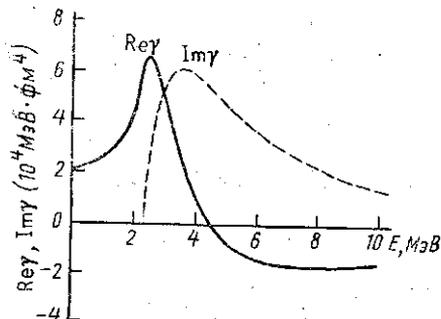


Этом параметр E_0 интерпретируется как средняя энергия ионизации атома и является подгоночным. Аналогичный параметр был введен в



Зависимости $Re\gamma$ и $Im\gamma$ от энергии E налетающего дейтрона в лабораторной системе для реакции $d + {}^{208}\text{Pb}$

работах [20, 21] в двухчастичную кулоновскую функцию Грина при замене ее матричных элементов в координатном представлении δ -функцией при вычислении второго борновского приближения амплитуды реакции ($e, 2e$). Как видно из проведенного выше рассмотрения, являющегося более строгим подходом к задаче, не возникает никаких дополнительных параметров.

Таким образом, развитый асимптотический метод построения поляризационного потенциала может быть применен к задачам ионизации атомов и их перезарядки в области энергий, где существенен вклад

второго борновского приближения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Бом Д. Квантовая теория. М., 1985. [2] Балашов В. В. Квантовая теория столкновений. М., 1985. [3] Nemetz O. F., Pugatch V. M., Karpapov F. I. et al. // Proc. 1 Int. School on Nucl. Phys. Kiev. 1990. P. 11. [4] Кузьми-чев В. Е., Пересылкин В. В. // Ядерная физика. 1990. 51, № 1. С. 103. [5] Kharshchenko V. F., Shadchin S. A. // Few-Body System. 1989. V. 6. P. 45. [6] Бэрк Ф. Дж. Потенциальное рассеяние в атомной физике. М., 1980. [7] Mittleman M. H., Watson K. M. // Phys. Rev. 1959. 113. P. 198. [8] Komarov V. V., Green A. M., Porova A. M., Shablov V. L. // Mod. Phys. Lett. 1987. A2, N 2. P. 81. [9] Кучнев М. Ю., Шейнерман С. А. // ЖЭТФ. 1985. 90, № 5. С. 1680. [10] Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М., 1969. [11] Тейлор Дж. Теория рассеяния. М., 1975. [12] Веселова А. М. // ТМФ. 1978. 35. С. 180. [13] Меркурьев С. П., Фаддеев Л. Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М., 1985. [14] Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 4: Анализ операторов. М., 1982. [15] Balslev E., Combes J. M. // Comm. Math. Phys. 1971. 22. P. 280. [16] Simon B. // Ann. Math. 1973. 97. P. 247. [17] Joachain C. J. Quantum Collision Theory. North-Holland, 1975. [18] Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции, распады в нерелятивистской квантовой механике. М., 1971. [19] Joachain C. J., Mittleman M. H. // Phys. Rev. 1971. A4. P. 1492. [20] Vignon F. W., Joachain C. J., Piraux V. // J. Phys. V. 1980. 13. P. 673. [21] Попов Ю. В., Кузьмина Н. М. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. 33, № 1. С. 29.

Поступила в редакцию
27.10.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 3

УДК 510.64.649:53.087.088.7

О ПРОБЛЕМЕ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТА С НЕЧЕТКОЙ МОДЕЛЬЮ

Ю. П. Пытьев, Б. И. Волков, В. П. Манолов*

(кафедра компьютерных методов физики)

Анализируется концепция измерительно-вычислительной системы (ИВС) для научных исследований и рассматриваются ее свойства, такие, в частности, как качество интерпретации измерения, четкость, надежность интерпретации, надежность модели ИВС и т. д. На примерах простейших задач интерпретации рассмотрены результаты асимптотического исследования и компьютерного моделирования экспериментов с нечеткой моделью.

* — Болгария.

Концепция надежности модели и надежности интерпретации измерений, разработанная в теории измерительно-вычислительных систем (ИВС), позволяет реализовать эффективный диалог исследователя и ИВС [1—4]. В режиме диалога исследователь может изменять модель, основываясь на своем научном опыте, сообщать ИВС факты, дополняющие измерения, и т. д. Сопутствующие значения надежности позволяют контролировать, насколько непротиворечива информация, исползуемая при интерпретации измерений.

Модели измерения и интерпретации

Для решения задачи интерпретации измерения на ИВС привлекаются две модели — модель измерения и модель интерпретации входного сигнала [4]. Нечеткая модель измерения на ИВС определяется в виде нечеткого отношения [5] M на $\mathcal{S} \times \mathcal{F}$ с характеристической функцией $\mu_M(\cdot, \cdot)$, значение которой $\mu_M(\xi, f)$ связывает сигнал $f \in \mathcal{F}$, подаваемый на вход ИВС, и результат измерения $\xi \in \mathcal{S}$. При этом результатом измерения $\xi \in \mathcal{S}$ является нечеткое множество $\mathcal{F}(\xi)$ входных сигналов ИВС $f \in \mathcal{F}$ с характеристической функцией (ХФ) $\mu_M(\xi, f)$, $f \in \mathcal{F}$, значение $\mu_M(\xi, f)$ которой показывает, в какой степени $f \in \mathcal{F}$ можно считать входным сигналом ИВС [5]. Нечеткую модель измерения можно задать и как нечеткое отображение $\xi \rightarrow \mathcal{F}(\xi)$.

Надежность модели измерения

$$\alpha(\xi) = \sup \{ \mu_M(\xi, f) \mid f \in \mathcal{F} \} \quad (1)$$

и условная надежность модели измерения $\alpha_0(\xi) = \alpha(\xi)/\alpha_0$, где $\alpha_0 = \sup \{ \mu_M(\xi, f) \mid \xi \in \mathcal{S}, f \in \mathcal{F} \}$ — априорная надежность модели измерения, показывают, в какой мере результат измерения $\xi \in \mathcal{S}$ согласуется с принятой моделью измерения M .

Нечеткая модель интерпретации входного сигнала $f \in \mathcal{F}$ определяется как нечеткое отношение I на $\mathcal{F} \times \mathcal{U}$ с ХФ $\mu_I(f, u)$, связывающее значение входного сигнала $f \in \mathcal{F}$ и значение параметров исследуемого объекта $u \in \mathcal{U}$. При каждом $f \in \mathcal{F}$ параметры исследуемого объекта определяются как нечеткая переменная $u \in \mathcal{U}$ с ХФ $\mu_I(f, u)$, $u \in \mathcal{U}$.

Нечеткая модель интерпретации измерения $\xi \in \mathcal{S}$ определяется как композиция нечетких отношений M и I и является нечетким отношением на $\mathcal{S} \times \mathcal{U}$ с ХФ

$$\mu_R(\xi, u) = \sup_{f \in \mathcal{F}} \min(\mu_M(\xi, f), \mu_I(f, u)), \quad \xi \in \mathcal{S}, u \in \mathcal{U}. \quad (2)$$

При этом каждому результату измерения $\xi \in \mathcal{S}$ ставится в соответствие нечеткое множество параметров исследуемого объекта $u \in \mathcal{U}$ с ХФ $\mu_R(\xi, u)$, $u \in \mathcal{U}$.

Надежность интерпретации

$$\beta(\xi) = \sup_{u \in \mathcal{U}} \mu_R(\xi, u) \quad (3)$$

и условная надежность интерпретации измерения $\beta_0(\xi) = \beta(\xi)/\beta_0$, где $\beta_0 = \sup \{ \mu_I(f, u) \mid f \in \mathcal{F}, u \in \mathcal{U} \}$ — априорная надежность интерпретации входного сигнала, показывают, насколько согласуется результат измерения $\xi \in \mathcal{S}$ с принятыми моделями M и I . Очевидно, $\beta(\xi) < \alpha(\xi)$, $\xi \in \mathcal{S}$.

Качество нечеткой интерпретации измерения

Понятно, что качество интерпретации тем выше, чем выше надежность и чем выше «четкость», т. е. чем «выше и уже» ХФ $\mu(u)$, $u \in \mathcal{U}$, при каждом $\xi \in \mathcal{S}$. Рассмотрим две ХФ — $\mu(u)$ и $\mu(u)$, $u \in \mathcal{U}$,

определяющие параметры исследуемого объекта как нечеткие элементы \mathcal{U} [5] (зависимость от ξ опущена). Пусть

$$\mathcal{U}_\lambda = \{u \in \mathcal{U}, \mu(u) \geq \lambda\}, \lambda \in [0, 1], \Lambda(\mu) = \{\lambda \in [0, 1], \mathcal{U}_\lambda \neq \emptyset\}.$$

Определение 1. Если $\forall \lambda \in \Lambda(\tilde{\mu}) \quad \mathcal{U}_\lambda \subset \tilde{\mathcal{U}}_\lambda$, то интерпретацию, основанную на $\mu(\cdot)$, назовем не менее четкой в широком смысле, чем основанную на $\tilde{\mu}(\cdot)$.

Определение 2. Если $\forall \tilde{\lambda} \in \Lambda(\tilde{\mu}) \quad \exists \lambda \in \Lambda(\mu), \lambda < \tilde{\lambda}$, такое, что $\mathcal{U}_\lambda \subset \tilde{\mathcal{U}}_{\tilde{\lambda}}$, то интерпретацию, основанную на $\mu(\cdot)$, назовем не менее четкой, чем основанную на $\tilde{\mu}(\cdot)$.

Определение 3. Если $\forall \tilde{\lambda} \in \Lambda(\tilde{\mu}) \quad \exists \lambda \in \Lambda(\mu), \lambda > \tilde{\lambda}$, такое, что $\mathcal{U}_\lambda \subset \tilde{\mathcal{U}}_{\tilde{\lambda}}$, то интерпретацию, основанную на $\mu(\cdot)$, назовем не менее надежной, чем основанную на $\tilde{\mu}(\cdot)$.

Определение 4. Если $\Lambda(\tilde{\mu}) \subset \Lambda(\mu)$ и $\forall \lambda \in \Lambda(\tilde{\mu}), \mathcal{U}_\lambda \subset \tilde{\mathcal{U}}_\lambda$, то интерпретацию, основанную на $\mu(\cdot)$, назовем не менее качественной, чем основанную на $\tilde{\mu}(\cdot)$.

В качестве примеров рассмотрим несколько простых задач, типичных для экспериментальных исследований.

Задача определения прямой по точкам

Рассмотрим задачу определения прямой $\mathcal{L} \in \mathcal{R}_2$ по результатам $\xi^{(m)} = (\xi_1, \dots, \xi_m)$ измерений m точек, лежащих на \mathcal{L} , в случае нечеткой модели ошибок измерений. Пусть

$$\xi_i = x_i + v_i, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

— схема измерений, в которой $x_i \in \mathcal{L}, i = 1, 2, \dots, m, v = (v_1, \dots, v_m)$ — нечеткий вектор ошибок с ХФ $\mu^{(m)}(v^{(m)}) = \gamma^{(m)}(v_1, \dots, v_m), v^{(m)} \in (\mathcal{R}_2)^m$. Нечеткая модель измерений в данном случае задана ХФ $\mu_M(\xi, f) = \mu^{(m)}(\xi^{(m)} - f^{(m)})$, $\xi^{(m)} = (\xi_1, \dots, \xi_m), f^{(m)} = (f_1, \dots, f_m)$. Если $\mathcal{L} = \{x \in \mathcal{R}_2, (n, x) = \|n\|^2\}$, где $(n, x) = \|n\|^2, x \in \mathcal{R}_2$, — уравнение искомой (априори произвольной) прямой, n — вектор нормали к $\mathcal{L}, \|n\|$ — расстояние от \mathcal{L} до начала координат, то в принятых терминах $n = u(f) \in \mathcal{U} = \mathcal{R}_2$ — вектор параметров объекта, $f = f^{(m)} \in \mathcal{F} \subset (\mathcal{R}_2)^{(m)}$ — «входной сигнал», измеряемый согласно схеме (4) [6], $\mathcal{F} = \bigcup_{n \in \mathcal{R}_2} \mathcal{F}(n), \mathcal{F}(n) = \{f \in (\mathcal{R}_2)^{(m)}, (x_i, n) = \|n\|^2, i = 1, \dots, m\}$. Модель интерпретации сигнала в данном случае задана «четким» отношением в $\mathcal{F} \times \mathcal{R}_2$ с ХФ

$$\chi(f, n) = \begin{cases} 1, & f \in \mathcal{F}(n), \\ 0, & f \in \mathcal{F} \setminus \mathcal{F}(n) \end{cases} \quad f \in \mathcal{F}, n \in \mathcal{R}_2. \quad (5)$$

Решением задачи интерпретации измерений (1) является нечеткое отображение $(\mathcal{R}_2)^{(m)}$ в \mathcal{R}_2 , ставящее в соответствие вектору $\xi^{(m)} \in (\mathcal{R}_2)^{(m)}$ нечеткий вектор нормали $n \in \mathcal{R}_2$ с ХФ

$$\mu^{(m)}(\xi^{(m)}, n) = \sup \{\gamma^{(m)}(v_1, \dots, v_m) \mid v_i \in \mathcal{R}_2, (n, \xi_i - v_i) = \|n\|^2, i = 1, 2, \dots, m\}, n \in \mathcal{R}_2. \quad (6)$$

Если измерения (4) независимы и равноточны, т. е. все $v_i, i = 1, 2, \dots, m$, — одинаковые нечеткие векторы с ХФ $\mu(v), v \in \mathcal{R}_2$, то в (6) в соответствии с [5]

$$\mu^{(m)}(v_1, \dots, v_m) = \min(\mu(v_1), \dots, \mu(v_m)), v_i \in \mathcal{R}_2, i = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

В этом случае $\mu^{(m)}(\xi^{(m)}, n) \leq \mu^{(k)}(\xi^{(k)}, n)$, $n \in \mathcal{R}_2$, если $\xi^{(m)} = (\xi_1, \dots, \xi_k, \dots, \xi_m)$ и $\xi^{(k)} = (\xi_1, \dots, \xi_k)$, т. е. с увеличением числа измерений прямая \mathcal{L} восстанавливается не менее четко, в то время как надежность восстановления $\beta^{(m)}(\xi^{(m)}) = \sup_{n \in \mathcal{R}_2} \mu^{(m)}(\xi^{(m)}, n)$ не возрастает.

Если нормаль n к искомой прямой априори задана исследователем как нечеткий вектор \mathcal{R}_2 с ХФ $\tilde{\mu}(n)$, $n \in \mathcal{R}_2$, то решением задачи интерпретации измерения (4) будет нечеткое отображение с ХФ

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}(\xi^{(m)}, n) &= \sup \{ \min(\tilde{\mu}(n), \gamma(v_1, \dots, v_m)) \mid v_i \in \mathcal{R}_2, (n, \xi_i - v_i) = \\ &= \|n\|^2, i = 1, 2, \dots, m) \} = \min(\tilde{\mu}(n), \mu^{(m)}(\xi^{(m)}, n)), n \in \mathcal{R}_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Асимптотика интерпретации при большом числе нечетких измерений

Рассмотрим сначала более простой случай, когда искомая прямая совпадает с осью Ox и сомнение вызывает лишь значение параметра сдвига $p \in \mathcal{R}_1$. В этом случае $\xi_i = p + v_i$, причем здесь $\xi_i, v_i \in \mathcal{R}_1$, $i = 1, \dots, m$ и решение (6) с учетом (7) переписывается в виде

$$\mu^{(m)}(\xi^{(m)}, p) = \sup_{1 \leq i \leq m} \{ \min \mu(v_i), v_i \in \mathcal{R}_1, v_i = \xi_i - p, i = 1, 2, \dots, m \}.$$

Предположим, что $\mu(v)$ — монотонно убывающая непрерывная функция $|v|$, тогда

$$\mu^{(m)}(\xi^{(m)}, p) = \min_{1 \leq i \leq m} \mu(|\xi_i - p|) = \mu(\max_{1 \leq i \leq m} |\xi_i - p|), \quad (9)$$

а надежность

$$\alpha(\xi^{(m)}) = \sup_p \mu(\max_{1 \leq i \leq m} |\xi_i - p|) = \mu((\xi_{\max} - \xi_{\min})/2). \quad (10)$$

При $m \rightarrow \infty$ получаем следующий результат:

$$\mu_R(p) = \lim_{m \rightarrow \infty} \mu^{(m)}(\xi^{(m)}, p) = \mu(\sup \{ |\xi - p| \mid \xi \in \mathcal{G} \}), \quad (11)$$

где решение зависит от предельных точек множества $\mathcal{G} \subset \mathcal{R}_1$ допустимых значений ξ . Если множество \mathcal{G} ограничено и симметрично, $\mathcal{G} \subset [-\delta, \delta]$, причем точки $\pm\delta$ являются предельными, то $\mu_R(p) = \mu(|\delta| + |p|)$. Если $\mu(v) = 0$ при $|v| \geq \delta$, то $\mu_R(p) \equiv 0$, т. е. надежность и соответственно ХФ решения стремятся к нулю.

Более подробное исследование скорости сходимости требует уточнения закона, по которому генерируется последовательность измерений. Пусть погрешность измерения v — симметрично распределенная на $\text{supp } \mu(\cdot)$ случайная величина. Обозначим через $F(x)$ функцию распределения величины $|v|$. Тогда математическое ожидание надежности равно

$$\begin{aligned} E\alpha(\xi^{(m)}) &= \int_0^\delta \mu(x) d[F(x)]^m = - \int_0^\delta [F(x)]^m d\mu(x) = \\ &= - \int_0^\delta \frac{\mu'(x)}{F'(x)} [F(x)]^m dF(x) = \frac{1}{m+1} \left(- \frac{\mu'(x_m)}{F'(x_m)} \right), x_m \in [0, \delta]. \end{aligned}$$

Более правильно в качестве ХФ результата интерпретации вместо (9) взять нормированную на математическое ожидание функцию

$\mu^{(m)}(\xi^{(m)}, p)/E\mu^{(m)}(\xi^{(m)}, 0)$. В частности, если $\mu(v) = 1 - |v|/\delta$, а ξ распределена равномерно на $(-\delta, \delta)$, то для верной модели

$$\tilde{\mu}_R(p) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\mu^{(m)}(\xi^{(m)}, p)}{E\mu^{(m)}(\xi^{(m)}, 0)} = \begin{cases} 1, & p = 0, \\ 0, & p \neq 0, \end{cases} \quad (12)$$

т. е. получается «абсолютная четкость» решения, а надежность $\alpha = \sup_p \mu_R(p) = 1$.

Аналогичные результаты можно получить и для общего случая определения прямой на плоскости.

Нечеткая ИВС на основе сейсмоприемника

Стандартная схема измерений, применяемая в физических исследованиях, имеет вид

$$\xi = Af + v, \quad (13)$$

где ξ — вектор измерений, f — измеряемая величина, v — погрешность измерений, оператор A моделирует измерительный прибор и обычно линеен.

Для изучения сейсмосигналов применяются электромеханические датчики — сейсмометры. В них под действием сейсмосигнала происходит движение маятника — колебательной системы второго рода.

Выходной сигнал сейсмоприемника пропорционален скорости движения маятника и индуцируется в рабочей катушке, жестко связанной с ним. На основании данных измерений необходимо решить задачу интерпретации — оценить движение опоры маятника и, таким образом, движение земной поверхности.

При заданных параметрах колебательной системы задача сводится к интерпретации измерений, которые выполнены по схеме (13) при известном операторе A , в которой погрешность v можно описать нечеткой переменной с ХФ $\mu_v(\cdot)$. Однако на практике параметры сейсмоприемника известны лишь приближенно, и обычно возникает задача их уточнения. Как показано в дальнейшем, решение этой задачи на основании измерений сигнала сейсмометра в нечеткой постановке дается нечетким множеством значений его параметров. Это в свою очередь приводит к задаче интерпретации измерений, выполненных по схеме (13) с нечеткими A и v .

Для достаточно низкочастотных воздействий модель такой системы представляет собой физический маятник — одномерную колебательную систему, движение которой можно описать как решение задачи Коши

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2a\dot{x} + bx &= bf(t), \quad 0 < t \leq T, \\ x|_{t=0} &= x_0, \quad \dot{x}|_{t=0} = \dot{x}'_0, \end{aligned} \quad (14)$$

где параметры a и b выражаются через коэффициент упругости, массу и коэффициент затухания, f — амплитуда движения опоры.

Учитывая, что разность потенциалов v на выходе рабочей катушки сейсмоприемника пропорциональна скорости перемещения маятника, получим

$$v(t) = S \left\{ e^{-at} \left[\dot{x}'_0 \cos(\omega t) - \frac{ax'_0 + bx_0}{\omega} \sin(\omega t) \right] + \right.$$

$$+ b \int_0^t e^{-a(t-\tau)} \left[\cos \omega(t-\tau) - \frac{a}{\omega} \sin \omega(t-\tau) \right] f(\tau) d\tau, \quad (15)$$

где S — коэффициент преобразования (чувствительность) сейсмоприемника, $\omega = \sqrt{b-a^2}$.

Поскольку при работе сейсмоприемника x_0 и x_0' обычно неизвестны, будем их также считать элементами входного сигнала. Пусть измерения $v(t)$ выполняются в моменты $t=t_i \in [0, T]$, $i=1, \dots, m$, тогда

$$\xi(t_i) = \tilde{A}\tilde{f} + v(t_i), \quad i=1, \dots, m. \quad (16)$$

Матрица \tilde{A} размерности $m \times (n+2)$ есть дискретное приближение линейного интегрального оператора в правой части равенства (15), $\tilde{f} = (x_0, x_0', f_1, \dots, f_n)^*$, $f_i = f(t_i)$, τ_i — моменты времени, $i=1, \dots, n$.

Пусть сигнал \tilde{f} и шум v заданы как нечеткие элементы с ХФ $\mu_1(\tilde{f})$, $\tilde{f} \in \mathcal{R} = \mathcal{R}_{n+2}$ и $\mu_2(v)$, $v \in \mathcal{R}_m$ соответственно. Тогда модель измерения (13) будет задана нечетким отношением на произведении $\mathcal{R}_m \times \mathcal{R}_{n+2}$ с ХФ

$$\mu_M(\xi, \tilde{f}) = \min(\mu_1(\tilde{f}), \mu_2(\xi - \tilde{A}\tilde{f})), \quad \xi \in \mathcal{R}_m, \tilde{f} \in \mathcal{R}_{n+2}. \quad (17)$$

Нас интересуют параметры сигнала $u = U\tilde{f} = f \in \mathcal{R}_n$, $U \in \mathcal{R}_{n+2} \rightarrow \mathcal{R}_n$. Если на решение $u=f$ априори не наложено никаких ограничений $u \in \mathcal{U} = \mathcal{R}_n$, то модель интерпретации определяется «четким» отношением на произведении $\mathcal{R}_{n+2} \times \mathcal{R}_n$ с ХФ

$$\mu_P(\tilde{f}, u) = \begin{cases} 1, & u = U\tilde{f}, \\ 0, & u \neq U\tilde{f}, \end{cases} \quad (18)$$

При таких условиях решение задачи интерпретации измерения дается нечетким отношением в $\mathcal{R}_{n+2} \times \mathcal{R}_n$ с ХФ

$$\begin{aligned} \mu_R(\xi, u) &= \sup \{ \min(\mu_1(\tilde{f}), \mu_2(\xi - \tilde{A}\tilde{f})) \mid \tilde{f} \in \mathcal{R}_{n+2}, u = U\tilde{f} \} = \\ &= \sup \{ \min(\mu_1(U^{-1}u + z), \mu_2(\xi - \tilde{A}(U^{-1}u + z))) \mid z \in \mathcal{N}(U) \}, \quad (19) \\ \xi &\in \mathcal{R}_m, u \in \mathcal{R}_n. \end{aligned}$$

Здесь черточка справа от U означает псевдообращение, $\mathcal{N}(U) = \{ \tilde{f} \in \mathcal{R}_{n+2}, U\tilde{f} = 0 \}$.

Рассмотрим случай, когда имеется нечеткая априорная информация только о начальных условиях, а возмущающая сила f может быть любой:

$$\mu_1(\tilde{f}) = \varphi(x_0, x_0').$$

Если измерения в (16) независимы и равноточны, нечеткий вектор погрешности $v = (v(t_1), \dots, v(t_m))^*$ определяется ХФ

$$\mu_2(v) = \min_{1 \leq i \leq m} \gamma(v(t_i)), \quad (20)$$

где $\gamma(\cdot)$ — ХФ каждой координаты v . Для удобства преобразуем выражение (16) к виду

$$\xi(t_i) = A'f + B \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix} + v(t_i), \quad i=1, \dots, m, \quad (21)$$

где $f = (f_1, \dots, f_n)^*$, а A' и B определены соответствующими элементами матрицы \tilde{A} . Решение (19) принимает вид

$$\mu_R(\xi, u) = \sup \left\{ \min \left[\varphi(x_0, x'_0), \gamma \left(\left(\xi - A'u - B \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \right)_i \right) \right], \right. \\ \left. i = 1, \dots, m \mid (x_0, x'_0) \in \mathcal{R}_2 \right\}, \xi \in \mathcal{R}_m, u \in \mathcal{R}_n. \quad (22)$$

Надежность модели

$$\alpha(\xi) = \sup \left\{ \min \left[\varphi(x_0, x'_0), \gamma \left(\left(\xi - A'u - B \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \right)_i \right) \right], \right. \\ \left. i = 1, \dots, m \mid (x_0, x'_0) \in \mathcal{R}_2, u \in \mathcal{R}_n \right\}, \xi \in \mathcal{R}_m. \quad (23)$$

Заметим, что решение (22) и надежность (23) получены в предположении, что значения параметров a , b и S известны точно. В противном случае можно поставить задачу их уточнения с помощью дополнительного эксперимента. Проведем измерения по схеме (13) в тех же условиях, но при отсутствии внешнего источника возмущения ($f = 0$), с заданным начальным отклонением x_0 и заданной (нулевой) начальной скоростью. Поскольку параметр S — всего лишь масштабный множитель, ограничимся уточнением a и b . Модель измерения (и интерпретации) задается нечетким отношением с ХФ

$$\tilde{\mu}(a, b) = \mu_{\tilde{M}}(\xi, a, b, S) = \min [\rho(a, b), \gamma(\xi_i - \\ -v(a, b, S, t_i)), i = 1, \dots, k], \xi \in \mathcal{R}_k, (a, b) \in \mathcal{R}_2, \quad (24)$$

где $v(a, b, S, t) = -\frac{bSx_0}{\omega} e^{-at} \sin \omega t$, $\omega = \sqrt{b-a^2}$, $\rho(a, b)$ — ХФ нечеткого множества параметров, заданная априори, k — число дополнительных измерений.

Возвращаясь к задаче определения сигнала $u=f$, найдем

$$\mu_R(\xi, u) = \sup \{ \min [\tilde{\mu}(a, b), \gamma(\xi_i - v(a, b, S, t_i)) \mid i = \\ = 1, \dots, m] \mid (a, b) \in \mathcal{R}_2, (x_0, x'_0) \in \mathcal{R}_2 \}, \xi \in \mathcal{R}_m, u \in \mathcal{R}_n. \quad (25)$$

Здесь опущен этап построения матрицы \tilde{A} как нечеткого элемента, поскольку предполагается взаимно однозначная связь между \tilde{A} и параметрами a, b .

Более наглядно результаты можно представить, если воспользоваться «нечетким решением» в одной точке u_s , которое описывается ХФ маргинального нечеткого множества решения в s -й момент времени,

$$\mu_R(\xi, u_s) = \sup \{ \min [\tilde{\mu}(a, b), \gamma(\xi_i - v(a, b, S, t_i)), \\ i = 1, \dots, m] \mid (a, b) \in \mathcal{R}_2, (x_0, x'_0) \in \mathcal{R}_2, u_j, \\ j = 1, \dots, n, j \neq s \}, \xi \in \mathcal{R}_m. \quad (26)$$

В вычислительном эксперименте моделировалась погрешность с ХФ

$$\gamma(x) = \begin{cases} 1 - |x|/v_{\max}, & x \in (-v_{\max}, v_{\max}), \\ 0, & x \in (-v_{\max}, v_{\max}). \end{cases}$$

В силу монотонности функции $\gamma(\cdot)$ вычисление (26) сводится к нахождению минимума аргумента, представляющему стандартную задачу линейного программирования.

Рисунок 1 отражает результат вычислительного эксперимента, мо-

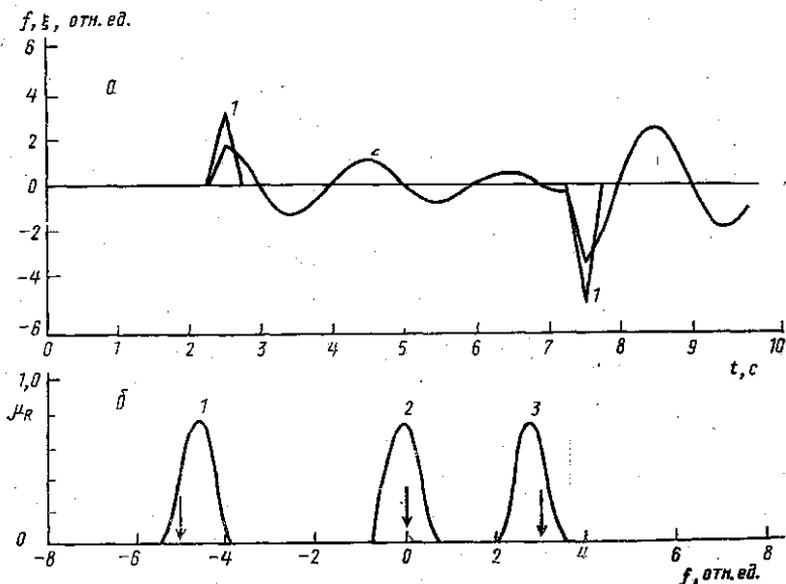


Рис. 1. Результаты моделирования работы нечеткой ИВС: *a* — перемещение основы f (1) и сигнал на выходе сейсмометра ξ (2); *б* — характеристические функции восстановленного решения f в моменты времени $t=2,5$ (3), 5 (2) и 7,5 с (1)

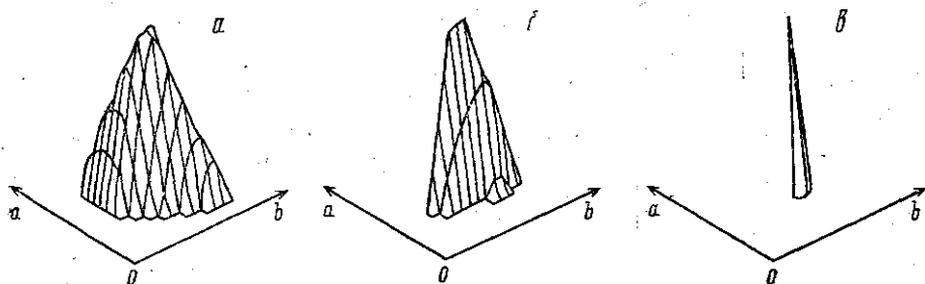


Рис. 2. Характеристическая функция вектора параметров колебательной системы маятника (a, b), определенного при различном числе измерений: $n=4$ (*a*), 6 (*б*) и 20 (*в*)

делирующего работу ИВС, в которой интерпретация основана на рассмотренном методе. Погрешность моделировалась случайной величиной, распределенной на интервале $(-0,15; 0,15)$. На рис. 1, *a* показаны внешнее воздействие $f(t)$ и сигнал на выходе сейсмометра $\xi(t)$. На рис. 1, *б* изображены ХФ искомого внешнего воздействия, соответствующие моментам времени $t=2,5; 5,0$ и $7,5$ с, определенные при решении задачи интерпретаций соотношением (26) для ξ , показанного на рис. 1, *a*. Стрелками указаны истинные значения f .

Результаты, полученные при решении задачи уточнения параметров колебательной системы, показаны на рис. 2, где изображена ХФ $\mu(a, b)$, определенная соотношением (24) после 4 (рис. 2, *a*), 6 (рис. 2, *б*) и 20 (рис. 2, *в*) измерений. Интересно отметить, что даже при не

слишком большом числе измерений (≥ 20) результаты интерпретации с определением параметров a и b мало отличаются от случая интерпретации, когда эти параметры заданы точно.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Пытьев Ю. П. Методы анализа и интерпретации эксперимента. М., 1990.
[2] Пытьев Ю. П., Чуличков А. И. // Математическое моделирование. 1989. 1, № 8. С. 22. [3] Pyt'ev Yu. P. // Pattern Recognition and Image Analysis. 1991. 1, N 1. P. 54. [4] Pyt'ev Yu. P., Chulichkov A. I. // Ibid., N 2. P. 212. [5] Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М., 1976. [6] Пытьев Ю. П. // Математическое моделирование. 1992. 4, № 2. С. 76.

Поступила в редакцию
08.12.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35. № 3

УДК 539.123

ПРОБЛЕМА НЕОДНОЗНАЧНОСТЕЙ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Д. А. Славнов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Рассмотрен вопрос о зависимости результатов, получаемых в пертурбативной квантовой теории поля, от схемы перенормировок. Показано, что от этой зависимости можно избавиться, если в качестве параметра разложения взять наблюдаемую величину.

В настоящее время в квантовой теории существует только один подход, в котором сформулирован регулярный метод вычисления наблюдаемых величин, — это лагранжева пертурбативная модель. Как известно, в этом подходе достаточно остро стоит вопрос об однозначности получаемых результатов. Обычно считается, что к неоднозначностям приводят математические процедуры: регуляризация, перенормировки и разложение в ряд теории возмущений.

В данной статье еще раз проанализирована эта проблема с целью вскрыть физический источник неоднозначностей и указать путь устранения тех из них, которые являются математическими артефактами.

В регулярной физической модели должна существовать последовательная процедура построения динамических величин. В лагранжевых моделях эта процедура имеет два этапа. Первый — это выбор лагранжиана, описывающего рассматриваемую физическую модель, второй — выбор некоторого динамического принципа, руководствуясь которым по данному лагранжиану можно построить динамические величины. Обычно в классической и нерелятивистской квантовой физике лагранжиан содержит некоторое число параметров, а динамический принцип — однозначный беспараметрический. Однако уже в классических моделях ситуация может быть иной. Рассмотрим, например, движение частицы в поле с сингулярным потенциалом. Если эта сингулярность допускает описание в терминах обобщенных функций, то можно соответствующий член включить в лагранжиан, но можно обойтись и без аппарата обобщенных функций. Достаточно область, содержащую сингулярности, исключить из рассмотрения, а ее влияние учесть с помощью подходящих граничных условий.

С очень сходной ситуацией мы имеем дело в квантовой теории