

УДК 534.222

АКУСТИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ ГРАНИЦ РАЗДЕЛА ТВЕРДЫХ ТЕЛ

И. Ю. Солодов

Рассмотрены общие закономерности нелинейного отражения звука в твердых телах. Методика нелинейного отражения далее используется для описания нелинейных свойств граничных и поверхностных волн различных типов. На этой основе анализируются физические особенности нелинейных акустических процессов вблизи границ и формулируются характеристики граничной акустической нелинейности, отличающие ее от нелинейности объема тела.

Введение

Фундаментальные теоретические исследования по нелинейной акустике газов и жидкостей были начаты еще в прошлом веке, однако изучение нелинейных акустических явлений в твердых телах получило развитие сравнительно недавно [1]. Эти исследования ограничивались рассмотрением механизмов и закономерностей нелинейных процессов в объеме твердых тел и не затрагивали специфики развития акустической нелинейности вблизи границ (граничной акустической нелинейности). Интерес к нелинейным акустическим свойствам приповерхностной области возник в связи с активными экспериментальными исследованиями нелинейных эффектов для поверхностных акустических волн (ПАВ), выполненными в 1970-е гг. [2—4]. В последующее десятилетие нелинейность ПАВ интенсивно изучалась с использованием различных теоретических подходов [5—7]. Однако задачи нелинейного распространения ПАВ не исчерпывают всех особенностей акустической нелинейности границ твердых тел. В широкой постановке эта проблема должна охватывать общие закономерности нелинейных явлений, характерные для любых типов акустических волн у поверхностей и границ раздела сред. Такой подход соответствует выяснению специфики взаимодействия поверхностных фононов (сорфонов) [8], которая может играть важную роль, например, в процессах передачи тепла и в других термодинамических явлениях в ограниченных телах.

Наиболее общей задачей, которую следует использовать для описания граничной акустической нелинейности, является задача отражения и преломления упругих волн на границе раздела нелинейных сред. Действительно, отражение и преломление могут сопровождаться преобразованием падающей волны в полную совокупность мод, разрешенных в приграничной области, а учет межмодовых нелинейных взаимодействий позволит получить общую картину акустической нелинейности свободной поверхности или границы раздела тел. Аналогично тому, как характеристики ПАВ легко находятся из анализа линейного отражения [9], свойства акустической нелинейности границы для ПАВ, а также для граничных акустических волн более общих типов могут быть далее определены в частных случаях сформулированной выше задачи нелинейного отражения (и преломления) звука.

В настоящей работе будут рассмотрены общие закономерности нелинейного отражения звука в твердых телах. Методика нелинейного отражения далее используется для описания нелинейных свойств граничных и поверхностных волн различных типов. На этой основе анализируются физические особенности нелинейных акустических процессов вблизи границ и формулируются характеристики граничной аку-

тической нелинейности, отличающие ее от нелинейности объема тела. Чтобы избежать необоснованных сложностей, математический анализ в основном проводится для изотропных тел. При этом считается, что граница раздела не нарушает сплошности сред, т. е. эффекты контактной акустической нелинейности [10] исключаются из рассмотрения.

Нелинейное отражение звука

Основные закономерности. Рассматривается отражение сдвиговых волн, поляризованных в плоскости падения (x, z) , от границы $(z=0)$ линейной (I) и нелинейной (II) сред. В рамках пятиконстантной теории упругости учет физической и геометрической нелинейности [1] приводит к появлению квадратичных по деформациям членов в выражениях для компонент тензора Пиолы—Кирхгофа $P_{ik}=P_{ik}^L+P_{ik}^{NL}$. Вследствие этого граничные условия (непрерывность P_{ik} и вектора смещения U) в лагранжевых координатах при $z=0$ и уравнения движения в среде II становятся нелинейными. Используя метод последовательных приближений, после разделения продольной (U_L) и поперечной (U_T) частей волн второго приближения в среде получим уравнения движения:

$$\rho(\operatorname{div} U_L)_{,ii} - \left(\mathcal{H} + \frac{4}{3} \mu \right) \Delta(\operatorname{div} U_L) = \operatorname{div} F, \quad (1)$$

$$\rho(\operatorname{rot} U_T)_{y,ii} - \mu \Delta(\operatorname{rot} U_T)_y = (\operatorname{rot} F)_y, \quad (2)$$

где ρ , μ , $\mathcal{H}$ — соответственно плотность и линейные модули среды II. Продольная и поперечная части вынуждающей силы определяются преломленными волнами основной частоты ω и имеют структурный вид [11]:

$$\operatorname{div} F = \sum_{n=1}^3 \operatorname{div} F^{(n)} \exp[i(2\omega t - k_{LB}^{(n)} r)], \quad (3)$$

$$(\operatorname{rot} F)_y = (\operatorname{rot} F)_y^0 \exp[i(2\omega t - k_{TB} r)]. \quad (4)$$

Волновые векторы продольных (k_{LB}) и поперечных (k_{TB}) вынужденных волн выражаются так:

$$k_{LB}^{(1)} = 2k_L, \quad k_{LB}^{(2)} = 2k_T, \quad k_{LB}^{(3)} = k_{TB} = (k_L + k_T), \quad (5)$$

где k_L и k_T — волновые векторы продольной и поперечной преломленных волн основной частоты.

Итак, согласно (3) — (5) в квадратичном приближении возникают три вынужденные продольные волны второй гармоники, обусловленные следующими взаимодействиями преломленных волн основной частоты: $L-L$ (направление $2k_L$), $L-T$ ($k_L + k_T$) и $T-T$ взаимодействием ($2k_T$). Одна вынужденная поперечная волна генерируется при $L-T$ взаимодействии в направлении $(k_L + k_T)$.

Амплитуды вынужденных гармоник в среде II легко находятся из (1), (2) с учетом (3) и (4):

$$U_{Ln} = \frac{i \operatorname{div} F^{(n)}}{[\mathcal{H} + (4/3) \mu] k_{LB}^{(n)} [(k_{LB}^{(n)})^2 - (2k_L)^2]} \frac{k_{LB}^{(n)}}{k_{LB}}, \quad (6)$$

$$U_{T1} = \frac{i (\operatorname{rot} F)_y^0}{\mu k_{TB} [(k_{TB})^2 - (2k_T)^2]} \frac{[j \times k_T]}{k_T}, \quad (7)$$

где j — единичный вектор вдоль оси y .

Кроме вынужденных волн (6), (7) поле второй гармоники включает продольные ($u_L^{I,II}$) и поперечные ($u_T^{I,II}$) собственные волны в обеих средах. В условиях фазового синхронизма всех волн вдоль границы и отсутствия дисперсии полное поле отраженных и преломленных гармоник имеет вид, представленный на рис. 1. Амплитуды собственных волн определяются из граничных условий задачи, которые в приближении заданного поля основной волны (U_ω) приводятся к следующим соотношениям для вектора смещения $U_{2\omega}$ второй гармоники при $z=0$:

$$U_{2\omega}^I = U_{2\omega}^{II}, \quad P_{iz}^L(U_{2\omega}^I) = P_{iz}^L(U_{2\omega}^{II}) + P_{iz}^{NL}(U_\omega^{II}). \quad (8)$$

Из (8) нетрудно видеть, что система уравнений для отраженных и преломленных собственных волн второй гармоники будет иметь следующий вид [12]:

$$a_{i1}u_T^I + a_{i2}u_L^I + a_{i3}u_L^{II} + a_{i4}u_T^{II} = b_i, \quad (9)$$

где $i=1+4$, $\|a_{ik}\|$ совпадает с соответствующей матрицей линейной задачи, а $\|b_i\|$ есть поле нелинейных источников. Их можно условно разделить на объемные и поверхностные [13]: первые создаются объемными силами в (3), (4) и связаны с наличием вынужденных волн гармоник, а поверхностные источники приводят к появлению напряжений удвоенной частоты на границе непосредственно под действием волн основной частоты. Система (9) подчеркивает основное различие линейного и нелинейного отражений — в последнем случае падающая волна не содержит гармоник (см. рис. 1), а они создаются нелинейными источниками в приграничной области. Их действие приводит к одновременной генерации отраженных и преломленных гармоник продольных и поперечных волн, которые оказываются связанными на границе в соответствии с (9).

Выражения для коэффициентов b_i и a_{ik} в системе (9) позволяют записать амплитуды отраженных волн гармоник через амплитуду падающей волны в виде [13]:

$$u_{L,T}^I = \frac{\Gamma_{\text{ref}}^{L,T}}{2} k_T u_\omega^2. \quad (10)$$

Согласно (10) отраженная вторая гармоника пропорциональна ω , а не ω^2 , как в случае безграничной среды. Это показывает, что нелинейность при отражении имеет локальный характер, в то время как для неограниченной среды имеется возможность ее накопления в процессе распространения волны. Эффективность нелинейного отражения определяется нелинейным параметром $\Gamma_{\text{ref}}^{L,T}$, который зависит от линейных и нелинейных свойств сред, а также угла падения. Результаты численных расчетов показывают (рис. 2), что $\Gamma_{\text{ref}}^{L,T}$ резко возрастают для «быстрых» нелинейных сред в области закритичности преломленных волн. При этом акустические волны основной частоты становятся неоднородными, вследствие чего значительно возрастают их амплитуды и, соответственно, отраженные гармоники. Аналогичное явление в оптике связано с «эффектом громоотвода» на шероховатой поверхности и также приводит к генерации гигантской отраженной второй гармоники [14].

Поле преломленной второй гармоники имеет сложный характер: самовоздействие продольной преломленной волны приводит к появлению неоднородной волны второй гармоники, амплитуда которой возрастает с расстоянием от границы, а взаимодействия остальных вы-

нужденных и собственных волн (см. рис. 1) дают осциллирующие с глубиной гармоники.

Поляризационные эффекты. Особенно значительно они проявляются при нелинейном отражении сдвиговых волн горизонтальной поляризации (смещение U_y). В этом случае с учетом квадратичных членов в P_{ik} получим [15]

$$P_{xz} = P_{xz}^{NL} = \left(\mu + \frac{A}{4} \right) U_{y,x} U_{y,z},$$

$$P_{zz} = P_{zz}^{NL} = \left(\mu + \frac{A}{4} \right) U_{y,z}^2 + \frac{\kappa - (2/3)\mu + B}{2} (U_{y,x}^2 + U_{y,z}^2), \quad (11)$$

где A, B — известные коэффициенты пятиконстантной теории упругости [1].

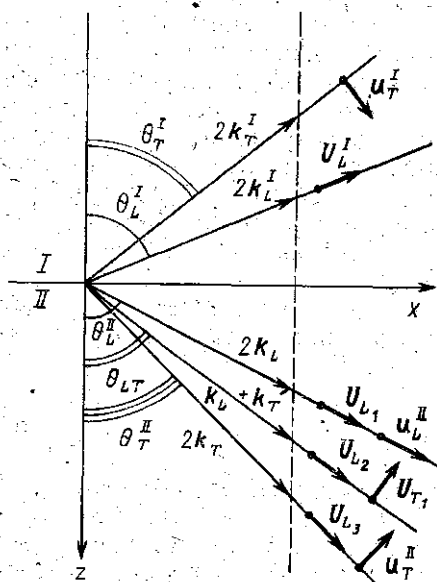


Рис. 1. Акустическое поле второй гармоники при нелинейном отражении сдвиговых волн вертикальной поляризации

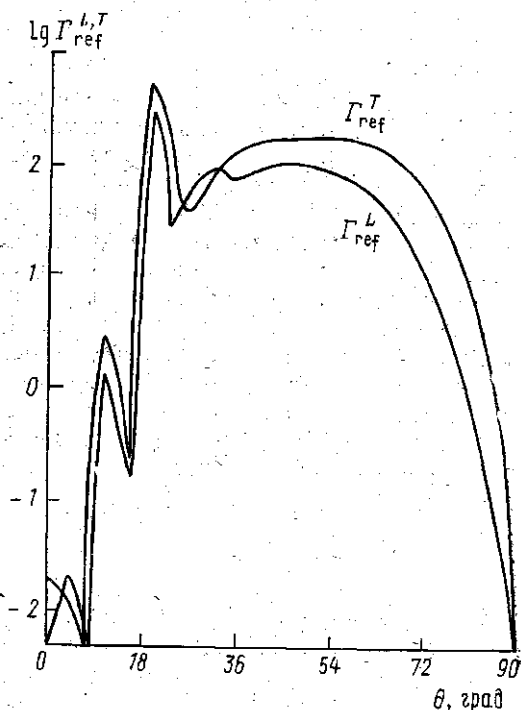


Рис. 2. Угловая зависимость эффективности нелинейного отражения сдвиговых волн на границе полистирол—железо

Согласно (11) при линейном отражении лишь $P_{yz}^L \neq 0$, и волны сохраняют горизонтальную поляризацию. В нелинейном случае, поскольку $P_{yz}^{NL} = 0$, генерация отраженных и преломленных вторых гармоник горизонтальной поляризации запрещена. Квадратичные члены в P_{xz} и P_{zz} приводят к образованию продольных и поперечных гармоник, поляризованных в плоскости падения. Из (11) легко видеть, что при нормальном падении сдвиговой волны ($\partial/\partial x = 0$) лишь $P_{zz}^{NL} \neq 0$, т. е. отраженная и преломленная гармоники являются чисто продольными волнами. Таким образом, при нелинейном отражении SH -волн плоскость поляризации волн второй гармоники всегда перпендикулярна плоскости поляризации основной волны. Аналогичный эффект по-

ворота плоскости поляризации гармоник при отражении имеет место в оптике для определенных значений углов падения [16]; он также наблюдался в нелинейной акустике при распространении волн вдоль некоторых направлений в кристаллах [17].

Нелинейное отражение в кристаллах. Обобщим сформулированную выше задачу на более сложный случай пьезоэлектрического кристалла [18]. Акустическая нелинейность в нем содержит вклад упругой, пьезоэлектрической, диэлектрической и электрострикционной нелинейностей. В квадратичном приближении теории возмущений уравнения движения в общем случае описывают генерацию гармоник акустических ($U_i^{2\omega}$) и электростатических ($\Phi^{2\omega}$) мод:

$$\rho U_{i,tt}^{2\omega} - c_{ijhl} U_{k,l}^{2\omega} - e_{hij} \Phi_{,kj}^{2\omega} = P_{ij,l}^{NL},$$

$$e_{hkl} \Phi_{,kl}^{2\omega} - e_{hlm} U_{l,mk}^{2\omega} = D_{k,k}^{NL}, \quad (12)$$

где c , e , ϵ — тензоры упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических постоянных, D — электрическая индукция. Механические и электрические источники в правой части (12) обусловлены самовоздействием и взаимодействием трех акустических и одной электростатической мод (μ — ν -взаимодействия, где $\mu, \nu=1 \div 4$), возникающих у границ при отражении звука. Они определяют поле вынужденных волн второй гармоники. Собственные электроакустические волны гармоник (u^B) находятся из граничных условий, которые приводят к обобщенной системе четырех уравнений ($\alpha=1 \div 4$):

$$\sum_{\beta=1}^4 g_{\alpha\beta} u^{\beta} = \sum_{\mu, \nu, \eta=1}^4 G_{\alpha}^{\mu, \nu, \eta}. \quad (13)$$

Аналогично (9) $\|g_{\alpha\beta}\|$ соответствует задаче линейного отражения, а источники гармоник G_{α} имеют поверхностную и объемную компоненты, создаваемые межмодовыми μ — ν -взаимодействиями волн основной частоты. Согласно (13) граничная акустическая нелинейность в пьезокристалле может обуславливать одновременную генерацию гармоник всех акустических и электростатических мод, существующих у границы. Для каждой моды справедливо соотношение типа (10); а параметры нелинейного отражения рассчитываются на основе (13).

Экспериментальные результаты. Основные закономерности нелинейного отражения были подтверждены экспериментально [19]. Исследования проводились на сдвиговых волнах с частотами 5—20 МГц для закритических углов падения $\theta \approx 45^\circ$. Граница раздела создавалась прижимом исследуемых материалов к поверхности стеклянной подложки. Наблюдалось эффективное образование второй сдвиговой гармоники на границе, генерация которой в объеме изотропных тел запрещена. Для различных механизмов нелинейности образцов (упругой, пьезоэлектрической, магнитоупругой) измеренные величины $\Gamma_{ref}^{L,T}$ соответственно изменялись в диапазоне $10^2 \div 10^3$, что неплохо согласуется с расчетами (см. рис. 2). Зависимость амплитуд возникающих гармоник от угла падения экспериментально изучалась в [20]. В соответствии с расчетами (см. рис. 2) наблюдалось значительное возрастание отраженной второй гармоники в закритической области.

Экспериментальные результаты исследования поляризационных эффектов при нелинейном отражении SH -волн [21], показанные на

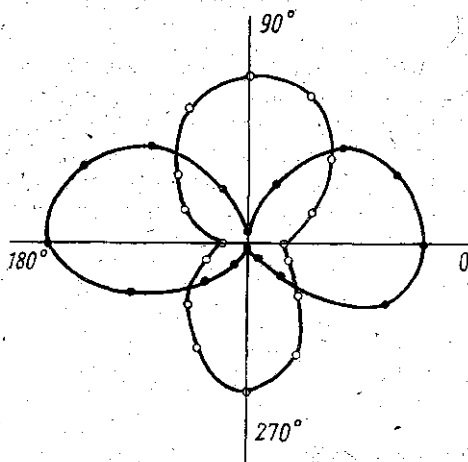


Рис. 3. Зависимости амплитуд сигналов основной частоты (темные значки) и второй гармоники (светлые) от угла поворота оси поляризации приемного преобразователя при нелинейном отражении SH -волны

рис. 3, ярко иллюстрируют наличие предсказанного выше эффекта поворота плоскости поляризации отраженной второй гармоники. Граничная акустическая нелинейность использовалась для наблюдения эффекта свертки при отражении двух SV -волн [19]. Результатом взаимодействия является продольная акустическая волна удвоенной частоты, излучаемая нормально к границе. Измеренная эффективность билинейного процесса для структуры стекло — $CdSe$ составила — 95 дБм.

Нелинейность граничных волн

Задачи нелинейного распространения ПАВ обычно формулировались в компонентном представлении упругих смещений

[5—7]. Для неоднородных волн такой подход приводит к необходимости применения машинных методов решения. Отсутствие аналитических выражений, описывающих нелинейные эффекты для ПАВ, затрудняет сравнение нелинейных свойств различных материалов (что важно для практических применений) и понимание физической картины акустической нелинейности границы в целом. Эти недостатки можно преодолеть путем парциального представления нелинейных граничных волн на основе изложенной выше методики нелинейного отражения.

Основные соотношения. Акустическая волна, распространяющаяся вдоль границы, представляется в виде суперпозиции отраженных и преломленных волн, существующих при отсутствии падающей волны. Для того чтобы граничная волна была неоднородной, она должна быть «медленной», т. е. $v < v_{L,T}^\alpha$ ($\alpha = I, II$). Это ведет к комплексным углам отражения и преломления, которые с учетом фазового синхронизма волн вдоль границы находятся из соотношений

$$\sin \theta_{L,T}^\alpha = v_{L,T}^\alpha / v; \quad \cos \theta_{L,T}^\alpha = -i \sqrt{(v_{L,T}^\alpha / v)^2 - 1}. \quad (14)$$

После этого в линейном случае компоненты смещений граничной волны (волны Стоунли) определяются в виде суммы компонент отраженных и преломленных волн вертикальной поляризации. Связь между их амплитудами находится из системы граничных условий, а фазовая скорость волны $v = v_s$ определяется из условия обращения в нуль ее определителя.

Во втором приближении метода нелинейного отражения амплитуды парциальных волн второй гармоники на границе определяются системой (9). Для задач распространения граничных волн в правой части (9) несложно учесть и нелинейность второй среды [22]. (Для не-

линейного отражения объемных волн это было сделано недавно авторами работы [23].) При отсутствии дисперсии ($2k_L \rightarrow k_{2L}$) наибольший вклад в неоднородность системы (9) вносят резонансные члены, содержащие вынужденные продольные волны второй гармоники в α -й среде (см. (6)):

$$u_L^\alpha = \frac{ik_L^\alpha \Gamma_L^\alpha}{[(2k_L^\alpha)^2 - (k_{2L}^\alpha)^2]} (u_{L\omega}^\alpha)^2, \quad (15)$$

где Γ_L^α — объемный нелинейный параметр α -й среды для продольных волн. После этого нелинейные источники можно представить в виде суммы двух матриц $\|b_L^\alpha\|$, определяющих вклад от резонансных гармоник в каждой из нелинейных сред. Для каждого α решение системы (9) определяет совокупность четырех связанных парциальных волн $u_{L,T}^{I,II}$. При этом продольная волна в α -й среде есть результат интерференции свободной и резонансной вынужденной (15) волн, приводящей к двумерно нарастающей парциальной волне с амплитудой

$$(u_L^\alpha)_{2\omega} = \frac{\Gamma_L^\alpha}{4} (x \sin \theta_L^\alpha \mp z \cos \theta_L^\alpha) (k_L^\alpha)^2 (u_{L\omega}^\alpha)^2. \quad (16)$$

Здесь знак «минус» соответствует $\alpha=I$, а «плюс» — $\alpha=II$. Общее решение (9) для второй гармоники волны Стоунли является суммой двух систем четырехпарциальных волн. В каждой из них имеется «резонансный источник» (15), а три остальные моды гармоник возникают благодаря граничной акустической нелинейности. Окончательное выражение для компонент смещений второй гармоники волны Стоунли записывается так [24]:

$$U_{x2\omega}^\alpha = \frac{\omega^2 (u_{L\omega}^\alpha)^2}{4} \left[x G_S^\alpha S_x^\alpha (2\omega) \pm iz \frac{\Gamma_L^\alpha}{v_S^2} m_1^\alpha \exp(\pm 2m_1^\alpha k_S z) \right] \exp(i \cdot 2\omega \tau_S),$$

$$U_{z2\omega}^\alpha = \frac{\omega^2 (u_{L\omega}^\alpha)^2}{4} \left[x G_S^\alpha S_z^\alpha (2\omega) - z \frac{\Gamma_L^\alpha}{v_S^2} (m_1^\alpha)^2 \exp(\pm 2m_1^\alpha k_S z) \right] \exp(i \cdot 2\omega \tau_S). \quad (17)$$

Здесь S — векторный оператор, формирующий неоднородное поле смещений волны [25], $G_S^I = \frac{1}{v_S} \left(\frac{\Gamma_L^I}{v_L^I} + \frac{\Gamma_{L,S}^{II}}{v_L^{II}} \right)$, $G_S^{II} = \frac{1}{v_S} \left(\frac{\Gamma_L^{II}}{v_L^{II}} + \frac{\Gamma_L^I}{l_S v_L^I} \right)$, $l_S = u_L^{II}/u_L^I$, $m_1^\alpha = \sqrt{1 - v_S^2/(v_L^\alpha)^2}$, $\tau_S = t - x/v_S$.

Для свободной границы твердого тела [24] система (9) упрощается до двух уравнений для двух парциальных волн. В этом случае имеется один «резонансный источник» в виде продольной парциальной волны, а граничная акустическая нелинейность вызывает появление связанной с ней поперечной волны второй гармоники. Общая формула для второй гармоники ПАВ получается из (17) для фиксированного α заменой $v_S \rightarrow v_R$, $S \rightarrow R$, $G_S \rightarrow G_R = \Gamma_L/u_L v_R$.

Физическая модель нелинейности граничных волн. Синхронная генерация гармоник имеет место для продольной парциальной волны основной частоты. Она приводит (в приближении заданного поля) к линейному росту амплитуды возникающей продольной парциальной волны второй гармоники ПАВ. Кроме того, вблизи свободной границы происходит генерация поперечной второй гармоники. Однако она возникает не в результате нелинейности тела по отношению к сдвигам

деформациям, а из-за упругой связи продольной и поперечной волн второй гармоники. В этом проявляется специфика поверхностной акустической нелинейности, не имеющая аналогов в безграничной среде.

Вблизи границы раздела нелинейных сред резонансная генерация продольных волн гармоник имеет место в обеих средах. Специфика

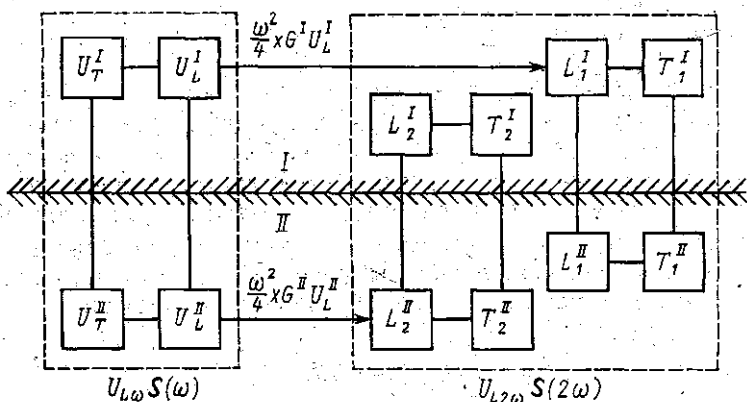


Рис. 4: Схема генерации второй гармоники граничной акустической волны вертикальной поляризации

граничной нелинейности проявляется далее в том, что она связывает не только продольные и поперечные парциальные волны гармоник в каждом теле, но и гармоники в разных средах. Поэтому кроме нарастающих вдоль x продольных парциальных волн второй гармоники (L_1^I и L_2^II на рис. 4) и соответствующих поперечных волн (T_1^I и T_2^II)

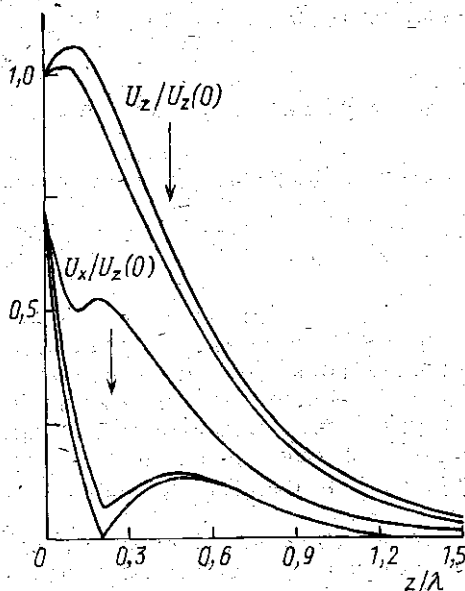


Рис. 5. Изменение структуры ПАВ второй гармоники с расстоянием: расположение кривых, указанное стрелками, соответствует последовательному возрастанию $x/\lambda = 0,2; 2;$
20

появляются дополнительные продольные и поперечные гармоники в соседних средах ($L_1^alpha, T_1^alpha, \alpha \neq j$). Комбинации L - и T -парциальных волн, возникающих вокруг резонансных мод, удовлетворяют граничным условиям и образуют две граничные волны (первые члены в (17)), по-разному нарастающие вдоль границы раздела (см. рис. 4). Результирующая нелинейная волна определяется их суммой, в результате чего происходит «усреднение» в общем случае различных нелинейностей по граничным средам.

Структура смещений второй гармоники. Согласно (17) структура второй гармоники отличается от структуры линейной граничной волны и изменяется с расстоянием. Эти изменения происходят в двух направлениях: продольные парциальные волны ($\sim \exp\{\pm 2m^a k_s z\}$) нарас-

тают вдоль границы и в глубь тела. Граничная нелинейность связывает парциальные волны гармоник, нарастающие по z . Внутри тела продольная и поперечная волны не связаны между собой, поэтому нарастающие по z продольные волны не сопровождаются поперечной компонентой (см. (17)). Это приводит к различию структур смещений основной волны и второй гармоники, которое четко проявляется при малых x (рис. 5). Еще более существенными являются отличия в ориентации эллипса смещений второй гармоники [13], которые могут сохраняться на больших расстояниях от излучателя. Характерно, что аналогичные выводы о структуре второй гармоники ПАВ сделаны в [26] на основе решения задачи методом укороченных уравнений.

Эффективность нелинейных процессов на границе. Ее можно характеризовать эффективностью генерации второй гармоники граничных волн. Для свободной поверхности генерация второй гармоники ПАВ определяется нелинейным преобразованием амплитуды волны [27]:

$$u_{L2\omega} = \frac{\Gamma_L}{4} \left(\frac{v_L}{v_R} \right) x k_L^2 u_{L\omega}^2. \quad (18)$$

Согласно (18) акустическая нелинейность поверхности возрастает в (v_L/v_R) раз из-за замедления ПАВ. С практической точки зрения наиболее важным является определение энергетической эффективности генерации второй гармоники ПАВ:

$$P_{2\omega}/P_R^2 = (\omega/4) x^2 G_R^2 Q_R, \quad (19)$$

где $Q_R = u_{L\omega}^2/P_R$ — параметр энергетического качества ПАВ. Энергетический выигрыш за счет поверхностной нелинейности пропорционален $G_R^2 Q_R$ и согласно расчетам [13] превышает 10^3 для большинства изотропных материалов. Это обусловлено замедлением волны у поверхности и ее высоким энергетическим качеством вследствие неоднородности по глубине.

Для границы раздела нелинейных сред из (17) получаем нелинейное амплитудное преобразование в j -й среде:

$$u_{L2\omega}^j / u_{L\omega}^j = \frac{\omega^2 x}{4} \sum_{\alpha=1}^2 G^\alpha u_{L\omega}^\alpha. \quad (20)$$

где $G^\alpha = \Gamma_L^\alpha / v_L v_S$. Видно, что нелинейность каждой среды складывается из собственной нелинейности поверхности и поверхностной нелинейности соседней среды, «наведенной» через границу с изменением в Q раз. Такая связь обусловлена граничной нелинейностью и может, например, увеличивать нелинейность выбранного материала, если величина $G^\alpha u_{L\omega}^\alpha$ соседней среды имеет тот же знак. В частности, граничная нелинейность является причиной появления гармоники в линейном материале (один из G^α равен нулю в (20)). С другой стороны, граница между двумя нелинейными телами может стать линейной, если $G^1/G^2 = -1$. Физически это соответствует равенству амплитуд противофазных гармоник $L_{1,2}$ на рис. 4. Наконец, «наведенная» в противофазе гармоника из соседней среды может изменять знак собственной нелинейности материала.

Поляризационные эффекты для граничных волн. Формализм нелинейного отражения позволяет рассматривать распространение граничных волн как вырожденный случай нелинейного отражения для комплексных углов (14). Поэтому для граничных волн справедливы основ-

ные нелинейные поляризационные закономерности, рассмотренные в предыдущем разделе. Так, эффект поворота плоскости поляризации при отражении SH -волн показывает, что распространение граничных волн горизонтальной поляризации (волн Лява, клиновых волн и т. п.) не может сопровождаться генерацией второй гармоники того же типа. При этом вторая гармоника может быть поляризована только в вертикальной плоскости, т. е. должна быть волной квазирэлеевского типа.

Аналогичный вывод справедлив и для отражения SH -волн в пьезокристаллах всех классов, в которых существуют волны Гуляева—Блуштейна. Применение метода нелинейного отражения в этом случае показывает [28], что акустическое поле второй гармоники волн Гуляева—Блуштейна представляет собой сумму вынужденной квазирэлеевской волны и свободной рэлеевской волны. Расстройка их волновых чисел (Δk) обуславливает пространственные осцилляции акустической мощности второй гармоники:

$$P_{2\omega} = N\omega P_{\omega}^2 \sin^2(\Delta kx/2). \quad (21)$$

Численные расчеты из (21) для кристаллов $6mm$ показывают, что эффективность генерации второй гармоники, плоскость поляризации которой повернута на 90° относительно основной волны, достаточна для экспериментального обнаружения эффекта.

Искажение формы граничных волн. Полученные формулы (17) можно использовать для расчетов неоднородных волновых полей граничных волн конечной амплитуды [22]. Поскольку фаза второй гармоники по отношению к основной волне определяется знаком $G_{S,R}$, стационарные формы граничных волн существенно различаются для сред с различными знаками объемного параметра нелинейности.

В телах с $\Gamma_L > 0$ формируется слабая периодическая ударная ПАВ с профилем вертикального смещения в виде прямой пилы (рис. 6).

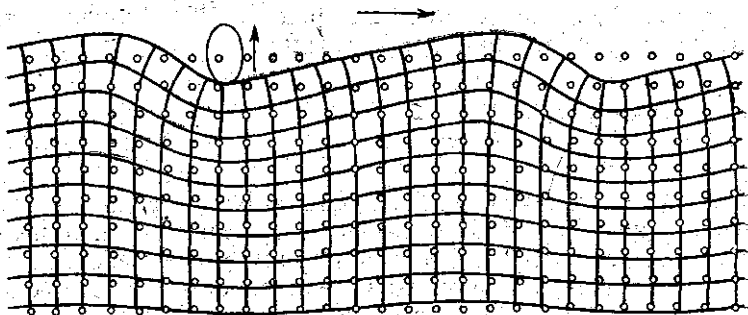


Рис. 6. пилообразная ПАВ в телах с положительной объемной нелинейностью

При $\Gamma_L < 0$ наблюдается профиль поверхности N -типа. Аналогичный профиль имеет граница раздела сред с отрицательными собственными нелинейностями (рис. 7). Для материалов с противоположными знаками Γ_L^* под влиянием граничной нелинейности происходит инверсия знака G_S одной из сред; в результате имеем структуру с единым знаком эффективной нелинейности.

Изменение формы граничных волн физически обусловлено локальной вариацией их фазовой скорости в результате деформации δ эле-

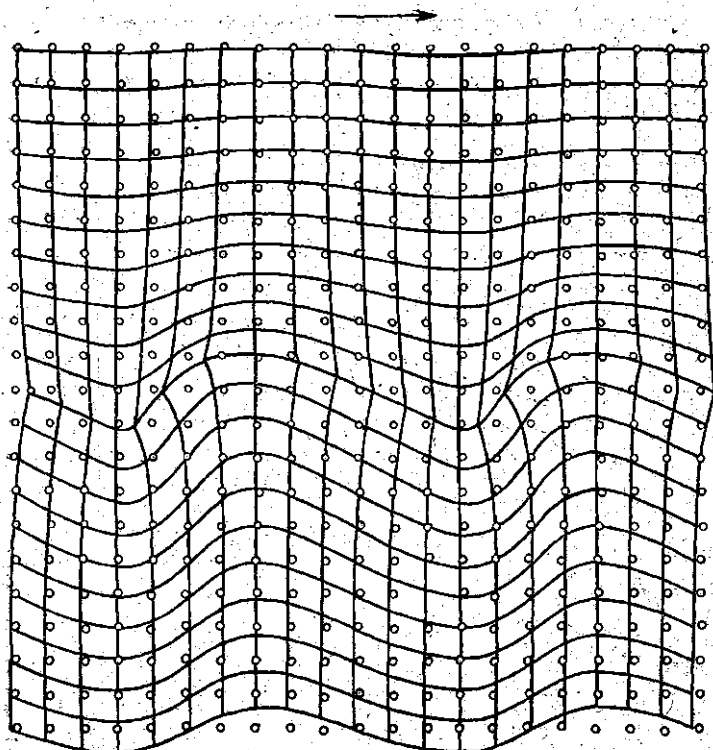


Рис. 7. Нелинейная граничная волна N -типа в структуре с отрицательной нелинейностью

ментов среды. Ее можно выразить в единой форме для граничных и поверхностных волн:

$$\delta^\alpha = -i (v_L^\alpha / v) k u_{L\omega}^\alpha [1 - (m_1^\alpha)^2] \exp(\pm m_1^\alpha k z) \exp(i\omega t). \quad (22)$$

Эта формула показывает, что изменение объема определяется только продольной парциальной волной, которая, как отмечалось выше, является причиной генерации гармоник. Поскольку обычно $(m_1^\alpha)^2 < 1$, δ^α и U_z^α всегда в противофазе: нормали сжатия ($\delta^\alpha < 0$) соответствуют впадинам рельефа свободной поверхности ($U_z^\alpha > 0$). В телах с $\Gamma_L > 0$ скорость звука уменьшается в области сжатия ($\delta < 0$) и увеличивается при $\delta > 0$, поэтому гребни профиля будут ускоряться, если для обеих сред $G^\alpha > 0$ (или $G_R > 0$), формируя пилообразный профиль. Для $G^{I,II} < 0$ ($G_R < 0$) замедление гребней ведет к образованию волны профиля N -типа (рис. 7).

Если G^α имеют разные знаки, то воздействия пограничных сред на фазовый фронт будут противоположными: граничная волна может трансформироваться к любой из указанных выше форм (или не изменять форму вообще). Влияние каждой из сред на скорость фронта пропорционально $\Gamma_L^\alpha \delta^\alpha \sim G^\alpha u_{L\omega}^\alpha$. Полное изменение фазовой скорости в каждой из сред пропорционально сумме $\sum_{\alpha=1}^n G^\alpha u_{L\omega}^\alpha$, что согласуется со структурой формулы (20), выражающей влияние граничной нелиней-

ности. Следовательно, граничная акустическая нелинейность обеспечивает непрерывность фронта граничной волны конечной амплитуды.

Заключение

Основные закономерности нелинейных явлений на границах раздела сред проявляются при нелинейном отражении звука в твердых телах. Анализ показывает, что граничная акустическая нелинейность характеризуется самовоздействием и взаимодействием отраженных и преломленных волн в обеих средах. Эта нелинейность может обуславливать локальную акустическую нелинейность всех парциальных волн, существующих у границы. На свободной поверхности нелинейными оказываются волны, которые сохраняют линейные свойства в объеме тела. На границе раздела тел акустическая нелинейность может «наводиться» из одной среды в другую, усиливая, компенсируя или меняя знак собственной нелинейности материала. Парциальное представление, используемое в методике нелинейного отражения, позволяет дать простое математическое описание и физическую интерпретацию нелинейности граничных и поверхностных волн различных типов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зарёмбо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М., 1966. [2] Slobodnic A. J., Jr.//J. Acoust. Soc. Am. 1970. 48, N 1. P. 203. [3] Lean E. G., Powell C. G., Kuhn L.//Appl. Phys. Lett. 1969. 15, N 7. P. 10. [4] Красильников В. А., Лямов В. Е., Солодов И. Ю.//Изв. АН СССР, сер. физ. 1971. 35, № 5. С. 944. [5] Kalyanasundaran N.//Int. J. Eng. Sci. 1981. 19, N 2. P. 279. [6] Lardner R. W.//J. Appl. Phys. 1984. 55, N 9. P. 3251. [7] David E. A.//Int. J. Eng. Sci. 1985. 23, N 7. P. 699. [8] Ezawa H.//Appl. of Phys. (N. Y.) 1971. 67, N 2. P. 438. [9] Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., 1957. [10] Ко Сел Лен, Северин Ф. М., Солодов И. Ю.//Акуст. журн. 1991. 37, № 6. С. 1165. [11] Shui Y., Solodov I. Yu.//Proc. Second Western Pacific Regional Acoust. Conf. Hong Kong, 1985. Vol. B1—6. P. 188. [12] Solodov I. Yu.//Proc. 13 Int. Congr. on Acoustics, Belgrade, 1989, Vol. 1. P. 165. [13] Солодов И. Ю. Нелинейные акустические и акустоэлектронные взаимодействия на границах раздела твердых тел. Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М. (МГУ), 1989. [14] Акципетров О. А., Баранова И. М., Мишина Е. Д., Петухов Ю. В.//Письма в ЖЭТФ. 1984. 40, № 6. С. 240. [15] Shui Y., Solodov I. Yu.//Acta Acoustica. 1987. 12, N 2. P. 129. [16] Бломберген Н. Нелинейная оптика. М., 1966. [17] Ермилин К. К., Лямов В. Е., Прохоров В. М.//Акуст. журн. 1979. 25, № 2. С. 161. [18] Solodov I. Yu.//J. Appl. Phys. 1988. 64, N 6. P. 2901. [19] Северин Ф. М., Солодов И. Ю., Шкуланов Ю. Н.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. 29, № 4. С. 94. [20] Mao Y. W., Shui Y., Jang W., Lu Z., Wu W.//Appl. Phys. Lett. 1989. 55, N 23. P. 2394. [21] Северин Ф. М., Солодов И. Ю.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1988. 29, № 5. С. 84. [22] Shui Y., Solodov I. Yu.//J. Appl. Phys. 1988. 64, N 11. P. 6155. [23] Zhou S., Shui Y.//J. Appl. Phys., 1992. 72, N 11. P. 5070. [24] Shui Y., Solodov I. Yu.//Proc. Int. Symp. on Surf. Waves and Layered Structures. Novosibirsk, 1986. Vol. 11. BP-10. P. 159. [25] Shui Y., Solodov I. Yu.//Proc. IEEE Ultrason. Symp. Chicago, 1986. P. 1089. [26] Павлов В. И., Солодов И. Ю.//ФТТ. 1977. 19, № 10. С. 2948. [27] Shui Y., Solodov I. Yu.//Acta Acoustica. 1987. 12, N 4. P. 185. [28] Ко Сел Лен, Солодов И. Ю.//Акуст. журн. 1992. 38, № 1. С. 79.