

УДК 521.14/17:528.21/22

УТОЧНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ, ВЕНЕРЫ И МАРСА ИЗ АНАЛИЗА ВНЕШНИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ

С. А. Казарян
(ГДИШ)

Путем статистического анализа спутниковых моделей гравитационного потенциала Земли определена низковолновая часть потенциала ($n \leq 11$), обусловленная отличием внутреннего строения Земли от гидростатически-уравновешенного. На основе низковолновой части гравитационного потенциала с использованием модели расположения границ раздела внутри Земли (по Дзевонскому) определены максимальные возможные амплитуды вариаций этих границ и возможный сдвиг внутреннего ядра Земли. Аналогичные оценки получены и для Венеры и Марса. Выявленные вариации границ раздела полностью объясняют аномальное гравитационное поле Земли вплоть до $n \leq 8$, Марса — до $n \leq 3$, Венеры — до $n \leq 5$.

Существующие модели внутреннего строения Земли, Венеры и Марса [1—4] созданы на основе геофизических данных, сведений о массах, радиусах, моментах инерции планет, данных физики высоких давлений. Практическую информацию о распределении масс в недрах планет несут и данные об их внешних гравитационных полях [5—7], полученные из анализа движения космических аппаратов, альтиметрических и гравиметрических измерений на поверхности. Используя эти данные, можно провести дополнительные уточнения имеющихся моделей внутреннего строения планет.

Такая задача будет вполне корректной, если решить проблему выделения из гравитационного поля планеты части, обусловленной аномальным строением глубинных недр планеты, и затем найти предельные оценки отклонения высот рельефа границ разделов, задаваемых моделями внутреннего строения, от принятой гидростатической модели.

Внешний гравитационный потенциал планеты можно представить как

$$W(r, \varphi, \lambda) = W_0 + \Delta_1 W + \Delta_2 W, \tag{1}$$

где $W_0 = GM/r$ — потенциал шара со сферически-симметричным распределением плотности, $\Delta_1 W = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n \bar{C}_{n0} \bar{P}_{n0}(\sin \varphi)$ — гидростатически

равновесная часть аномального поля планеты,

$$\Delta_2 W = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R}{r}\right)^n (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{D}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_n^m(\sin \varphi)$$

— неравновесная аномальная часть потенциала, G — гравитационная постоянная, M — масса планеты, R — ее средний радиус, (r, φ, λ) — координаты точки наблюдения, $\Delta \bar{C}_{nm}$ и $\Delta \bar{D}_{nm}$ — коэффициенты разложения по шаровым функциям, характеризующие отклонение гравитационного поля планеты от состояния гидростатического равновесия.

Проведенный нами статистический анализ многочисленных моделей гравитационного поля Земли (сравнение дисперсионных и корреляционных характеристик по разным направлениям и для разных моделей) показал, что низковолновая часть аномального гравитационно-

то поля Земли вплоть до $n \ll 11$ может быть в основном обусловлена глубинными неоднородностями ее недр [8]. В силу подобия планет земной группы можно предположить, что и для Венеры и Марса гармоники $n \ll 11$ могут объясняться глубинным строением этих планет.

Для получения предельных оценок отклонений границ раздела внутри планет от задаваемого моделями внутреннего строения мы действовали следующим образом: представив массы, слагающие рельеф границ раздела и ответственные за отклонение от гидростатики, в виде простого сферического слоя, запишем их гравитационный потенциал [9]:

$$\Delta V = \frac{4\pi G \tilde{r}^3 \sigma_0}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left(\frac{\tilde{r}}{r}\right)^n (\bar{a}_{nm} \cos m\lambda + \bar{b}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_n^m(\sin \varphi), \quad (2)$$

где \bar{a}_{nm} , \bar{b}_{nm} — нормированные коэффициенты разложения рельефа, \tilde{r} — радиус границы раздела, σ_0 — скачок плотности на рассматриваемой границе раздела. При этом справедлива оценка

$$\left\{ \bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}, \sqrt{D_n^H} = \sqrt{\bar{a}_{nm}^2 + \bar{b}_{nm}^2} \right\} \leq H_{\max} \tilde{r}, \quad (3)$$

где H_{\max} — максимальное отклонение высот рельефа от задаваемых гидростатической моделью в рассматриваемой точке.

Для того чтобы N -я гармоника аномального гравитационного потенциала могла быть обусловлена вкладом масс рассматриваемой границы раздела, необходимо выполнение условия

$$\left(\frac{\tilde{r}}{R}\right)^{N+2} \geq \frac{2N+1}{3} \frac{R}{\tilde{H}_{\max}} \frac{\sigma}{\sigma_0} \sqrt{D_N^W}, \quad (4)$$

где D_N^W — степенная дисперсия аномального гравитационного поля $\Delta_2 W$; \tilde{H}_{\max} — максимальная размытость (неопределенность) границы раздела по геофизическим данным или согласно теории, σ — средняя плотность планеты.

При выполнении этого условия можно записать следующее равенство:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta \bar{C}_{Nm} \\ \Delta \bar{D}_{Nm} \end{aligned} \right\} = \frac{4\pi \sigma_0 \tilde{r}^{N+3}}{(2N+1) R^N M} \left\{ \begin{aligned} \bar{a}_{Nm} \\ \bar{b}_{Nm} \end{aligned} \right\},$$

$$\sqrt{D_N^W} = \frac{3}{2N+1} \left(\frac{\tilde{r}}{R}\right)^{N+3} \frac{\sigma_0}{\sigma} \sqrt{D_N^H},$$

где D_N^H — степенная дисперсия топографии рассматриваемой границы. Отсюда оценка H_{\max} высот рельефа соответствующей границы определяется выражением

$$\tilde{H}_{\max} > H_{\max} \geq \hat{H} = \frac{2N+1}{3} \frac{\sigma}{\sigma_0} \left(\frac{R}{\tilde{r}}\right)^{N+2} R \sqrt{D_N^W}. \quad (5)$$

При условии равномерности амплитудных характеристик вариаций рельефа различной протяженности на всех границах (т. е. при абсолютно случайном характере отклонений границ раздела от равновесной границы) можно определить вклад неоднородностей рассматриваемой границы в аномальное гравитационное поле планеты для всех $n \geq N$:

$$\sqrt{D_n^V} \leq \frac{3}{2n+1} \frac{\sigma_0}{\sigma} \frac{\hat{H}}{R} \left(\frac{\tilde{r}}{R}\right)^{n+2}. \quad (6)$$

Исключая последовательно из аномального гравитационного поля планеты, начиная с $N=2$, влияние масс рельефа границ раздела, двигаясь от границы ядра к поверхности, можно остаточное поле приписать влиянию приповерхностных масс.

Подробно процедура решения данной задачи для Земли описана в [8]. Полученные результаты для всех планет приведены в табл. 1.

Таблица 1

Оценки максимальных негидростатических вариаций границ разделов внутри планет на основе спутниковых данных

\bar{r} , км	σ_0 , г/см ³	\hat{N} , км			
Венера, $R = 6050$ км, $M = 4,869 \cdot 10^{24}$ кг, $\bar{\rho} = 5,245$ г/см ³					
		Вариант 1		Вариант 2	
5980,0	0,476	0,09		0,17	
5569,0	0,219	0,13		0,86	
5294,0	0,319	0,73		0,22	
3210,0	4,201	0,34		0,40	
Земля, $R = 6371$ км, $M = 5,974 \cdot 10^{24}$ кг, $\bar{\rho} = 5,515$ г/см ³					
		Вариант 1		Вариант 2	
		1а	1б	1в	
6346,6	0,481	0,03	0,04	0,06	0,06
6151,0	0,076	0,37	0,69	0,66	0,65
5971,0	0,180	0,45	0,02	0,57	0,56
5701,0	0,389	0,24	0,31	0,36	0,38
3477,4	4,337	0,87	0,83	1,16	1,10
1221,5	0,597	398,05			
Марс, $R = 3386$ км, $M = 6,423 \cdot 10^{23}$ кг, $\bar{\rho} = 3,95$ г/см ³					
		Вариант 1		Вариант 2	
		1а	1б*)		
3286,0	0,77	1,45	0,96	1,58	
960,0	3,68	110,75	14,42	91,8	

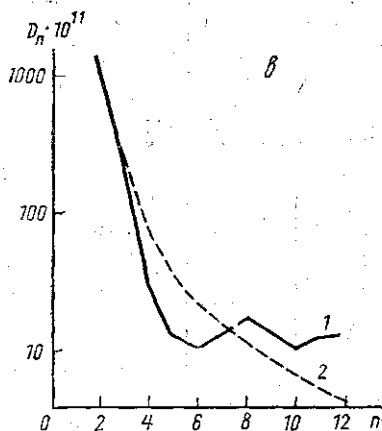
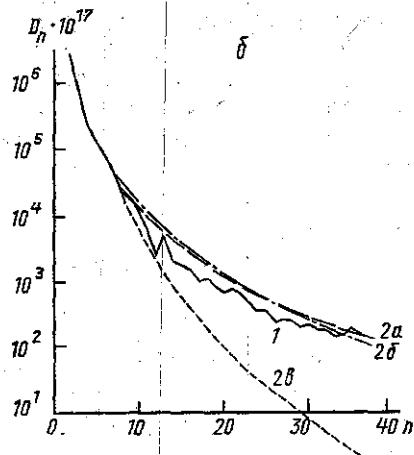
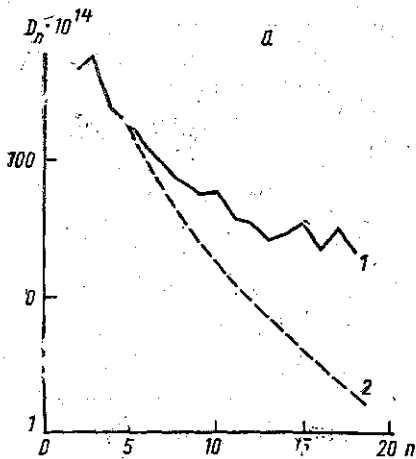
* Вариант 1б для Марса просчитан на основе модели [4].

Для Земли были рассмотрены 3 варианта: 1а — с учетом границы внутреннего ядра, 1б — без учета внутреннего ядра, 1в — при условии неравномерности амплитудных характеристик рельефа границ раздела.

Из сравнения дисперсионных характеристик гравитационного поля для всех планет, посчитанных нами с учетом выявленных вариаций границ раздела, и реальных дисперсий (рисунков) можно сделать следующие выводы.

1. Для Земли аномальное гравитационное поле вплоть до $n \leq 8$ может быть полностью объяснено вариациями границ раздела, приведенными в табл. 1 для варианта 1в. Очевидно, превышение уровня дисперсий реального гравитационного поля над модельным при $n \geq 9$ объясняется влиянием приповерхностных масс (от поверхности до границы Мохо).

2. Завышение уровня модельных дисперсий для Марса при $4 \leq n \leq 7$ над реальным вероятнее всего объясняется недостаточной изучен-



Степенные дисперсии гравитационного поля Венеры (а), Земли (б) и Марса (в): 1 — спутниковые данные; 2 — модельные значения

ностью его недр и, как следствие, несовершенством исходной модели внутреннего строения [3]. Превышение же уровня дисперсий реального поля над модельным при $n \geq 8$, очевидно, так же как и для Земли, объясняется влиянием приповерхностных масс.

3. Гравитационное поле Венеры хорошо согласуется с модельным для $n \leq 5$. Вклад приповерхностных масс в гравитационное поле, однако, более значителен, чем для Земли и Марса, и начинается с более низких гармоник ($n \leq 6$).

Следует еще раз отметить, что приведенные модельные дисперсии являются предельно допустимыми (сверху) для оценки вклада вариаций внутренних границ в гравитационное поле. Учет реальных амплитудных характеристик границ раздела может только понизить уровень модельных дисперсий (как это произошло для Земли в варианте 1в) и тем самым увеличить вклад приповерхностных структур в гравитационное поле.

Как видно из табл. 1, максимальные возможные вариации всех границ раздела для всех планет довольно малы (≤ 1 км), за исключением границы внутреннего ядра для Земли (≤ 400 км) и границы ядра Марса, рассчитанной по модели [3] (≤ 110 км). Такие оценки могут свидетельствовать либо о смещении ядер этих планет относительно центра масс планеты, либо о наличии крупных локальных плотно-

стных неоднородностей вблизи границы ядра. Более детальный анализ этих гипотез был проведен нами на основе решения задачи двух неподвижных центров [10] в приложении не ко всему гравитационному полю планеты, как это делается в небесной механике, а только к $W_0 + \Delta_2 W$ (т. е. без учета равновесного аномального поля $\Delta_1 W$, обусловленного отклонением поверхности жидкой планеты от шаровой):

$$\begin{cases} m_1 = -\frac{Mc_2}{c_1 - c_2}, \\ m_2 = \frac{Mc_1}{c_1 - c_2}, \end{cases} \begin{cases} c_1 c_2 = -J_2 R^2, \\ c_1 + c_2 = R \frac{J_3}{J_2}, \end{cases} \quad (7)$$

где M — масса планеты, J_2 и J_3 — ненормированные коэффициенты, характеризующие отклонение гравитационного поля от состояния гидростатического равновесия, m_1 и m_2 — массы двух центров, c_1 и c_2 — аппликаты точечных масс в системе координат, связанной с центром масс планеты. Решение такой задачи для Земли (табл. 2) [8] показало,

Таблица 2
Параметры двух неподвижных центров

Параметры	Венера	Земля	Марс
M	$4,869 \cdot 10^{24}$ кг	$5,974 \cdot 10^{24}$ кг	$6,423 \cdot 10^{23}$ кг
m_1	$1,000018 M$	$1,00018 M$	$0,99635 M$
c_1	$-0,05$ км	$-0,28$ км	$2,49$ км
m_2	$-1,8 \cdot 10^{-5} M$	$-1,8 \cdot 10^{-4} M$	$3,65 \cdot 10^{-3} M$
c_2	$-2933,4$ км	$-1538,68$ км	$-680,29$ км

ло, что зональная негидростатическая часть гравитационного поля Земли вплоть до $n \leq 7$ довольно хорошо (как видно из табл. 3) объясняется наличием локального разуплотнения вещества массой $m = -1,8 \cdot 10^{-4} M$, находящегося к югу от центра масс Земли на расстоянии $(1510 \pm A)$ км, где $2A$ — размер разуплотнения. Аналогичное решение для Венеры и Марса (см. табл. 2) показало не столь хорошее соответствие (см. табл. 3) реального поля полю двух неподвижных центров (только при $n=2, 3$ для Венеры и при $n=2 \div 4$ для Марса). Об этом же свидетельствуют и величины максимальных вариаций границ раздела, полученные с учетом гипотезы о двух неподвижных центрах (табл. 1, вариант 2). Они в основном уменьшаются для Земли и увеличиваются для Марса и Венеры. По-видимому, выдвинутые нами в [8] гипотезы, объясняющие наличие таких неоднородностей внутри ядра Земли конвективными движениями во внешнем ядре и неоконченным процессом дифференциации вещества, несправедливы для Венеры и Марса. Этим же можно объяснить и возможную связь обнаруженных неоднородностей с наличием магнитного поля у Земли и отсутствием его у Венеры и Марса.

В заключение автор выражает благодарность Американскому астрономическому обществу за финансовую поддержку работы, а также научному руководителю, д-ру физ.-мат. наук Н. А. Чуйковой за оказанную помощь в проведении работы:

Вклад двух неподвижных центров в неравновесное аномальное поле планеты

n	$\Delta \bar{C}_{n0}$	\bar{J}_n	n	$\Delta \bar{C}_{n0}$	\bar{J}_n
Венера			6	$-0,15 \cdot 10^{-6}$	$-0,99 \cdot 10^{-8}$
2	$-0,19 \cdot 10^{-5}$	$-0,19 \cdot 10^{-5}$	7	$0,89 \cdot 10^{-7}$	$0,22 \cdot 10^{-8}$
3	$0,77 \cdot 10^{-6}$	$0,77 \cdot 10^{-6}$	8	$0,47 \cdot 10^{-7}$	$-0,51 \cdot 10^{-9}$
4	$0,65 \cdot 10^{-6}$	$-0,33 \cdot 10^{-6}$	19	$0,28 \cdot 10^{-7}$	$0,12 \cdot 10^{-9}$
5	$0,14 \cdot 10^{-6}$	$0,14 \cdot 10^{-6}$	10	$0,50 \cdot 10^{-7}$	$-0,27 \cdot 10^{-10}$
6	$-0,27 \cdot 10^{-6}$	$-0,64 \cdot 10^{-7}$	11	$0,18 \cdot 10^{-7}$	$0,61 \cdot 10^{-11}$
7	$0,07 \cdot 10^{-7}$	$0,29 \cdot 10^{-7}$	Марс		
8	$-0,50 \cdot 10^{-6}$	$-0,13 \cdot 10^{-7}$	2	$0,66 \cdot 10^{-4}$	$0,66 \cdot 10^{-4}$
9	$-0,18 \cdot 10^{-6}$	$0,61 \cdot 10^{-8}$	3	$-0,11 \cdot 10^{-4}$	$-0,11 \cdot 10^{-4}$
10	$-0,22 \cdot 10^{-6}$	$-0,28 \cdot 10^{-8}$	4	$0,07 \cdot 10^{-5}$	$0,20 \cdot 10^{-5}$
11	$0,67 \cdot 10^{-7}$	$0,13 \cdot 10^{-8}$	5	$0,19 \cdot 10^{-5}$	$-0,36 \cdot 10^{-6}$
Земля			6	$0,95 \cdot 10^{-6}$	$0,67 \cdot 10^{-7}$
2	$-0,47 \cdot 10^{-5}$	$-0,47 \cdot 10^{-5}$	7	$-0,64 \cdot 10^{-6}$	$-0,12 \cdot 10^{-7}$
3	$0,96 \cdot 10^{-6}$	$0,96 \cdot 10^{-6}$	8	$-0,77 \cdot 10^{-7}$	$0,23 \cdot 10^{-8}$
4	$-0,24 \cdot 10^{-6}$	$-0,20 \cdot 10^{-6}$	9	$-0,24 \cdot 10^{-5}$	$-0,45 \cdot 10^{-9}$
5	$0,68 \cdot 10^{-7}$	$0,45 \cdot 10^{-7}$	10	$-0,17 \cdot 10^{-5}$	$0,85 \cdot 10^{-10}$
			11	$-0,13 \cdot 10^{-5}$	$-0,16 \cdot 10^{-10}$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Dziewonski A. M., Anderson D. I. // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1981. V. 25. P. 297. [2] Ксанфомалити Л. В. Планета Венера. М., 1985. [3] Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет. М., 1983. [4] Жарков В. Н., Марченков К. И. // Астрон. вестник. 1991. 25, № 5. С. 515. [5] Бойков В. В., Галазин В. Ф., Демьянов Г. В. и др. // Геодезия и картография. 1992. № 4. С. 4. [6] Bills B. G., Kiefer W. S., Jones R. L. // J. Geophys. Res. 1987. 92, N B10. P. 10, 335. [7] Christensen E. J., Valmino G. I. // J. Geophys. Res. 1979. 84, N B14. P. 7943. [8] Чуйкова Н. А., Казарян С. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. 35, № 1. С. 72. [9] Дубошин Г. Н. Теория притяжения. М., 1961. [10] Дубошин Г. Н. Небесная механика, основные задачи и методы. М., 1975.

Поступила в редакцию
16.07.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 3.

УДК 537.86

РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ДИНАМИЧЕСКИХ И ШУМОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГРАВИТАЦИОННОЙ АНТЕННЫ С ТРАНСФОРМАТОРОМ СМЕЩЕНИЯ

А. В. Гусев

(ГАИШ)

Получены рекуррентные соотношения для расчета динамических и шумовых характеристик твердотельной гравитационной антенны веберовского типа с N -звенным трансформатором смещения при постоянном коэффициенте трансформации $\varepsilon = m_k/m_{k-1}$ и равенстве парциальных частот $\omega_k, k = \overline{1, N}$.

В работе [1] получены рекуррентные соотношения, позволяющие определить Z -параметры твердотельной гравитационной антенны с трансформатором смещения (ТС):