

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.12:531.51

ФИНСЛЕРОВЫ ПОПРАВКИ К ВЕРОЯТНОСТИ РАСПАДА $T \rightarrow P + Q$

Г. С. Асанов

(кафедра теоретической физики)

Приведены результаты систематического расчета ближайших финслеровых поправок к основным динамическим величинам, входящим в вероятность распада.

1. Введение

В предыдущих работах [1, 2] была предложена конкретная метрика для финслерова обобщения кинематики и динамики специальной теории относительности и были указаны исходные соотношения и теоретические принципы для развития такого обобщения. В этой связи следует указать на работы [3—5], в которых были вычислены поправки к временам жизни мюона и пиона исходя из введения некоторых формфакторов, нарушающих точную лоренц-инвариантность. Было бы интересно сравнить последние поправки с теми, которые дает собственно финслеров подход. В этом направлении в настоящей работе делается несколько последовательных шагов.

Прежде всего вычисляются финслеровы поправки первого порядка по характерному финслерову параметру g к основным динамическим величинам, входящим в процесс вычисления вероятности распада. Все эти поправки (например, к максимальной энергии частицы) сами в принципе наблюдаемы. После этого объясняется, как необходимо определять фазовый объем в финслеровом пространстве импульсов и затем вероятность распада, и показывается, как использование специальных тождеств для финслеровых якобианов позволяет легко снимать δ -функции интегрированием. Наконец, с помощью выведенных соотношений вычисляется в достаточно простом явном виде приближение первого порядка по g к интегралу вероятности распада.

Ниже мы используем финслеровы гамильтонианы $\tilde{H}(P_R) = P_0 \tilde{W}(p)$ и $Y(Q_R)$, введенные в [2] для описания динамики частиц с массой покоя $m > 0$ и $m = 0$ соответственно. Как и в [2], используются обозначения $p = |\mathbf{P}|/P_0$ и $q = |\mathbf{Q}|/Q_0$ и дисперсионное соотношение в приближенном виде:

$$X^2 = E^2 - 1 + gt(E),$$

$$t(E) = E \sqrt{E^2 - 1} - \ln(E + \sqrt{E^2 - 1}),$$

где $E = P_0/m$ и $X = \sqrt{\delta^{ab} P_a P_b}/m$.

Известно [5], что экспериментальные данные указывают на наличие нелоренцевых поправок к временам жизни пионов, каонов и мюонов со значением $\sim 10^{-3}$ для характерного параметра. Соответствующие распады пионов и каонов принадлежат к типу, рассмотренному в настоящей работе. Однако этот тип распада имеет полулептонный характер, и поэтому (как указывалось в [5]) необходим детальный анализ структуры распада, прежде чем делать какие-либо заключитель-

ные выводы. Напротив, распад $\mu \rightarrow e + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ — чисто лептонный, и из него можно было бы делать наиболее достоверные выводы о величине характерного параметра. Расчет такого распада в рамках развитой финслеровой теории мы проведем в другой работе.

2. Следствия закона сохранения импульса

Мы рассмотрим распад

$$T \rightarrow P + Q \quad (1)$$

летающей частицы T с массой покоя M , предполагая, что частица P имеет положительную массу покоя $m < M$ и что масса покоя частицы Q точно равна нулю. Обозначим ассоциируемые с этими частицами четырехмерные векторы импульсов соответственно через T_P , P_P и Q_P и предположим, для определенности, что распадающаяся частица летит в направлении оси x^1 , так что $T_2 = T_3 = 0$ и $T_1 \leq 0$. При таких условиях закон сохранения импульса $T_P = P_P + Q_P$ имеет вид

$$T_0 = P_0 + Q_0, \quad T_1 = P_1 + Q_1, \quad P_2 = -Q_2, \quad P_3 = -Q_3. \quad (2)$$

Уравнение $Y=0$ дает

$$q \stackrel{\text{def}}{=} |\mathbf{Q}|/Q_0 = g^+ \quad (3)$$

(как следствие равенства нулю массы покоя частицы Q). Будут использованы обозначения

$$|\mathbf{P}| = (\delta^{ab} P_a P_b)^{1/2}, \quad |\mathbf{Q}| = (\delta^{ab} Q_a Q_b)^{1/2}, \quad \mathbf{PQ} = \delta^{ab} P_a Q_b,$$

где δ — символ Кронекера. Полагая

$$R \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{P_2^2 + P_3^2}, \quad (4)$$

мы получаем следующие исходные соотношения:

$$|\mathbf{Q}|^2 = R^2 + (P_1 - T_1)^2, \quad (5)$$

$$R^2 = (T_0 - P_0)^2 (g^+)^2 - (P_1 - T_1)^2 \quad (6)$$

и

$$|\mathbf{P}|^2 = (T_0 - P_0)^2 (g^+)^2 + T_1^2 + 2cT_1 [(T_0 - P_0)^2 (g^+)^2 - R^2]^{1/2}, \quad (7)$$

где

$$c \stackrel{\text{def}}{=} \text{sign}(P_1 - T_1). \quad (8)$$

Мы имеем

$$2(P_0 Q_0 - \mathbf{PQ}) = 2P_0 Q_0 + \mathbf{P}^2 + \mathbf{Q}^2 - T_1^2$$

или, в предположении $|g| \ll 1$,

$$\begin{aligned} 2(P_0 Q_0 - \mathbf{PQ}) &= 2P_0 Q_0 + (1+g)Q_0^2 - T_1^2 + P_0^2 - m^2 + gm^2 t(E) + O(g^2) = \\ &= M^2 - m^2 + [Q_0^2 + m^2 t(E) - M^2 t(G)]g + O(g^2), \end{aligned} \quad (9)$$

где мы подставили $(g^+)^2 = 1 + g + O(g^2)$ (см. [1, 2]) и использовали обозначения

$$G = T_0/M \quad (10)$$

и $E=P_0/m$. Подставляя (9) в скалярное произведение (PQ) , даваемое формулой (33) из [2], получаем

$$2M^{-2}(PQ) = 1 - \beta + \left[M^{-2}Q_0^2 + \beta t(E) - t(G) + \frac{1}{4}(1 - \beta)(1 + 2 \ln(E + L)) + \beta^{1/2}M^{-1}Q_0(E + L) \right] g + O(g^2), \quad (11)$$

где $L = (E^2 - 1)^{1/2}$ и $\beta = (m/M)^2$. Принимая во внимание $Q_0 = T_0 - P_0$, так что $Q_0/M = G - \beta^{1/2}E$, и подставляя функцию $t(E)$, приводим (11) к виду

$$2M^{-2}(PQ) = 1 - \beta + \left[G^2 - t(G) + \frac{1}{4}(1 - \beta) + \beta^{1/2}G(L - E) + \frac{1}{2}(1 - 3\beta) \ln(E + L) \right] g + O(g^2). \quad (12)$$

Одновременно мы используем линейные по g аппроксимации

$$T_1 = T_{10} + gT_{11}, \quad P_0 = P_{00} + gP_{01}, \quad P_1 = P_{10} + gP_{11}, \quad (13)$$

$$\frac{1}{|T_1|} = -\frac{1}{|T_{10}|} \left(1 - \frac{T_{11}}{T_{10}} g \right), \quad (14)$$

пренебрегая любыми членами, содержащими $|g|^k$ с $k \geq 2$. Справедливо $2T_{10}T_{11} = M^2 t(G)$, где

$$T_{11} = -\frac{1}{2}T_0 + M^2(2|T_{10}|)^{-1} \ln(K + G), \quad (15)$$

$$K = (G^2 - 1)^{1/2} \equiv |T_{10}|/M. \quad (16)$$

Согласно (4), $R=0$ отвечает случаю, когда вылетающая частица P не имеет компоненты импульса, перпендикулярной к импульсу распадающейся частицы T . Из формул (2)–(8) нетрудно вывести следующее утверждение. Если $R=0$, то

$$2P_{00} = (1 + \beta)T_0 + (1 - \beta)cT_{10}, \quad 2P_{10} = (1 - \beta)cT_0 + (1 + \beta)T_{10}, \quad (17)$$

$$T_0 - P_{00} = \frac{1}{2}(1 - \beta)(T_0 - cT_{10}) \geq 0, \quad P_{00} + cP_{10} = T_0 + cT_{10}, \quad (18)$$

$$2P_{11} = 2T_{11} - 2cP_{01} + c(T_0 - P_{00}) \quad (19)$$

и далее

$$2P_{00}P_{01} = 2P_{10}P_{11} - m^2 t(P_{00}/m) \quad (20)$$

(как следствие дисперсионного соотношения). Равенство (20) переписывается в следующем удобном виде:

$$2(P_{00} + cP_{10})P_{01} = P_{10}[2T_{11} + c(T_0 - P_{00})] - m^2 t(P_{00}/m). \quad (21)$$

Дополнительное рассмотрение показывает, что максимальное и минимальное значения энергии P_0 достигаются именно при $R=0$ и что

P_0^{\min} соответствует $c = -1$ и $R=0$;

P_0^{\max} соответствует $c = 1$ и $R=0$.

В ультрарелятивистском случае движения распадающейся частицы T , т. е. когда

$$G^{-1} \ll 1,$$

нетрудно вычислить ближайшие аппроксимации введенных выше величин по G^{-1} . Прежде всего

$$-t(G) = G^2 - \ln 2G - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} G^{-2},$$

$$T_{10} = -T_0 \left(1 - \frac{1}{2} G^{-2} \right), \quad 2T_{11} = -T_0 (1 - G^{-2} \ln 2G).$$

Затем, при использовании удобных обозначений

$$I \stackrel{\text{def}}{=} P_{00}/m, \quad J \stackrel{\text{def}}{=} (I^2 - 1)^{1/2},$$

вычисления приводят к следующим аппроксимациям: если $R=0$ и $c=-1$, то

$$P_{00} = T_0 \left[1 - \frac{1}{4} (1 - \beta) G^{-2} \right], \quad P_{10} = -T_0 \left[1 - \frac{1}{4} (1 + \beta) G^{-2} \right],$$

$$I = \beta^{-1/2} G \left[1 - \frac{1}{4} (1 - \beta) G^{-2} \right], \quad J = \beta^{-1/2} G \left[1 - \frac{1}{4} (1 + \beta) G^{-2} \right],$$

$$IJ = \beta^{-1} G^2 \left(1 - \frac{1}{2} G^{-2} \right), \quad \ln(I + J) = \ln(2\beta^{1/2} G),$$

$$t(I) = \beta^{-1} G^2 - \frac{1}{2} \beta^{-1} - \ln(2\beta^{1/2} G),$$

$$P_{01} = \frac{1}{4} T_0 G^{-2} \left[-\frac{1}{2} (1 - \beta) + \frac{1}{2} \beta \ln \beta - (1 - \beta) \ln 2G \right];$$

если $R=0$ и $c=1$, то

$$P_{00} = T_0 \left[\beta + \frac{1}{4} (1 - \beta) G^{-2} \right], \quad P_{10} = -T_0 \left[\beta - \frac{1}{4} (1 + \beta) G^{-2} \right],$$

$$I = \beta^{1/2} G \left(1 + \frac{1 - \beta}{4\beta} G^{-2} \right), \quad J = \beta^{1/2} G \left(1 - \frac{1 + \beta}{4\beta} G^{-2} \right),$$

$$IJ = \beta G^2 \left(1 - \frac{1}{2} G^{-2} \right), \quad \ln(I + J) = \ln(2\beta^{1/2} G),$$

$$t(I) = \beta G^2 - \frac{1}{2} \beta - \ln(2\beta^{1/2} G), \quad P_{01} = \frac{1}{4} T_0 (1 + \beta) (-\beta + G^{-2} \ln 2G).$$

Если обозначить $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} T_{10}/T_0$ и рассмотреть альтернативный случай $\alpha \ll 1$, т. е. случай медленного движения распадающейся частицы, то мы получим

$$T_{10} = -T_0 \alpha, \quad T_0 = M \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^2 \right), \quad T_{11} = O(\alpha^2),$$

$$K = \alpha + O(\alpha^2), \quad G = 1 + \frac{1}{2} \alpha^2 + O(\alpha^3).$$

С помощью этих формул мы находим, что при $R=0$ и в первом порядке по α справедливо

$$2P_{00} = T_0 [1 + \beta - (1 - \beta) c\alpha], \quad 2P_{10} = T_0 [(1 - \beta) c - (1 + \beta) \alpha],$$

$$T_0 - P_{00} = \frac{1}{2} T_0 (1 - \beta) (1 + c\alpha),$$

а также

$$4P_{01}/M = -\beta(1-\beta + \ln \beta) + [(1-\beta)(1-3\beta) - \beta \ln \beta] ca,$$

$$m^2 t(P_{00}/m) = \frac{1}{4} M^2 [1 - \beta^2 + 2\beta \ln \beta - 2(1-\beta)^2 ca],$$

и далее

$$E = \frac{1}{2} \beta^{-1/2} [1 + \beta - (1-\beta) ca],$$

$$L^2 = \frac{1}{4} \beta^{-1} [(1-\beta)^2 - 2(1-\beta^2) ca], \quad L = \frac{1}{2} \beta^{-1/2} [1 - \beta - (1+\beta) ca],$$

$$L + E = \beta^{-1/2} (1 - ca), \quad L - E = -\beta^{1/2} (1 + ca),$$

$$2M^{-2} (PQ) = 1 - \beta + \left[\frac{5}{4} (1-\beta) - \frac{1}{4} (1-3\beta) \ln \beta - \frac{1}{2} (1-\beta) ca \right] g.$$

В случае покоящейся распадающейся частицы T , т. е. когда $\mathbf{T} = 0$, мы имеем

$$T_1 = 0, \quad T_0 = M, \quad G = 1, \quad K = 0, \quad t(G) = 0,$$

а также $M = P_0 + Q_0$ и $\mathbf{Q} = -\mathbf{P}$. Из (3) следует

$$p = (M - P_0) P_0^{-1} g^+,$$

а из (17) — (21) мы получим

$$P_{00} = \frac{1}{2} (1 + \beta) M, \quad P_{01} = -\frac{1}{4} \beta (1 - \beta + \ln \beta) M, \quad (22)$$

$$P_{10} = \frac{1}{2} (1 - \beta) cM, \quad P_{11} = \frac{1}{4} (1 - \beta^2 + \beta \ln \beta) cM \quad (23)$$

и далее, полагая $p = p_0 + g p_1$,

$$p_0 = (M - P_{00}) P_{00}^{-1} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta}, \quad p_1 = \frac{1}{2} p_0 - M P_{01} P_{00}^{-2}. \quad (24)$$

Следовательно, $E = (1 + \beta)/2\beta^{1/2}$ и $L = (1 - \beta)/2\beta^{1/2}$ и скалярное произведение (12) сведется к константе:

$$2M^{-2} (PQ) = 1 - \beta + \frac{1}{4} [5(1-\beta) - (1-3\beta) \ln \beta] g. \quad (25)$$

Для сравнения отметим, что при $g=0$ (риманов случай) уравнения (4) — (7) легко решаются точно при произвольном $T_1 \leq 0$, давая

$$2P_0 = (1 + \beta) T_0 \pm |T_1| N, \quad 2P_1 = (1 + \beta) T_1 \mp T_0 N,$$

где

$$N = [(1-\beta)^2 - 4M^{-2}R^2]^{1/2}.$$

В этом случае

$$0 \leq R^2 \leq \frac{1}{4} M^2 (1-\beta)^2.$$

3. Фазовый объем и вероятность распада

Для проведения конкретных расчетов нужно знать фазовый элемент aV финслерова искривленного пространства импульсов. Пусть G —

четырёхмерная область времениподобных импульсов P_R , относящихся к частице с какой-либо фиксированной массой покоя $m > 0$, так что $P_R \in \Omega$, $P_0 > 0$ и $\tilde{H}^2(P) = m^2$. В соответствии с общими правилами интегрирования в искривленных пространствах мы введем ассоциируемый объем

$$V(G) = \int_{\Omega} J(p) d^4P \delta(\tilde{H}^2(P) - m^2) \theta(P_0), \quad (26)$$

где $\theta(P_0)$ — обычная ступенчатая функция ($\theta = 0$, если $P_0 < 0$, и $\theta = 1$, если $P_0 > 0$); $J(p)$ — якобиан соответствующего финслерова метрического тензора. Если мы теперь примем во внимание тождество

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \tilde{H}^2(P)}{\partial P_0} = P^0 \quad (27)$$

и вспомним известное правило

$$\delta(f(x)) = |f'(x_0)|^{-1} \delta(x - x_0), \quad f(x_0) = 0, \quad (28)$$

то придем к следующему результату:

$$dV = (2P^0)^{-1} d^3P. \quad (29)$$

Формулы вида (26) и (29) будут верны и в изотропном случае, в котором следует сделать замены $\tilde{H}(P) \rightarrow Y(Q)$, $P_R \rightarrow Q_R$ и $J(p) \rightarrow J(q)$ и положить $m = 0$ в (26). Формулы (26) и (29) являются непосредственными обобщениями своих классических специально-релятивистских прототипов, применяемых в лоренцевой динамике [6, 7].

Сказанное говорит нам, что если некоторый $X(P, Q)$ служит матричным элементом перехода распада (1), то вероятность распада должна (с учетом закона сохранения импульса (2)) записываться в виде

$$\begin{aligned} Z(T_0) &\stackrel{\text{def}}{=} C^* \int J(p) \delta(\tilde{H}^2(P) - m^2) |X(P, Q)|^2 \delta(P + Q - T) J(q) \times \\ &\times \delta(Y^2(Q)) d^4P d^4Q = \\ &= C^* \int J(p) \delta(\tilde{H}^2(P) - m^2) |X(P, T - P)|^2 J\left(\frac{1\mathbf{T} - P\mathbf{1}}{T_0 - P_0}\right) \delta(Y^2(T - P)) d^4P, \end{aligned} \quad (30)$$

где C^* — константа (ср. [6, 7]).

Если распадающаяся частица движется в направлении оси x^1 , как мы предполагали в разделе 2, то в последнем интеграле удобно использовать представление $d^4P = \pi dP_0 dP_1 dR^2$ и выполнить интегрирование по R^2 , используя формулы (4), (28), (5), а затем (29) из [2]. В результате получим

$$Z(T_0) = C^* \pi A^{-1/2} \int dP_0 \int dP_1 J(p) \delta(\tilde{H}^2(P) - m^2) |X(P, T - P)|^2, \quad (31)$$

где в подынтегральном выражении аргумент R^2 должен быть всюду, где он встречается, выражен через P_0 и P_1 с помощью (6). Аналогично в последнем интеграле можно выполнить интегрирование по P_1 , используя (28) вместе с формулой (14) из [2], а также формулу (6) (которая дает $\partial P^2 / \partial P_1 = 2T_1$), получая окончательно

$$Z(T_0) = C^* \pi A^{-1/2} (2|T_1|)^{-1} \int_{P_0^{\min}}^{P_0^{\max}} |X(P, T - P)|^2 dP_0, \quad (32)$$

где $A = 1 + (1/4)g^2$.

В более простом случае $\mathbf{T}=\mathbf{0}$, т. е. в случае распада покоящейся частицы, удобно взять $d^4P=4\pi|\mathbf{P}|^2 dP_0 d|\mathbf{P}|$ и проинтегрировать по $|\mathbf{P}|$, что дает

$$Z=2\pi C^* A^{-1/2} \int |\mathbf{P}| J(p) \delta(\tilde{H}^2(P)-m^2) |X(P, T-P)|^2 dP_0. \quad (33)$$

Остается последнее интегрирование по P_0 . Оно также легко выполняется, если использовать (29) и (28) вместе с равенством

$$\mathbf{P}^2 = \mathbf{Q}^2 = (g^+)^2 (M-P_0)^2$$

(см. (7)), которое дает $\partial \mathbf{P}^2 / \partial P_0 = 2(g^+)^2 (P_0 - M)$, и затем принять во внимание (14) и (15) из [2]. Если поступить так, то (33) приведет к виду

$$Z = \pi C^* A^{-1/2} U |X(P, T-P)|^2, \quad (34)$$

где

$$U = |\mathbf{P}| / [(1+gp)P_0 + (g^+)^2 (M-P_0)], \quad (35)$$

$|\mathbf{P}| = (M-P_0)g^+$ согласно (7). При аппроксимации первого порядка по g в (35) следует подставить (22)–(24), что дает

$$\begin{aligned} 2U &= \left[1 - \beta + \frac{1}{2} (1 - \beta^2 + \beta \ln \beta) g \right] [1 - (1 - \beta) g] = \\ &= 1 - \beta - \frac{1}{2} (1 - 4\beta + 3\beta^2 - \beta \ln \beta) g. \end{aligned}$$

4. Аппроксимация вероятности распада

Следуя аргументам, выдвинутым в разделе 3 в [2], мы теперь возьмем $|X|^2 = \tilde{C}(PQ)$, где \tilde{C} — константа, а скалярное произведение (PQ) дается формулой (12). Соответствующая вероятность $Z(T_0)$ будет фактически прямым ближайшим финслеровым обобщением классической вероятности распада $\pi \rightarrow l\nu$ (представленной, например, в гл. 5 в [7]). При таких условиях прямые вычисления приводят к следующему результату:

$$Z = Z_0 + gZ_1 + O(g^2), \quad (36)$$

где

$$Z_0 = \frac{1}{4} \pi M^2 \tilde{C} C^* (1 - \beta)^2, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} Z_1 &= (4K)^{-1} \pi M^2 \tilde{C} C^* \left((1 - \beta)^2 T_{11} M^{-1} + (1 - \beta) (P_{01}^{\max} - P_{01}^{\min}) M^{-1} + \right. \\ &+ (1 - \beta) K \left[G^2 - GK + \ln(G + K) + \frac{1}{4} (1 - \beta) \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \{ \beta G [E(L - E) - \ln(L + E)] - (1 - 3\beta) \beta^{1/2} [L - E \ln(L + E)] \} \left. \begin{matrix} P_{00}^{\max} \\ P_{00}^{\min} \end{matrix} \right). \end{aligned} \quad (38)$$

При подстановках были использованы формулы (13)–(16). В (36)–(38) не было сделано никаких ограничивающих предположений о величине нормированной энергии (10) или о параметре $\beta = (m/M)^2$ отношения квадратов масс. В частности, для случая (34) справедливо

$$4Z_1/Z_0 = 3(1 + 2\beta) - (1 - \beta)^{-1} (1 - 5\beta) \ln \beta.$$

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Асанов Г. С. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1993, 34, № 3. С. 74; 1994, 35, № 1. С. 19. [2] Асанов Г. С. // Там же. 1994, 35, № 2. С. 13. [3] Redei L. B. // Phys. Rev. 1967. 145. P. 999; 1967. 162. P. 1299. [4] Lundberg L. E., Redei L. B. // Phys. Rev. 1968. 169. P. 1012. [5] Nielsen H. B., Picek I. // Phys. Lett. 1982. 114B. P. 141; Nuclear Phys. 1983. B211. P. 269. [6] Бюклинг Е., Каянти К. Кинематика элементарных частиц. М., 1975. [7] Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М., 1990.

Поступила в редакцию
15.12.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 5

УДК 539.123

СХЕМО-НЕЗАВИСИМЫЕ РЕНОРМГРУППОВЫЕ УРАВНЕНИЯ

Д. А. Славнов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

В рамках лагранжевой квантовой теории поля в терминах наблюдаемых построены ренормгрупповые уравнения. Приведен способ их решения, который позволяет выразить все наблюдаемые через ограниченное число универсальных констант. Результат не зависит от используемой схемы перенормировок.

В настоящей статье рассматривается вопрос, можно ли в лагранжевой пертурбативной квантовой теории поля однозначно выразить все наблюдаемые через ограниченное число универсальных констант или так называемая «схемная зависимость» является неизбежным злом пертурбативного подхода.

Все рассмотрение проведено на примере модели типа квантовой хромодинамики. Считается, что лагранжиан содержит следующие параметры: заряд g ($\alpha = g^2/4\pi$ — константа связи), массу m , калибровочный параметр ξ . Предполагается также, что модель перенормируема и асимптотически свободна. В такой модели по хорошо известным правилам все наблюдаемые Q_i могут быть представлены в виде разложения по константе связи α :

$$Q_i = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n Q_i^{(n)}(p, \lambda, \xi, m). \quad (1)$$

Здесь p — внешние параметры типа энергии, импульса, проекций спинов, углов и т. п., λ — массовый масштабный параметр, обусловленный необходимостью использовать некоторую перенормировочную процедуру. Считается, что значения всех внешних параметров p могут быть заданы с помощью одного параметра $|p|$ с размерностью массы и некоторого числа безразмерных параметров, которые в дальнейшем нигде явно выписываться не будут. Разложение (1) схемно-зависимо. Его можно перестроить в схемно-независимое следующим образом [1].

Выберем две базовые наблюдаемые: Q_A и Q_M , для которых первые члены разложения (1) удовлетворяют условиям

$$Q_A^{(0)}(p, \lambda, \xi, m) = 0, \quad Q_A^{(1)}(p, \lambda, \xi, m) = 1, \quad Q_M^{(0)}(p, \lambda, \xi, m) = m. \quad (2)$$

Пусть при некоторых значениях внешних параметров p ($|p| = \mu$) эти наблюдаемые равны $A(\mu)$ и $M(\mu)$ соответственно. Ясно, что для $A(\mu)$