

затем, дойдя до точки поворота (а в наших условиях относительно низких частот точка поворота практически совпадает с концом резонансной области — см. [10]), отражается и бежит навстречу магнитоупругой волне (или, точнее, своему продолжению). В какой-то мере это является аналогом автосвертки импульса в пьезоэлектриках при его отражении от границы кристалла. Отличие состоит в том, что в данном случае эту «границу» можно перемещать по кристаллу внешним полем H , при этом эффективность свертки на порядок меньше, чем при работе на встречных волнах. Тем не менее вероятно, что с помощью такого метода можно гораздо более детально исследовать тонкую структуру внутреннего магнитного поля (в том числе и применительно к задачам нелинейной дефектоскопии).

В целом, подводя итоги, необходимо отметить, что применение нелинейного резонансного встречного взаимодействия магнитоупругих волн позволяет значительно повысить информативность магнитоакустических спектров.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зарембо Л. К., Карпачев С. Н., Генделев С. Ш. // Письма в ЖТФ. 1983. 9, № 8. С. 502. [2] Зарембо Л. К., Карпачев С. Н. // ЖЭТФ. 1987. 93, № 4(10). С. 1499. [3] Зарембо Л. К., Карпачев С. Н. // ФТТ. 1983. 25, № 8. С. 2343. [4] Губкин М. К., Маматова Т. А., Прокошев В. Г. // Акуст. журн. 1985. 31, № 5. С. 678. [5] Robbins W. P., Lundstrom M. S. // Appl. Phys. Lett. 1975. 26, N 3. P. 73. [6] Зарембо Л. К., Карпачев С. Н., Беляева О. Ю. // ФТТ. 1992. 34, № 5. С. 1327. [7] Карпачев С. Н., Польшенко В. Н., Яфасов А. И. Автоматизированный магнитоакустический спектрометр: Препринт физ. ф-та МГУ № 2/1993 г. [8] Зарембо Л. К., Карпачев С. Н., Генделев С. Ш. // Письма в ЖТФ. 1984. 10, № 17. С. 1050. [9] Беляева О. Ю., Карпачев С. Н. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. 33, № 6. С. 83. [10] Штраусс В. // Физическая акустика/Под ред. У. Мэзона. Т. 4Б. М., 1970. С. 247.

Поступила в редакцию
07.12.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 3

АСТРОНОМИЯ

УДК 521.14/17:528.21/22

ОПТИМАЛЬНОЕ СОГЛАСОВАНИЕ СПУТНИКОВЫХ МОДЕЛЕЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ С АЛЬТИМЕТРИЕЙ (на примере Атлантического океана)

Н. А. Чуйкова, Т. Г. Максимова
(ГАИШ)

Практическая проверка разработанной ранее авторами теории оптимизации спутниковых моделей потенциала притяжения планеты для конкретного региона (на примере оптимизации земных спутниковых моделей для альтиметрических данных по региону Атлантики) показала, что эмпирически подобранные оптимизирующие коэффициенты статистически достоверно соответствуют выводам теории; коррекция всех моделей максимальна для номеров гармоник $n=2-6$, $20-30$ и минимальна для $n=11$, 12 ; модель ПЗ-90 в наилучшей степени соответствует исследуемому региону.

В ряде работ [1—4] нами была разработана теория и предложен метод, позволяющий оптимизировать спутниковую модель гравитационного потенциала произвольной планеты для применения ее на физической поверхности. Суть метода состоит в определении коэффициентов $C_n^{(N)}$, зависящих от рельефа поверхности, на которые следует ум-

ножить стоксовы постоянные n -й степени \bar{S}_{nm} , \bar{D}_{nm} , определенные из спутниковых наблюдений, для получения на поверхности оптимальной модели потенциала заданного приближения N .

В данной работе представлены результаты практической проверки теории и метода при применении их для спутниковых моделей гравитационного потенциала Земли. Анализ полученных $C_n^{(N)}$, обеспечивающих для исследуемого региона минимальное расхождение δh_N высот геоида h_i и модели данного приближения N , позволяет проверить выводы теории (согласно которой все $C_n^{(N)}$ должны быть меньше 1) и выявить недостатки используемых моделей.

Практически данный метод был проверен нами для региона Земли ($\varphi = -60^\circ \div 60^\circ$, $\lambda = -95^\circ \div 35^\circ$), включающего в себя в центральной части весь Атлантический океан, окруженный материками: Европой, большей частью Африки, Южной Америкой, частью Северной Америки; общая площадь материков составляла 50% всего региона, протяженность материковых участков в среднем от 25° до 90° по широте и от 20° до 45° по долготе.

Оптимизировались три чисто спутниковые модели потенциала: GEM-9 (максимальная степень разложения $N_k=30$) [5], GEM-T1 ($N_k=36$) [6], GEM-T2 ($N_k=36$) [7] — и для сравнения две модели, полученные с привлечением наземной гравиметрии и альтиметрии: низко-частотная часть OSU-81 (по $N_k=36$) [8] и модель ПЗ-90 ($N_k=36$) [9]. Априорно можно предположить, что для последних двух моделей из-за привлечения наземных данных оптимизация согласно разработанной теории должна быть минимальной. Поскольку разрешимость данных моделей ($N_k=36$) не позволяет выделить аномалии размером меньше, чем 5° ($180^\circ/N_k$), то оптимизация проводилась по 5° сетке. С целью проверки независимости выводов от изменения шага для одной из моделей (GEM-T1) была использована также $2,5^\circ$ сетка.

В силу отсутствия альтиметрических данных в материковых областях и их большой неточности вблизи островов и в прибрежной зоне (отклонения достигают 10 м) в качестве h_i использовались высоты геоида, рассчитанные по модели OSU-81 ($N_k=180$).

Поиск минимума δh_N относительно $C_n^{(N)}$ для каждого приближения N нами проводился независимо по трем методикам:

а) все коэффициенты, кроме $C_n^{(N)}$, считаются равными 1, и ищется минимум относительно $C_n^{(N)}$. Эта методика соответствует 1-й теоретической модели оптимизации из работы [4];

б) начиная с $n=2$ ищутся последовательно $N-1$ минимумов относительно $C_n^{(N)}$ ($n=2 \div N$), при этом коэффициенты $C_k^{(N)}$, соответствующие предыдущим номерам $k=2 \div (n-1)$, считаются равными не 1, а тем коэффициентам, которые уже определены (прямой ход);

в) минимумы ищутся в обратной последовательности, начиная с $n=N$. При этом коэффициенты $C_k^{(N)}$, соответствующие номерам $k=N \div (n+1)$, считаются равными определенным ранее коэффициентам (обратный ход).

Такое независимое определение позволяет в какой-то степени контролировать устойчивость полученного решения. Поскольку оказалось, что для всех моделей расхождение коэффициентов $C_n^{(N)}$, посчитанных по различным методикам, как для отдельных N , так и в среднем для всех $N=2 \div N_k$ не превосходит ошибок, обусловленных среднеквадратическими ошибками определения стоксовых постоянных, то нет необходимости в многократном счете по методикам «б» и «в» для уточнения коэффициентов $C_n^{(N)}$.

Из рис. 1 видно, что не все коэффициенты $C_N^{(N)}$ лежат в пределах, посчитанных нами для данного региона согласно теории оптимизации: $0 < C_n^{(N)} < 1$ для $0,36 \leq \alpha < 1$.

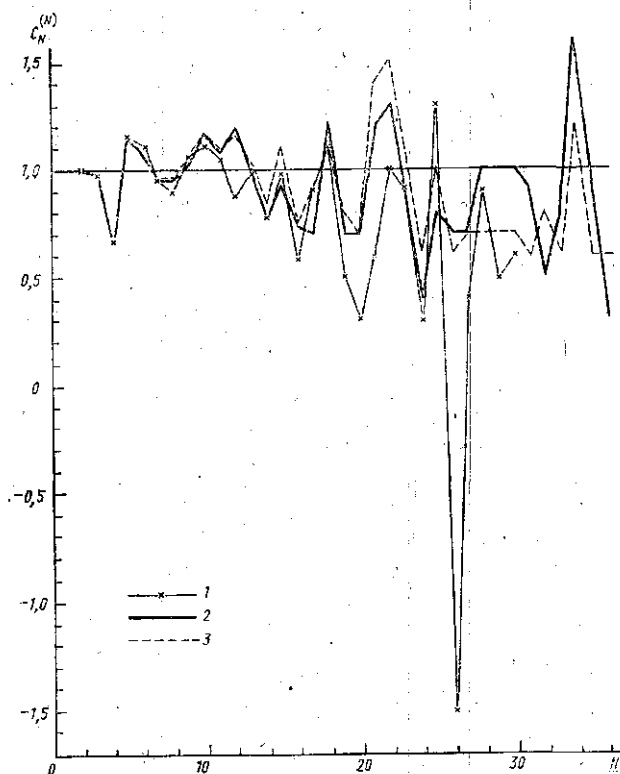


Рис. 1. Графики зависимости коэффициентов $C_N^{(N)}$ от номера приближения N (для обратного хода): 1 — модель GEM-9, 2 — GEM-T2, 3 — ПЗ-90

Это может свидетельствовать либо о неточности рассматриваемых моделей для отдельных n для всей Земли, либо о неоднородности гравитационного поля Земли. Чтобы разделить влияние этих двух факторов, нужно провести подобные исследования для всех регионов Земли, что и предполагается сделать в дальнейшем. В этой же работе мы проведем некоторые статистические оценки, характеризующие по отдельности вклад в улучшение исходных моделей согласно нашей теории оптимизации и вклад, полученный благодаря коррекции недостатков исходной модели.

Такие оценки позволяют проверить соответствие эмпирических результатов теоретической модели оптимизации; оценить неточность моделей GEM-9, GEM-T1, OSU-81, ПЗ-90, GEM-T2 и сравнить их между собой; проверить устойчивость разработанных алгоритмов оптимизации.

Так, статистические оценки, сделанные на основе анализа коэффициентов $C_N^{(N)}$, достоверно показывают, что для всех моделей, кроме OSU-81, преобладают оптимизирующие коэффициенты $0 < C_N^{(N)} < 1$:

$$|S^-|/|S^+| = 1,6 \div 3,6,$$

где $S^{\mp} = \sum_{N=2}^{N_h} (|C_N^{(N)}| - 1)/(N_h - 1)$, знак «минус» соответствует суммированию при $0 < C_N^{(N)} < 1$, «плюс» — суммированию при $|C_N^{(N)}| > 1$.

С учетом же весов, пропорциональных вкладу $C_N^{(N)}$ в величину Δ_N , характеризующую улучшение приближения для высот геоида, и в саму спутниковую модель, превалирование оптимизирующих коэффициентов еще более значимо для всех моделей:

$$(|S_{P1}^-|/|S_{P1}^+|)(|S_{P2}^-|/|S_{P2}^+|) > 10,$$

где $S_{P1,2}^{\mp} = \sum_{N=2}^{N_h} (|C_N^{(N)}| - 1)P_N^{1,2} / \sum_{N=2}^{N_h} P_N^{1,2}$, $P_N^1 = \Delta_N = \delta h_N^0 - \delta h_N$ (индекс «0»

соответствует исходной модели), $P_N^2 = \sqrt{D_N} = \sqrt{S_{nm}^2 + \bar{D}_{nm}^2}$.

В табл. 1 приведены следующие результаты, полученные по методам «б» и «в»:

Таблица 1

Статистические оценки	GEM-9			GEM-T1			
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	
S	б	0,0217	0,0179	0,0041	0,0239	0,0173	0,0069
	в	0,0213	0,0181	0,0039	0,0241	0,0173	0,0068
S ₊	б	0,0351	0,0269	0,0102	0,0379	0,0272	0,0129
	в	0,0354	0,0279	0,0092	0,0374	0,0279	0,0117
S ₋	б	-0,0090	-0,0010	-0,0090	-0,0057	-0,0005	-0,0058
	в	-0,0083	-0,0010	-0,0092	-0,0043	-0,0004	-0,0061
S ₊ + S ₋	б	0,0260	0,0258	0,0013	0,0322	0,0266	0,0071
	в	0,0271	0,0268	-0,0001	0,0330	0,0274	0,0056
S ₊ + S ₋	б	0,0441	0,0279	0,0192	0,0436	0,0277	0,0187
	в	0,0438	0,0289	0,0184	0,0417	0,0283	0,0178

Продолжение табл. 1

Статистические оценки	OSU-81			ПЗ-90			
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	
S	б	0,0099	0,0057	0,0047	0,0174	0,0135	0,0059
	в	0,0099	0,0057	0,0047	0,0179	0,0135	0,0058
S ₊	б	0,0122	0,0071	0,0068	0,0303	0,0236	0,0130
	в	0,0109	0,0072	0,0059	0,0292	0,0240	0,0113
S ₋	б	-0,0048	-0,0002	-0,0048	-0,0060	-0,0001	-0,0063
	в	-0,0042	-0,0002	-0,0051	-0,0038	-0,0001	-0,0067
S ₊ + S ₋	б	0,0075	0,0069	0,0019	0,0242	0,0235	0,0066
	в	0,0067	0,0070	0,0008	0,0254	0,0240	0,0046
S ₊ + S ₋	б	0,0170	0,0072	0,0116	0,0363	0,0236	0,0192
	в	0,0151	0,0074	0,0110	0,0330	0,0241	0,0180

Статистические оценки	GEM-T2			GEM-T1 ($\Delta\varphi=\Delta\lambda=2,5^\circ$)			
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	
S	б	0,0206	0,0163	0,0050	0,0212	0,0146	0,0065
	в	0,0208	0,0163	0,0048	0,0213	0,0146	0,0063
S ₊	б	0,0332	0,0258	0,0102	0,0333	0,0223	0,0117
	в	0,0324	0,0265	0,0089	0,0332	0,0228	0,0110
S ₋	б	-0,0055	-0,0003	-0,0056	-0,0050	-0,0008	-0,0046
	в	-0,0039	-0,0002	-0,0059	-0,0043	-0,0008	-0,0049
S ₊ + S ₋	б	0,0277	0,0255	0,0046	0,0283	0,0214	0,0071
	в	0,0284	0,0263	0,0030	0,0289	0,0220	0,0061
S ₊ + S ₋	б	0,0388	0,0260	0,0158	0,0383	0,0231	0,0163
	в	0,0362	0,0266	0,0148	0,0375	0,0236	0,0158

$$S^{(1,2,3)} = \frac{1}{N_k - 2} \sum_{N=2}^{N_k-1} \frac{\delta h_N^0 - \delta n_N}{\delta h_N^0}$$

$$S_{\pm}^{(1,2,3)} = \frac{2}{(N_k - 1)(N_k - 2)} \sum_{N=2}^{N_k-1} \sum_{n=2}^N (\delta h_n^0 - \delta h_n)_{\pm}$$

Верхние цифры соответствуют счету минимизированного расхождения δh_N : (1) — при всех полученных эмпирических коэффициентах $C_n^{(N)}$, как меньших, так и больших 1; (2) — при коэффициентах $C_n^{(N)} \leq 1$ (для получения такой оценки при последовательных определениях коэффициентов по методикам «б» и «в» все $C_n^{(N)}$, превышающие 1, приравниваются к 1; при этом, конечно, коэффициенты $C_n^{(N)} < 1$ оказываются отличными от найденных в случае (1)); (3) — при коэффициентах $C_n^{(N)} > 1$. Знак «плюс» соответствует подсчету только положительных промежуточных слагаемых (т. е. улучшающих приближение к высотам геоида), а знак «минус» — подсчету только отрицательных промежуточных слагаемых (т. е. ухудшающих приближение к высотам геоида).

Сумма $S_{+}^{(1,2,3)} + S_{-}^{(1,2,3)}$ характеризует суммарное улучшение по данному региону (по промежуточным результатам), а разность $S_{+}^{(1,2,3)} + |S_{-}^{(1,2,3)}|$ — суммарную неустойчивость метода по отношению к промежуточным результатам. Анализ табл. 1 приводит к следующим выводам:

1) для всех моделей (кроме GEM-9) $S_{+}^{(1,2,3)} + S_{-}^{(1,2,3)} > 0$, т. е. при улучшении конечного результата для данного приближения промежуточные результаты также в среднем улучшаются;

2) для всех моделей $S^{(2)}$ превышает $S^{(3)}$ более чем в 3 раза (за исключением OSU-81), что подтверждает вывод о соответствии результатов эмпирической подгонки теории оптимизации;

3) из всех моделей OSU-81 и ПЗ-90 требуют наименьшей подгонки ($S^{(1)}$ и $S_{+}^{(1)} + S_{-}^{(1)}$ минимальны), что обусловлено, очевидно, их лучшим соответствием рассматриваемому региону ($S^{(2)}$ и $S_{+}^{(2)} + S_{-}^{(2)}$ минимальны) из-за привлечения наземных данных; эти модели также наи-

более стабильны по промежуточным результатам: (сумма $S_+^{(1,2)} + |S_-^{(1,2)}|$ минимальна);

4) методики «б» и «в» приводят к одинаковым выводам и близким численным результатам, хотя методика «в» несколько предпочтительнее, ибо обеспечивает наилучшее приближение ($S_+^{(1,2)} + S_-^{(1,2)}$ и $S^{(1)}$ максимальны) при минимальной нестабильности (сумма $S_+^{(1,3)} + |S_-^{(1,3)}|$ минимальна);

5) при уменьшении шага счета выводы не меняются, хотя подгонка моделей к высотам геоида несколько ухудшается.

Общий вывод, следующий из анализа табл. 1, таков: эмпирическая подгонка всех моделей для региона Атлантики статистически достоверно соответствует выводам анализируемой теории. Об этом же свидетельствуют и величины улучшения высот геоида Δ_{N_k} , которые обусловлены в основном коэффициентами, соответствующими теории оптимизации: $\Delta_{N_k}^{(2)}/\Delta_{N_k}^{(3)} = 2,5 \div 10$ (за исключением OSU-81).

На рис. 1 ÷ 6 приведены графики зависимостей $C_N^{(N)}$ от номера приближения N и $C_n^{(N_k)}$ от степени гармоник n и их ошибки для различных моделей, а также вклад $C_n^{(N_k)}$ в среднеквадратичное значение (RMS) величин $v_n = (v_{n,b} + v_{n,e})/2$, $\Delta v_n = (v_{n,b} - v_{n,e})/2$, где $v_{n,b,e} = (C_{n,b,e}^{(N_k)} - 1)\sqrt{D_n}$, и в приближение высот геоида (Δ_N).

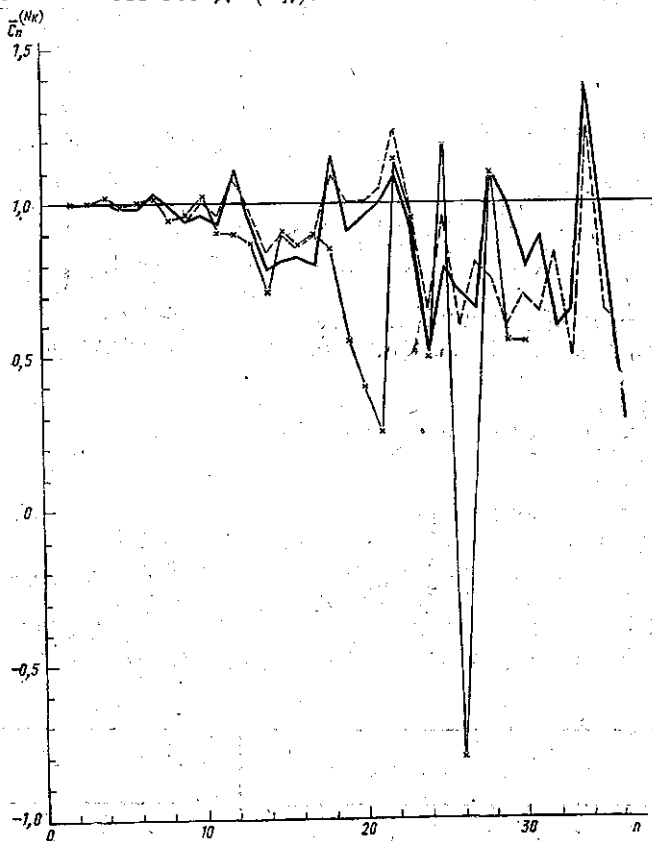


Рис. 2. Графики зависимости средних промежуточных коэффициентов $(\bar{C}_n^{(N_k)}) = (C_{n,b}^{(N_k)} + C_{n,e}^{(N_k)})/2$ от степени гармоник n для N_k (обозначения те же, что на рис. 1)

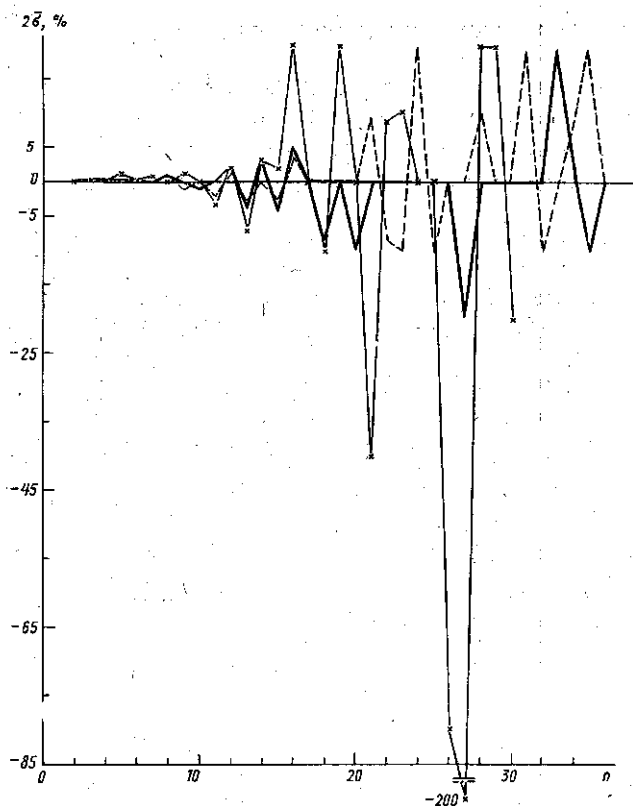


Рис. 3. Графики зависимости относительных ошибок $2\bar{\sigma} = (C_{n,\delta}^{(N_k)} - \bar{C}_{n,\delta}^{(N_k)}) / (\bar{C}_n^{(N_k)})$ от степени гармоник n для N_k (обозначения те же, что на рис. 1)

Заметен преобладающий вклад как в RMS, так и в Δ_N для всех моделей (кроме OSU-81) коэффициентов, соответствующих теории оптимизации:

$$\sum_{n=2}^{N_k} |v_n^-| / \sum_{n=2}^{N_k} v_n^+ > 3 \div 7; \Delta_N^- / \Delta_N^+ > 1 \div 10.$$

Из графиков видно наибольшее соответствие региону Атлантического океана модели OSU-81 и ПЗ-90 и наихудшее — GEM-9. Для всех моделей основной разброс результатов ($\sigma_c > 10\%$) лежит при $n > 16 \div 21$.

Анализ представленных графиков по отдельным моделям показывает, что в исходных моделях, по-видимому, неточны (или не соответствуют Атлантическому океану) стоковы постоянные, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Модель	Стоковы постоянные завышены при n :	Стоковы постоянные занижены при n :
GEM-9	12, 14, 16, 19—21, 24, 26, 27, 29, 30	25
GEM-T1	14—17, 23, 24, 26, 27, 29, 32, 35, 36	12, 18, 22, 25, 28, 30, 34
OSU-81	16, 17, 26, 32	10, 13, 18, 21, 25, 28—30, 34—36
ПЗ-90	14, 16, 17, 24, 26—33, 35, 36	12, 18, 22, 34
GEM-T2	14—17, 24—27, 30, 32, 33, 35, 36	12, 18, 22, 34

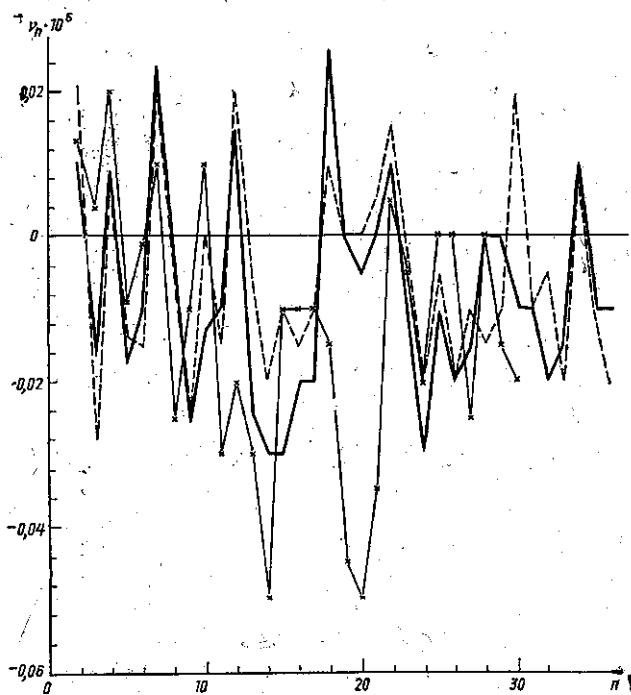


Рис. 4. Графики зависимости отклонения RMS v_n от RMS, полученного при $C_n^{(N)} = 1$, от степени гармоник n для N_k (обозначения те же, что на рис. 1)

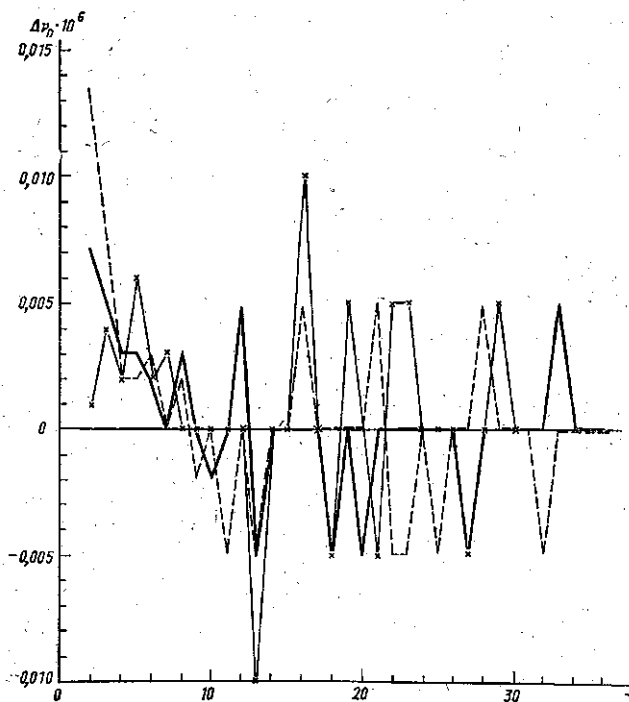


Рис. 5. Графики зависимости ошибок определения RMS Δv_n от степени гармоник n для N_k (обозначения те же, что на рис. 1)

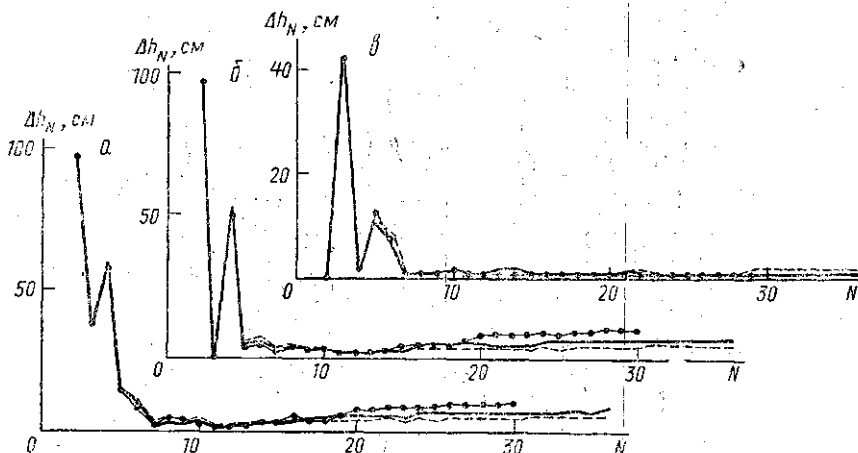


Рис. 6. Графики зависимости величины оптимизации высот геоида Δh_N от номера приближения N (обозначения те же, что на рис. 1): $a - C_N^{(N)} \approx 1$; $b - C_N^{(N)} < 1$; $e - C_N^{(N)} > 1$

Во всех результатах и для всех моделей проявляется корреляция гармонических постоянных степеней 3 и 5, а также степеней 2÷5 для центральной области Атлантического океана.

Для всех моделей улучшение минимально ($\Delta h_N = 0 \div 2$ см) при $N = 11 \div 12$, что может свидетельствовать о хорошем соответствии рассматриваемых моделей при $N \leq 12$ региону Атлантики.

Для всех моделей улучшение максимально для степеней $N = 2 \div 6$ ($\Delta h_N = 8 \div 97$ см), соответствующих протяженности возвышенных участков рельефа $\Delta l = 90^\circ \div 30^\circ$ и для $N = 20 \div 30$ ($\Delta h_N = 8 \div 11$ см), $\Delta l = 9^\circ \div 6^\circ$. По-видимому, гармоники степени 2÷6 в максимальной степени отражают вклад в оптимизацию от влияния материков, входящих в исследуемый регион. Способность же к улучшению всех моделей при $N > 12$, по-видимому, отражает в основном неточность спутниковых моделей при $N > 12$ в целом для Земли (или для региона Атлантики).

Более точный детальный анализ данных моделей, как мы уже сказали вначале, может быть сделан при сравнении с альтиметрией для различных регионов Земли.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Чуйкова Н. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1985. 26, № 5. С. 77.
 [2] Чуйкова Н. А. // Там же. 1987. 28, № 6. С. 56. [3] Чуйкова Н. А. // Там же. 1988. 29, № 1. С. 81. [4] Чуйкова Н. А. // Там же. 1994. 25, № 2. С. 79.
 [5] Lerch F. J., Klosko S. M., Laubscher R. E., Wagner C. A. // J. Geophys. Res. 1979. 84, N B3. P. 3897. [6] Marsh J. G., Lerch F. J., Putney B. H. et al. // J. Geophys. Res. 1988. 93, N B6. P. 6169. [7] Rapp R. H. Report N 322, Dept. of Geodetic Sci. and Surveying the Ohio State University. Columbus. Dec. 1981.
 [8] Marsh J. G., Lerch F. J., Putney B. H. et al. Report N 397, Dept. of Geodetic Sci. and Surveying the Ohio State University. Columbus. June 1989. [9] Бойков В. В., Галазин В. Ф., Демьянов Г. В. и др. // Геодезия и картография. 1992. № 4. С. 4.

Поступила в редакцию
28.06.93