МИКРОВОЛНОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА И ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

УДК 535.4:621.396:677.71.001.24

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МИЛЛИМЕТРОВОЙ И СУБМИЛЛИМЕТРОВОЙ ТЕХНИКИ

ЧАСТЬ 1. ОТКРЫТЫЕ РЕЗОНАТОРЫ И ОТКРЫТЫЕ ВОЛНОВОДЫ *)

В. П. Шестопалов **)

Приводятся теоретические и экспериментальные результаты математического и физического моделирования открытых резонаторов и открытых волноводов, использующихся в качестве элементной базы миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн. На основе методов теории оператор-функций и элементов теории морсовских критических точек устанавливаются фундаментальные свойства спектра собственных колебаний и волн, электродинамические характеристики исследуемых открытых систем, корректно описываются физические явления и эффекты. Теоретические данные сопоставляются с экспериментальными.

Почти тридцатилетние теоретические, экспериментальные и прикладные исследования миллиметровых (мм) и субмиллиметровых (субмм) волн, которые систематически ведутся в Институте радиофизики и электроники Академии наук Украины, показали, что освоение этого диапазона волн практически полностью можно осуществить с помощью открытых электродинамических структур (ОС).

В качестве эффективных ОС следует применять открытые резонаторы (ОР), открытые волноводы (ОВ), дифракционные решетки (ДР); они дают возможность концентрировать и рассеивать электромагнитные поля в заданных участках пространства, направленно распространять и излучать их, преобразовывать поверхностные волны в объемные и объемные в поверхностные.

Для освоения мм- и субмм-волн необходимы новые типы ОС [1—4], существенно отличающиеся от тех, которые применялись на первом этапе развития радиотехники, и применяющиеся на качественно новой физической основе. Они обладают естественной связью со всем пространством; размерами, сравнимыми с длиной волны, и разнообразной конфигурацией граничных поверхностей. Изучение распространения, рассеяния, поглощения и преобразования собственных полей такими ОС связано с построением строгих математических методов решения краевых задач электродинамики, с развитием новых экспериментальных методик, а также с таким применением полученных теоретических и экспериментальных данных, которое существенно отличается от классического, основанного на методе масштабного моделирования.

§ 1. Открытые резонаторы

Теория

Теоретическое исследование ОР длительное время проводилось асимптотическими и эвристическими методами. С их помощью в длинно- и коротковолновом приближениях построены модели ОР, описыва-

*) Часть 2 будет опубликована в следующем номере.

**) Институт радиофизики и электроники АН Украины, г. Харьков.

ющие только часть их спектра. Эти подходы становятся непригодными для анализа спектральных характеристик и вынужденных колебаний ОР, когда размеры последних соизмеримы с длиной волны.

ОР принципиально отличаются от закрытых резонаторов: потерями на излучение, многосвязностью в поперечном сечении, наличием ребер. Необходимо также корректно описывать поведение рассеянного ими (собственного) электромагнитного поля на бесконечности. Поэтому спектр собственных колебаний ОР перестает быть вещественным. Возникают дополнительные требования к энергетическим соотношениям в различных областях пространства при постановке краевых задач, изменяется сам их характер: они образуют новый класс несамосопряженных спектральных задач, в условия которых спектральный параметр обычно входит нелинейным образом. Такие нелинейные спектральные задачи математической физики требуют разработки новых методов решения, в частности применения метода оператор-функций одной или многих комплексных переменных. Этот метод связывает воедино однородные (спектральные) и неоднородные (моделирующие возбуждение) задачи в электродинамике, поскольку одновременно можно определять области локализации спектра и резольвентного множества операторов, т. е. доказывать существование и единственность решения.

Рассмотрим подробнее особенности построения спектральной теории ОР. Как известно, в классических задачах дифракции для ОР имеет место теорема единственности и частота является вещественной величиной. Для ОР ранее отсутствовал простой способ описания резонансных явлений. Это затруднение преодолено путем математически корректного «аналитического продолжения» краевой задачи дифракции в область комплексных значений частоты [2, 3, 5]. В двумерном случае для ограниченных зеркал ОР для этого необходимо использовать вместо условия на бесконечности Зоммерфельда условия Райхардта [5, 6]. Краевая задача для вещественных частот «аналитически продолжается» на соответствующую поверхность Римана для комплексных значений частот. Задача имеет единственное решение всюду на поверхности Римана вне некоторого, может быть, пустого и не более чем счетного дискретного множества частот с единственной возможной точкой накопления на бесконечности. Собственные значения рассматриваемой однородной задачи, которым отвечают собственные функции, одновременно являются полюсами конечной кратности для аналитического продолжения резольвенты оператора в исходной краевой задаче дифракции [5]. Математическим аппаратом такой спектральной теории ОР является теория мероморфных оператор-функций. Таким образом, задача на собственные значения с условием Райхардта сводится к спектральной задаче для оператор-функции, т. е. к определению множества комплексных частот (и собственных функций), при которых однородное уравнение имеет нетривиальное решение. Важно, что данная спектральная задача допускает эффективное численное решение.

Описанный подход, основанный на применении процедуры регуляризации для решения спектральных задач, впервые проведен в [7] для координатных задач ОР с различными включениями. Этот метод распространен также и для некоординатных задач, эквивалентно соответствующих определенным интегральным и интегро-дифференциальным уравнениям [8]. Теперь полученные дисперсионные уравнения в комплексной области изменения частоты приобретают для ОР четкий математический смысл: их комплексным корням соответствуют собственные функции, которые определяют резонансное поведение рассеянных полей для частот с малой мнимой частью (частот, лежащих на физическом листе; тщательный анализ показывает, что важную роль играют и частоты, расположенные на других листах поверхности Римана).

Необходимо подчеркнуть принципиальное различие между методами решения краевых задач дифракции и спектральных краевых задач. Правильно поставленная краевая задача дифракции имеет единственное решение. Совершенно иная ситуация возникает при решении спектральной задачи. Теоремы единственности для спектральной задачи нет. Более того, решение однородной спектральной задачи ищется там, где как раз и нарушается теорема единственности. Возникает вопрос об эквивалентности исходной спектральной краевой задачи и спектральной задачи для однородного уравнения, вытекающего из неоднородного уравнения теории дифракции. Нам удалось доказать это для ОР и исследовать спектральные задачи с помощью оператор-функции, возникающей в задаче дифракции.

В настоящее время описываемые методы спектральной теории (и теории дифракции) являются мощным инструментом анализа физических свойств различных сложных ОС.

В качестве примера рассмотрим простейшую спектральную задачу для цилиндрического ОР, образованного двумерными круговыми металлическими экранами с диэлектрическим включением, ось которого параллельна образующим зеркал. Требуется определить такие значения спектрального параметра $\varkappa \in \Lambda$ (Λ — риманова поверхность аналитического продолжения фундаментального решения двумерного уравнения Гельмгольца по переменной $\varkappa = ka$, где $k = \omega/c$, ω — собственная частота, $S = \bigcup_{j=1}^{3} S_j$ — сечение ОР координатной плоскостью, где S_1, S_2 — сечения зеркал, S_3 — сечение включения; c — скорость света в вакууме; $a = \max(a_1, a_2)$; a_1, a_2 — радиусы зеркал), при которых существует нетривиальное решение однородного уравнения Гельмгольца, удовлетворяющее однородным краевым условиям, условиям сопряжения, условию типа Мейкснера и условию на бесконечности Райхардта.

Риманова поверхность $\Lambda = \bigcup_{j=-\infty}^{\infty} \Lambda_j$, где $\Lambda_j = \{-\pi + 2\pi j < \arg \varkappa < \pi + 2\pi j\}$. Лист Λ_0 назовем физическим. Поскольку временная зависимость выбрана в виде $\exp\{-i\varkappa c/a\}$, то для $\varkappa \in \Lambda_0$ $\operatorname{Im} \varkappa < 0$, что соответствует экспоненциально затухающим во времени колебаниям. На всех других листах Λ находятся частоты с $\operatorname{Im} \varkappa < 0$ и $\operatorname{Im} \varkappa > 0$ и им соответствуют затухающие и возрастающие во времени колебания.

Функция $u(x, y)$ описывает продольную компоненту собственного электромагнитного поля H_z при H-поляризации и E_z при E-поляризации. Определяя общее решение краевой задачи для H-колебаний и ограничиваясь случаем, когда зеркала ОР вогнуты в одну сторону, используя краевые условия на зеркалах и при переходе от внутреннего к внешнему пространству ОР, а также применяя к полученным функциональным уравнениям процедуру регуляризации методом задачи Римана—Гильберта [9], приходим к бесконечной однородной системе линейных алгебраических уравнений относительно фурье-составляющих искомого поля собственных колебаний. Матричные элементы этой системы являются функциями спектрального параметра $\varkappa$. Замена бесконечной системы конечной позволяет находить приближенные собственные частоты,, являющиеся корнями определителя усеченной системы. Можно доказать, что матрицы алгебраических уравнений задают в пространстве l_2 ядерные операторы для любого $\varkappa$, которые обозначены $A^{ns}(\varkappa)$, а усеченные уравнения записываются в виде

$$x^n = \sum_{s=1}^{3} A^{ns}(\varkappa)\, x^s \quad (n = 1,\ 2,\ 3). \tag{1}$$

Система операторных уравнений (1) представляет собой задачу на характеристические числа для некоторой матричной оператор-функции. При этом системе оператор-функций $\{A^{ns}(\varkappa)\}$ можно поставить в соответствие оператор-функцию $A(\varkappa) = \| A^{ns} \|_{n,s=1}^{3}$, действующую в пространстве l_2^3 [2]. Наконец, (1) записывается как операторное уравнение в l_2^3:

$$\{I - A(\varkappa)\}\, x = \Theta, \tag{2}$$

где I — тождественный оператор в l_2^3, Θ — нулевой элемент. Доказывается [5], что для уравнения (2) существует нетривиальное решение, а это в свою очередь приводит к выводу об эквивалентности существования нетривиального решения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений и исходной спектральной задачи в пространстве l_2. Таким образом, спектр собственных электромагнитных колебаний ОР совпадает с множеством характеристических чисел оператор-функции $I - A(\varkappa)$. При этом справедливо утверждение:

спектр собственных двумерных электромагнитных колебаний ОР конечнократный и дискретный, т. е. образует счетное изолированное множество с единственной точкой сгущения на бесконечности и расположен в области $\operatorname{Im}\varkappa < 0$.

Исследуемые ОР могут обладать высокодобротными колебаниями, и для них собственные частоты располагаются сколь угодно близко к вещественной оси. Кроме того, одним из наиболее важных следствий строгой спектральной теории ОР является возможность нахождения морсовских критических точек дисперсионных уравнений

$$\mathscr{F}(\varkappa) \equiv \det\{I - A(\varkappa)\} = 0 \tag{3}$$

и соответствующих им междутиповых колебаний, с помощью которых можно определить характеристические числа оператора $A(\varkappa)$ [10, 11]. При этом $A(\varkappa)$ зависит также и от неспектральных параметров, например $\chi = b/a$, где b — апертура ОР. $A(\varkappa)$ теперь записывается в виде $A(\varkappa, \chi)$, где χ изменяется в области аналитичности оператора $A(\varkappa, \chi)$ $\mathscr{D}_\chi \in \mathbf{C}$ ($\mathbf{C}$ — комплексная плоскость). Пусть $\varkappa \in \Lambda_0$, где $\Lambda_0 = \{-\pi < \arg\varkappa < \pi;\ \varkappa \neq 0\}$ — нулевой лист римановой поверхности Λ. Поскольку $A(\varkappa, \chi)$ — ядерная и аналитическая оператор-функция, множество нулей уравнения (3) совпадает с множеством характеристических чисел $\sigma(\varkappa)$ оператор-функции $I - A(\varkappa, \chi)$ ($\sigma(\varkappa)$ определено на множестве $\Lambda_0 \times \mathscr{D}_\chi$). Важно установить, что происходит с $\sigma(\varkappa)$, когда $\varkappa$ изменяется в $\mathscr{D}_\chi$.

Для этого введем аналитическое множество $\mathscr{D}$ вида $\sigma_0 = \{(\varkappa, \chi) \in \mathscr{D} : \mathscr{F}(\varkappa, \chi) = 0\}$ и рассмотрим $\mathscr{F}(\varkappa, \chi)$ как отображения $\mathscr{F} : \mathbf{C}^2 \to \mathbf{C}$ с областью определения $\mathscr{D}$ (χ — комплексная величина). Если существует изолированная особая точка $(\varkappa_0, \chi_0)$ отображения $\mathscr{F}$, то локальная структура множества σ_0 в окрестности $(\varkappa_0, \chi_0)$ определяется расположением и типом $(\varkappa_0, \chi_0)$, вдали же от $(\varkappa_0, \chi_0)$ множество локально устроено как гиперплоскость. Ясно, что малые изменения χ вблизи $(\varkappa_0, \chi_0)$ приводят к малым изменениям $\sigma(\varkappa)$.

Междутиповые колебания обладают характерным законом дисперсии — особым поведением двух собственных частот как функций от χ при $\operatorname{Im}\chi = 0$ (график Вина). Естественно, возникает задача описания в терминах регулярных и особых точек отображения $\mathcal{F}$ условий, соответствующих такому закону дисперсии. Локальная структура множества σ_0 как гиперплоскости не отвечает указанному закону дисперсии. Поэтому рассмотрим множество критических точек $\sigma_{cr}=\{(\varkappa,\chi)\in\mathcal{D}$: $\operatorname{grad}\mathcal{F}=(\partial\mathcal{F}/\partial\varkappa,\ \partial\mathcal{F}/\partial\chi)=0\}$ и множество изолированных морсовских критических точек

$$\sigma_{M,\,cr}=\left\{(\varkappa,\ \chi)=\sigma_{cr}:\frac{\partial^2\mathcal{F}}{\partial\varkappa^2}\frac{\partial^2\mathcal{F}}{\partial\chi^2}-\left(\frac{\partial^2\mathcal{F}}{\partial\varkappa\,\partial\chi}\right)^2\neq 0\right\}.$$

Пусть $(\varkappa_0,\chi_0)$ — изолированная морсовская критическая точка, лежащая вблизи σ_0 (т. е. $\mathcal{F}(\varkappa_0,\chi_0)=\delta$ — мало). Тогда в окрестности $(\varkappa_0,\chi_0)$ уравнение (3) можно разложить в ряд до кубически малых членов. Поскольку $(\varkappa_0,\chi_0)\in\sigma_{Mcr}$, то с помощью замены переменных $\tilde{\varkappa}=\psi_1(\varkappa,\chi)$, $\tilde{\chi}=\psi_2(\varkappa,\chi)$ этот ряд можно записать в виде канонической квадратичной формы вида [10, 11]

$$\tilde{\varkappa}^2+\tilde{\chi}^2+\delta=0, \tag{4}$$

откуда $\tilde{\varkappa}=\pm\sqrt{-\tilde{\chi}^2-\delta}$. При $\delta=0$ получаем $\tilde{\gamma}=\pm i\tilde{\chi}$. Уравнение (4) определяет закон дисперсии (зависимость спектрального параметра — частоты — от неспектрального — a или b), характерный для междутиповой связи колебаний, а величина $\delta=\mathcal{F}(\varkappa_0,\chi_0)$ определяет степень этой связи. При $\delta=0$ в точке $(\varkappa_0,\chi_0)$ имеет место двукратное вырождение $\mathcal{F}(\varkappa,\chi)$ как по $\varkappa$, так и по χ.

Исследование зависимости $\operatorname{Re}\varkappa(\chi)$ и $\operatorname{Im}\varkappa(\chi)$ в физической области изменения неспектрального параметра — настройки ОР (т. е. при $\operatorname{Im}\chi=0$) можно провести с помощью (4) для $\operatorname{Re}\tilde{\varkappa}(\tilde{\chi})$ и $\operatorname{Im}\tilde{\varkappa}(\tilde{\chi})$ при изменении $\tilde{\chi}$ вдоль прямой $\operatorname{Re}\tilde{\chi}=\xi$, $\operatorname{Im}\tilde{\chi}=\alpha\xi+\beta$, где ξ — вещественный параметр прямой, α — угол ее наклона. Двухпараметрическое по α и β семейство кривых $\operatorname{Re}\tilde{\varkappa}(\xi)$, $\operatorname{Im}\tilde{\varkappa}(\xi)$ содержит при определенных α и β зависимости, аналогичные известному графику Вина. Важно построить дисперсионные кривые, которые соответствуют всем возможным качественным дисперсионным закономерностям вблизи морсовских критических точек при различных значениях α и β.

Таким образом, наличие изолированных морсовских критических точек $(\varkappa_0,\chi_0)$ уравнения (3) приводит к существованию вблизи $(\varkappa_0,\chi_0)$ двух решений $\varkappa_+(\chi)$ и $\varkappa_-(\chi)$ этого дисперсионного уравнения. Поведение этих решений при изменении настройки ОР χ полностью определяется уравнением (4) и описывает междутиповые колебания ОР, в частности определяет резкое изменение добротности (дифракционных потерь) ОР при малых изменениях его геометрических параметров [10, 11].

В о з б у ж д е н и е О Р. Если в некоторой точке пространства расположен точечный монохроматический источник, то в присутствии ОР с включением можно построить функцию Грина $G(\varkappa;r)$ (для нее существуют известные условия классической задачи дифракции) и получить для фурье-компонент поля неоднородную бесконечную систему линейных алгебраических уравнений, которые отличаются от (1), (2) только правой частью и имеют для случая H-колебаний следующий вид:

$$\{I-A(\varkappa)\}\,x=f. \tag{5}$$

Решая (5) формально, получаем $x=R_A(\varkappa)f$, где $R_A(\varkappa)=\{I-A(\varkappa)\}^{-1}$ — резольвента оператор-функции $A(\varkappa)$. Решение $x=R_A(\varkappa)f$ имеет смысл, если при $\operatorname{Im}\varkappa>0$ существует ограниченный оператор R_A. Можно доказать, что решение (5) существует и оно единственное, если $A(\varkappa)$ при $\operatorname{Im}\varkappa>0$ задает в L вполне непрерывный оператор и соответствующее (5) однородное уравнение имеет только нулевое решение.

Справедливо утверждение:

функция Грина $G(\varkappa; r)$ — аналитическая функция $\varkappa$ при $\operatorname{Im}\varkappa>0$, и она допускает аналитическое продолжение на Λ, за исключением лишь множества полюсов, которое совпадает со спектром задачи (1), (2), *т. е. с множеством* $\sigma(A)$.

Численное моделирование колебаний ОР. Развитая математически строго обоснованная спектральная теория ОР и их возбуждения различными источниками дают возможность проводить эффективные вычисления на ЭВМ (при этом параметры ОР и свойства включений могут быть произвольными); это позволяет определить границы применимости эвристического метода анализа таких структур и предсказать новые физические явления, что было практически недоступно ранее известным методам.

Проведенные на ЭВМ численные эксперименты позволили определить для H-поляризованных колебаний коаксиальных ОР наличие длинноволновых резонансов. Например, для ОР с геометрическими параметрами $\theta_1=\theta_2=5°$, $a_2/a_1=0{,}7$ получаем $\varkappa_1=0{,}3563-i\cdot 0{,}0196$ и $\varkappa_2=0{,}6310-i\cdot 0{,}00001$ (здесь θ_1, θ_2 — ширина щелей; a_1, a_2 — радиусы коаксиального ОР). Анализ полей, возникающих при возбуждении ОР плоской волной на частотах $\operatorname{Re}\varkappa_1$ и $\operatorname{Re}\varkappa_2$, показывает, что более длинноволновый резонанс на частоте $\operatorname{Re}\varkappa_1$ соответствует случаю щелевого резонанса, когда магнитное поле в щели внешнего зеркала однородно, а электрическое сосредоточено в ее окрестности. Для колебания с частотой $\operatorname{Re}\varkappa_2$ имеем очень высокую добротность ($Q\approx 3\cdot 10^4$); при этом резонансная длина волны $\lambda_{\varkappa_2}=2\pi a_1/0{,}631$ в пять раз превышает диаметр ОР. Изучение полей этого резонансного колебания показывает, что существуют принципиально новые строго противофазные высокодобротные колебания.

Установлено также, что для $|\varkappa|\sim 1$ в ОР возникает простой спектр, собственные частоты которых можно перенумеровать. Можно также провести полный анализ конфигурации полей [5, 7].

Детально изучены спектральные характеристики двухзеркальных ОР. В мм- и субмм-диапазоне обычно применяют ОР, у которых $1<|\varkappa|<20$, $b/a\approx 1$ (b — радиус апертуры, a — радиус кривизны зеркал). В этом частотном диапазоне конфокальный ОР ($l/a\approx 1$, l — расстояние между зеркалами) обладает ярко выраженными резонансными свойствами.

Остановимся подробнее на междутиповых колебаниях двумерного ОР. Эвристическая теория «прыгающего мячика» принципиально не может предсказать данный эффект. Рассмотрим спектр собственных H-поляризованных колебаний симметричного конфокального ОР ($a=l$). Установлено, что спектр этого ОР имеет четыре класса симметрии. Явление междутиповых колебаний возможно только для колебаний одного класса симметрии. Например, H_{03}- и H_{13}-колебания вступают в междутиповую связь соответственно с H_{41}- и H_{51}-колебаниями при изменении параметра b/a. При увеличении b/a добротность H_{03}-колебания, имеющего три вариации поля по оси ОР, монотонно возрастает до $Q\sim 10^4$ ($b/a=0{,}65$), затем резко падает при $b/a\approx 0{,}775$ и сравнивается с добротностью H_{41}-колебания (дисперсионная кривая при $0{,}73\leqslant b/a\leqslant 0{,}83$ аналогична графику Вина и может быть описана уравнениями (4)). Морсовская критическая точка для $b/a=0{,}775$ соответствует междутиповым H_{03}- и H_{41}-колебаниям исследуемого ОР [11].

Эксперимент

Свойства действующих в мм- и субмм-диапазонах ОР могут быть полностью определены, если результаты теоретических исследований будут существенно дополнены экспериментом. В этой связи прежде всего необходимо указать, что изучение характеристик ОР требует разработки новых экспериментальных методов, существенно отличающихся от применяемых в см-диапазоне для закрытых структур.

Метод визуализации электромагнитных полей [1], который основывается на голографических методах [2, 3, 12], послужил основанием для изучения фазовых и поляризационных характеристик ОР. Практическая реализация этой методики была осуществлена на основе созданной радиоголографической установки [9, 12], представляющей собой двухканальный интерферометр, с помощью которого можно восстановить волновой фронт высокодобротных колебаний ОР, не внося возмущений в пространственную структуру возбужденных колебаний. Осуществление синхронной регистрации амплитудно-фазовых характеристик поля послужило основой для развития метода резонансной поляриметрии [1, 2, 12] в двухзеркальных ОР мм- и субмм-волн и создания автоматического устройства — трехканального квазиоптического интерферометра с вторым опорным каналом, кросс-поляризованным по отношению к первому.

Разработанные методы измерения амплитудных, фазовых и поляризационных характеристик резонансных полей ОР позволяют получить полную информацию о сложных ОР. Приведем только некоторые результаты таких измерений, которые систематически проводились для изучения мм- и субмм-ОР в дифракционной электронике [1, 4], радиоспектроскопии, поляриметрии [12]. Определены свойства полусферических с гладкими зеркалами ОР. Установлены спектры колебаний таких ОР, реальные собственные их добротности и видимые картины распределения полей в различных сечениях ОР. В 4-мм диапазоне для полуконцентрических ОР максимальная добротность достигает $Q \approx 2 \cdot 10^4$. Изучено влияние на свойства ОР решетки, которая или полностью, или частично покрывает одно из плоских зеркал полусферического ОР. Добротность в первом случае падает до $Q \approx 5 \cdot 10^3$, а во втором $Q \approx$ $\approx 2{,}3 \div 1{,}4 \cdot 10^4$. Особенно резко изменяется распределение полей в ОР при частичном заполнении нижнего зеркала решеткой. Подробно изучены процессы формирования таких полей, знание которых необходимо для построения эффективно действующих ОР в дифракционной электронике — при создании генераторов дифракционного излучения (ГДИ) в мм- и субмм-диапазонах волн [1, 4]. Важной при этом является супертонкая структура таких полей, в частности, например, при наличии ограниченной решетки на одном из зеркал ОР или отверстия связи в верхнем зеркале ОР и т. д. При этом такие неоднородности в ОР можно рассматривать как локальные фазовые фильтры, которые сильно возмущают обычные колебания ОР: в области решетки амплитуда поля меньше, чем над гладкой поверхностью, E- и H-поляризованные поля резко отличаются друг от друга. Можно полностью компенсировать фазовые изменения, вносимые решеткой, и добиться увеличения амплитуды H-поляризованного поля вблизи решетки, что очень важно для улучшения взаимодействия электронного потока с поверхностными волнами решетки. Таким образом, возникает возможность управления амплитудно-фазовыми характеристиками ОР; особенно это необходимо при создании специализированных ячеек из ОР для спектроскопии мм- и субмм-волн [1—4].

Большое значение поляризационные измерения в ОР приобрели в исследованиях динамической поляризации атомных ядер на мм-волнах [12].

Особый интерес в спектроскопии мм-волн представляют ОР с анизотропными пленками, применяемые для исследования материалов поляризованных ядерных мишеней, а также ОР с призмой полного внутреннего отражения, диэлектрическими слоями с решетками и т. д. Все эти структуры подробно исследованы в [2, 3, 12], что позволяет говорить о становлении нового научного направления — квазиоптической радиофизики мм-волн для изучения динамически поляризованных атомных ядер.

§ 2. Открытые волноводы

Перспективным трактом мм- и субмм-волн в интегральном исполнении является открытый волновод (ОВ) — цилиндрическая щелевая линия, которая при определенных режимах может также выполнять самостоятельную роль антенной системы со специфическим излучающим полем или миниатюрного облучателя зеркальной антенны. Электродинамические поля этой линии имеют квазистатический характер, поэтому ее анализ можно провести с помощью эквивалентных схем с определенными значениями емкостей, индуктивностей, сопротивлений, активных и пассивных элементов; квазистатический характер полей создает уникальные возможности для построения элементной базы на основе этого тракта. Разновидность этой линии — зеркальная щелевая линия — имеет металлическую подложку, над которой располагается ОВ. Поскольку электрическая составляющая поля ОВ сосредоточена в области щели, а магнитная — внутри ОВ, размещать элементы, работа которых определяется электрическим полем (смесители, детекторы, p—i—n-диоды, генераторы Гана и др.), необходимо в области щели, а невзаимные элементы, принцип действия которых связан с магнитным полем, — внутри цилиндрической щелевой линии, вблизи ее стенки. Для зеркальной щелевой линии многие элементы можно разместить за металлическим экраном. Малый размер ОВ в мм-диапазоне позволяет указанные элементы (как и сам ОВ) изготовлять, используя хорошо развитую пленочную технологию [13].

Цилиндрическая и зеркальная щелевые линии являются весьма широкополосными трактами; полоса достигает двух октав. В реальных линиях затухание составляет доли дБ/м. При увеличении ширины щели цилиндрическая щелевая линия может плавно переходить из волноведущего режима в режим излучающей антенной системы. Расширение полосы пропускания и уменьшение потерь цилиндрической линии достигаются в зеркальной щелевой линии.

Теория

Для ОВ типа цилиндрических или зеркальных щелевых линий можно построить математически строго обоснованную теорию распространения волн по аналогии с той, которую мы рассмотрели в § 1. В исследуемых линиях ширина щели существенно меньше длины волны. Это означает, что линия закритична для всех, кроме основной, высших волн. При наличии продольной щели в цилиндрическом волноводе в нем существует нулевая (основная) волна. Назовем ее H_{00}-волной. Если волновод заполнен диэлектриком, щелевая волна приобретает гибридный характер с преобладанием H_z-компоненты, т. е. становится волной квази-H_{00}-типа. Здесь мы не будем исследовать свойства этих щелевых линий путем решения краевой задачи. Сосредоточим свое внимание на анализе их свойств методом поперечного резонанса, удобным для инженерного расчета [2, 3].

Рассмотрим колебательный контур для квази-H_{00}-волны цилиндрической щелевой линии: электрическое поле в щели образует квазисосредоточенную емкость C_0, а магнитное поле внутри линии играет роль витка индуктивности L_0.

Теперь C_0, L_0, соединенные последовательно, образуют колебательный контур, который можно использовать для изучения распространения H_{00}-волны вдоль линии методом поперечного резонанса. В качестве C_0 задаем [13] $C_0=C_t+2C_l$, где $C_t=d_2/d_1$ ($d_1=a_s\sin\theta$, $2d_2$ — толщина металлической подложки, a_s — радиус, θ — ширина щели); $C_l=(1/\pi)\ln(1/\sin 0{,}5\theta)$ — краевая емкость. Индуктивность L_0 рассчитывается, как и в случае бесконечного волновода. Если в линии имеется N слоев диэлектрика, то вводится [13] величина $\varepsilon_{ef}=\sum_{i=1}^{N}\varepsilon_i\nu_i$, где ε_i — диэлектрическая проницаемость i-го слоя, ν_i — коэффициент заполнения линии i-м диэлектриком [13]. При $N=2$ имеем

$$\varepsilon_{ef}=\varepsilon\nu_1+\nu_2,\quad \nu_2=1-\nu_1=[2+Q_s(2\eta-Q_s)]^{-1},\quad h=k\sqrt{\varepsilon_{ef}-\frac{\pi}{2k^2\eta S_0}},\tag{6}$$

где

$$Q_s=\frac{\pi d_2}{2a_s\sin\theta},\quad \eta=Q_s+\ln\frac{1}{\sin 0{,}5\theta};$$

$S_0=\pi a_s^2$ — площадь поперечного сечения линии. Дисперсионному уравнению (6) соответствуют две характеристические длины волны: критическая λ_{cr} такая, что $h(k_{cr})=0$, и переходная λ_t, для которой $h(\lambda_t)=k$:

$$\lambda_{cr}=2\pi a_s\sqrt{2\eta\varepsilon_{ef}},\quad \lambda_t=2\pi a_s\sqrt{2(\varepsilon_{ef}-1)}.\tag{7}$$

При $\theta\approx 3°$—$10°$ $\lambda_c>20\,a_s$. При $\lambda_0<\lambda_t$ в цилиндрической щелевой линии распространяется медленная волна с фазовой скоростью $v_Ф<c/\varepsilon_2$, где ε_2 — диэлектрическая проницаемость окружающего пространства. Полоса одномодового режима ограничивается величинами λ_t (длинноволновая граница) и λ^1_{cr} первой волноводной моды, $\lambda_b\approx 1{,}84a_s/\sqrt{\varepsilon_2}$, и составляет около двух октав. Дифракционные потери для H_{00}-волны отсутствуют, а потери в диэлектрике определяются формулой

$$h''_\varepsilon=\frac{4{,}35\varepsilon k^2\,\mathrm{tg}\,\delta}{\nu_1 h'}\ \text{дБ}\cdot\text{м}^{-2},$$

где $\mathrm{tg}\,\delta$ — тангенс угла потерь в диаэлектрике. Волновое сопротивление цилиндрической щелевой линии $Z_{csl}=120\pi^2k/\eta h'$ Ом.

При $(\lambda_{cr}-\lambda_t)/\lambda_{cr}=1-\sqrt{1-\varepsilon_{ef}^{-1}}$ возникает ситуация, когда $v_Ф>c/\varepsilon_2$. Это приводит к черенковскому излучению щелевой волны из линии с углом излучения, косинус которого определяется выражением

$$\cos\alpha=c/\left(v\sqrt{\varepsilon_2}\right)=h'/k.$$

Для цилиндрической щелевой линии с конечной толщиной металлических стенок имеем

$$h'=k\left[1-\frac{1}{2\pi(ka_s)^2}\left(Q_s+\ln\frac{1}{\sin 0{,}5\theta}\right)^{-1}\right]^{0{,}5},$$

$$h''=0{,}54\,\frac{\pi}{h'}\,(h'^2-k^2)\left(\ln\frac{1}{\sin 0{,}5\theta}-Q_s\right)\ \text{дБ}\cdot\text{м}^{-1}, \qquad (8)$$

где h'' описывает дифракционные потери. При этом $\lambda_{cr}=2\pi a_s[Q_s+2\pi\ln(1/\sin 0{,}5\,\theta)]$. Из (8) также следует, что квази-H_{00}-волна является быстрой и ее фазовая скорость $v_\Phi=ck/h'$. Следовательно, распространение быстрых волн в цилиндрической щелевой линии сопровождается их излучением в свободное пространство, которое образует правильный черенковский конус с углом раскрыва 2α. Методом Кирхгофа определена форма диаграммы направленности [2, 3]:

$$|\psi(\gamma)|^2=\frac{h''^2}{h''^2+\zeta^2}\left(\cos^2\frac{L\zeta}{2}+\sin^2\frac{L\zeta}{2}\,\mathrm{cth}^2\frac{Lh''}{2}\right),$$

где $\zeta=h'-k\cos\gamma$; γ — угол наблюдения в продольной плоскости линии. Заметим, что вблизи цилиндрической щелевой линии происходит сложный переходный процесс, который при определенных расстояниях в поперечном направлении от структуры не подчиняется принципу Гюйгенса. Оказывается [3, 13], полным полем, существующим во всем пространстве и излучающимся из цилиндрической щелевой линии, следует считать поле вытекающей волны и поле излучения. Первое существенно вблизи линии и резко спадает на бесконечности. Второе, наоборот, значительно меньше вытекающей волны вблизи линии, но с увеличением поперечной координаты именно оно становится определяющим. Поэтому их нельзя объединять в одно поле, так как они обладают различными свойствами: вытекающая волна распространяется со скоростью $v_\Phi>c$ и для нее вблизи линии можно измерить $\lambda=\lambda_g=2\pi/h'$. Вдали от линии, когда полное поле определяется полем излучения, величина h' имеет формальный смысл проекции волнового вектора $\mathbf{k}$, направленного под углом α к оси Oz, на эту же ось; поле излучения распространяется со скоростью c, поэтому величину λ_g вдали от линии измерить невозможно.

Модификацией цилиндрической щелевой линии является зеркальная щелевая линия; в ней часть металлического экрана сделана в виде проводящей подложки, а щель образована краем экрана и подложкой. Цилиндрический стержень, помещенный внутри зеркальной щелевой линии, может иметь практически любую форму. Наиболее простая зеркальная щелевая линия имеет прямоугольное поперечное сечение. Благодаря наличию подложки такая линия имеет высокие эксплуатационные характеристики и достаточную жесткость. На ее основе можно разрабатывать элементную базу в интегральном исполнении и функциональные узлы. Наличие металлической подложки позволяет внести различные конструктивные детали под нее. Дисперсионное соотношение для зеркальной щелевой линии получается из (6) при

$$\eta=\frac{\pi d_2}{d_1}+0{,}693-\ln\left[1-\left(1-\frac{\pi d_1^2}{2S_{csl}}\right)^{0,5}\right]$$

и соответствующих значениях ε_{ef}. Анализ этих соотношений показывает, что наибольшей полосой пропускания обладает зеркальная щелевая линия квадратного поперечного сечения при $2a=b$, так что его площадь $S_{cs}=2a^2$; полоса пропускания составляет 2—3 октавы, что позволяет одной линией перекрыть весь мм-диапазон. Сравнивая зеркальную щелевую линию с полосковой щелевой линией и экранированной щелевой линией или *fin-line,* отметим, что первая имеет меньшие размеры, бóльшую концентрацию поля в щели, более высокую степень экранировки и помехозащищенности. По сравнению с зеркальной щелевой линией *fin-line* имеет в четыре раза большие габариты и полосу пропускания, меньшую на 40—50%; волновое сопротивление *fin-line* такое же, как и у цилиндрической щелевой линии, и в два раза превосходит волновое сопротивление зеркальной щелевой линии.

Эксперимент

Экспериментальное исследование ОВ проводится с помощью традиционных и специально разработанных методов. Щелевые линии позволяют создать новые методы измерения структуры поля, дисперсии, потерь, модового состава ОВ и на их основе — измерительные устройства. При этом комплексная методика экспериментального исследования ОВ должна ориентироваться на изучение не только щелевой волны, но и волны Зоммерфельда, а также других типов волн, что связано с измерениями различных фазовых скоростей, распространяющихся вдоль ОВ. Существование различных типов волн в ОВ определяется также по картине распределения продольных волн в режиме бегущей волны. Для этих целей разработана специальная измерительная линия, принцип действия которой базируется на зеркальной щелевой линии [2, 3], позволяющая в широкой полосе частот измерять дисперсию, тепловые потери, волновые сопротивления и др. Кроме того, эта линия дает возможность получать трехмерные распределения полей и ОВ, изучать прохождение сигнала вдоль разветвленной многоканальной интегральной схемы (измерения производятся одним и тем же детектором без переключений в схеме). Двухкоординатная измерительная линия позволяет провести комплексный контроль за качеством интегральной схемы вплоть до обнаружения локальных неоднородностей.

На установках, созданных на основе цилиндрической и зеркальной щелевых линий, проведены систематические эксперименты. Установлено, что расчетные коэффициенты замедления совпадают с экспериментальными. Это же относится и к исследованию дисперсии щелевой волны, а также к определению ее потерь. Например, для цилиндрической щелевой линии из меди ($2a_s$=1,35 мм, θ=33°) экспериментальные потери на длине волны λ_0=4,1 мм составляют около 5 дБ/м (расчет дает около 6 дБ/м); точность расчета потерь возрастает при уменьшении ширины щели. Проведенные эксперименты показывают, что применение такой линии в качестве малогабаритной линии передачи в мм-диапазоне вполне оправданно.

Проведены также исследования [3, 13] модового состава цилиндрической щелевой линии, для чего используются явления интерференции волн в таких структурах и дифракционный анализ, которые позволяют четко разделять типы волн: щелевые, волны Зоммерфельда и волны диэлектрического волновода, создавая наиболее благоприятные условия для распространения именно щелевых волн. На основе проведенных экспериментов удалось предложить такие конструкции линии, у которых в мм-диапазоне затухание уменьшено до 0,2 дБ/м.

Важным вопросом в исследовании ОВ является изучение вытекающих волн, которые в отличие от щелевых (поверхностных) при определенных условиях отрываются от ОВ и уходят в свободное пространство в виде объемных волн. Формирование вытекающей волны, ее «отрыв» от ОВ происходят в ближней зоне и, следовательно, здесь можно получить основную информацию о свойствах вытекающих волн. Распространение быстрых волн в цилиндрической щелевой линии сопровождается их излучением под черенковским углом излучения $\alpha = \arccos(h'/k)$. Если внутренняя область заполнена диэлектриком, то быстрая вытекающая волна превратится в медленную — поверхностную, что приведет к прекращению излучения из ОВ. Экспериментально (по амплитудному распределению составляющей электрического поля) можно проследить за всеми этапами преобразования поля вытекающей волны: в начале ОВ поле сконцентрировано на щели; затем на некотором расстоянии оно отрывается под черенковским углом и, наконец, при определенных расстояниях от источника возникает излучение под углом $\gamma_r > \alpha$, которое отличается от черенковского. Следовательно, вблизи ОВ (на расстоянии, большем $2\lambda_0$) происходит сложный волновой процесс — катастрофическое явление, связанное, возможно, с морсовскими критическими точками дисперсионного уравнения. При этом вытекающую под углом γ_r волну можно рассматривать как самостоятельно возбуждаемую моду.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Шестопалов В. П. Дифракционная электроника. Харьков, 1976. [2] Шестопалов В. П. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники. Т. 1: Открытые структуры. Киев, 1985. [3] Шестопалов В. П. Физические основы миллиметровой и субмиллиметровой техники. Т. 2: Источники. Элементная база. Радиосистемы. Киев, 1985. [4] Шестопалов В. П., Вертий А. А., Ермак Г. П. и др. Генераторы дифракционного излучения. Киев, 1991. [5] Шестопалов В. П. Спектральная теория и возбуждение открытых структур. Киев, 1987. [6] Reichardt H.//Ann. Math. Semin. Univ. Hamburg, 1960. 24. P. 41. [7] Поединчук А. Е.//Докл. АН УССР, Сер. А. 1983. № 8. С. 48. [8] Тучкин Ю. А.//ДАН СССР. 1985. 285, № 6. С. 1370. [9] Шестопалов В. П. Метод задачи Римана — Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков, 1971. [10] Мележик П. Н., Поединчук А. Е., Тучкин Ю. А., Шестопалов В. П.//ДАН СССР. 1988. 300, № 6. С. 1336. [11] Шестопалов В. П. Морсовские критические точки дисперсионных уравнений. Киев, 1992. [12] Вертий А. А., Карнаухов И. М., Шестопалов В. П. Поляризация атомных ядер миллиметровыми волнами. Киев, 1990. [13] Комарь Г. И., Шестопалов В. П.//ДАН СССР. 1985. 280, № 2. С. 362.

Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физика. Астрономия. 1994. Т. 35, № 4

УДК 621.385.6

КАСКАДНАЯ ГРУППИРОВКА ЭЛЕКТРОНОВ В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ

Ю. К. Алексеев, А. П. Сухоруков

Рассмотрено дискретное продольное взаимодействие электронного пучка с несинхронным полигармоническим электромагнитным полем при произвольных углах пролета и пространственном разделении разночастотных областей модуляции. Построена одномерная теория каскадной модуляции и группировки электронов потока, проходящего через последовательность примыкающих друг к другу электромагнитных зазоров произвольной длины, в которых возбуждены переменные электрические поля с различной частотой, фазой и формой распределения амплитуды. В линейном по полю приближении с учетом кулоновских сил объемного заряда электронов получены выражения для времени пролета частиц и спектра выходного тока. Рассмотрены предельные переходы к частным случаям модуляторов многорезонаторного клистрона и каскадного монотрона.

Введение

Усредненное движение заряженной частицы в переменном поле слабонеоднородной электромагнитной волны имеет квазипотенциальный характер [1, 2] и не зависит от быстроосциллирующей фазы колебаний. Нарушение адиабатически плавного изменения амплитуды поля на каком-либо участке пространства приводит к появлению зависи-