369. [4] Coutsias E. A.//J. Plasma Phys. 1984. **31.** P. 313. [5] Алешин И. М., Дрофа М. А., Кузьменков Л. С.//Физ. плазмы. 1993. **19.** С. 1004. [6] Coutsias E. A.//Phys. Rev. 1983. **A 27.** P. 1535.

Поступила в редакцию
15.09.93