УДК 534.2

АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ И ДЕФЕКТОСКОПИЯ КАК ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

В. А. Буров, О. Д. Румянцева, А. В. Сасковец

Изложены результаты исследований обратных задач акустического рассеяния, проводившихся группой сотрудников кафедры акустики с конца 1970-х гг. Основное внимание в этих работах уделялось восстановлению характеристик достаточно сильных рассеивателей, не удовлетворяющих критериям справедливости борновского и рытовского приближений. Рассмотрены итерационные методы решения, а также аналитические методы, основанные на использовании интегральных соотношений для монохроматического и импульсного режимов облучения, в приложении к задачам томографии, дефектоскопии, томографии океана и диагностики по нелинейным параметрам среды.

Введение

Использование звуковых волн для зондирования различных сред и объектов с целью выяснения их внутренней структуры имеет долгую историю. В настоящей статье внимание сконцентрировано как на рассмотрении общих теоретических вопросов акустоскопии, так и на прикладных аспектах: медицинской (линейной и нелинейной) томографии, акустической томографии океана и дефектоскопии. В этих направлениях и велись в основном наши исследования.

Как известно, быстрый прогресс в этих областях [1, 2] связан с использованием идей общей теории обратных задач рассеяния, разрабатывавшихся в математической физике, в первую очередь в приложении к квантовому рассеянию элементарных частиц [3—5], а также к физике нелинейных волн типа солитонов. Подобный подход к акустическим задачам лег в основу и наших работ. При этом радиофизическая (акустическая) направленность этих исследований позволила выявить важную черту подобных обратных задач — их некорректность, выраженную в большой чувствительности результатов решения к ошибкам, шумам, неточностям знания характеристик эксперимента и т. д. Сложность проблемы усугубляется тем, что во многих случаях необходимо учитывать нелинейность обратных задач относительно искомых параметров, характеризующих рассеиватель, обусловленную процессами многократного рассеяния. К серьезным трудностям следует также отнести неоднозначность оценки характеристик рассеивателя, возникающую при ограниченном объеме имеющихся данных и требующую введения в схему решения априорной информации, и кроме того большую размерность задачи описания рассеивателей сложной внутренней структуры.

За последние годы в работах этого цикла рассматривались итерационные методы решения обратных задач и подходы, основанные на методах функционального анализа в их общей постановке, безотносительно к конкретному практическому приложению. В дальнейшем были рассмотрены задачи медицинской томографии, томографии океана и обратные задачи рассеяния на акустически мягких (или жестких) препятствиях в приложении к проблемам дефектоскопии высокой информативности.

Обратная задача рассеяния в общей постановке

Исходным соотношением при решении обратных задач рассеяния является уравнение Липпмана—Швингера

$$u_\alpha(\mathbf{x}) = u_0(\mathbf{x}|\alpha) + \int_{\mathscr{R}} G_0(\mathbf{x}, \mathbf{r})\, \varepsilon(\mathbf{r})\, u_\alpha(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}, \tag{1}$$

являющееся неявным решением уравнения Гельмгольца для неоднородной среды

$$\nabla^2 u_\alpha + k_0^2 u_\alpha = \varepsilon(\mathbf{r})\, u_\alpha + f_\alpha, \tag{2}$$

где f_α — источники первичного поля $u_0(\mathbf{x}|\alpha)$; α — конфигурационный параметр, характеризующий положение источников падающего поля, направление падения первичного излучения и т. д. и принимающий набор значений из области A; u_α — полное поле как в области наблюдения, так и в области локализации искомой неоднородности $\mathscr{R}$. В контексте акустических задач неоднородность $\varepsilon(\mathbf{r})$ может представлять собой отклонение в значении фазовой скорости звука в области рассеяния:

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \omega^2 (c_0^{-2} - c^{-2}(\mathbf{r})),$$

а в более общем случае — характеризовать изменение плотности среды $\rho(\mathbf{r})$ и скорости $c(\mathbf{r})$ и амплитудное поглощение в среде $\beta(\mathbf{r})$:

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \omega^2 (c_0^{-2} - c^{-2}(\mathbf{r})) + \sqrt{\rho(\mathbf{r})}\, \Delta (\rho^{-1/2}(\mathbf{r})) - 2i\, \omega/c(\mathbf{r})\, \beta(\mathbf{r})$$

(временная зависимость $\sim \exp(-i\omega t)$), причем в последнем случае уравнение (2) записывается не для акустического давления $u_\alpha(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r})$, а для комбинированной переменной $u_\alpha(\mathbf{r}) \equiv p(\mathbf{r}) \sqrt{\rho_0/\rho(\mathbf{r})}$. Под G_0 в (1) подразумевается функция Грина для фоновой среды при отсутствии неоднородности.

В терминах рассеяния плоских волн уравнение Липпмана—Швингера может быть записано для амплитуды рассеяния (T-матрицы), связывающей амплитуды падающей плоской волны (определяемой волновым вектором $\mathbf{k}_0$) с рассеянной волной (определяемой в данном направлении волновым вектором $\mathbf{k}$):

$$T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \tilde{\varepsilon}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) + \frac{1}{(2\pi)^n} \int \tilde{\varepsilon}(\mathbf{k} - \mathbf{k}')\, \tilde{G}_0(\mathbf{k}')\, T(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0)\, d\mathbf{k}', \tag{3}$$

где n — размерность задачи. В (3) $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{G}_0$ — пространственные фурье-образы рассеивателя и функции Грина соответственно, причем T-матрица слева определена для векторов $\mathbf{k}^2 = \mathbf{k}_0^2 = \omega^2/c_0^2$, а подынтегральные значения $T(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0)$ определяются для всего $\mathbf{k}'$-пространства, по которому проводится интегрирование, и имеют смысл фурье-разложения пространственного распределения вторичных источников, индуцированных в области рассеяния $\mathscr{R}$ падающим излучением:

$$T(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) = \tilde{F}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) = \int_{\mathscr{R}} \varepsilon(\mathbf{r})\, u(\mathbf{r}|\mathbf{k}_0)\, e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}}\, d\mathbf{r}.$$

Уравнение Липпмана—Швингера, записанное для некоторого множества условий возбуждения первичного поля, образует параметризованное множество уравнений, которые можно привести в соответствие с множеством данных рассеяния, т. е. значений рассеянного поля на некоторой апертуре или амплитуд рассеяния для совокупности направлений падения $\{\mathbf{k}_0\}$, рассеяния $\{\mathbf{k}\}$ и рабочих частот $\{\omega\}$.

Разрешение множества уравнений вида (3) относительно неизвестной (но принадлежащей к определенному классу) функции $\varepsilon(\mathbf{r})$ или $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{k})$ составляет математическое содержание волновых обратных задач

рассеяния (ОЗР) в их полной постановке. Литература, посвященная таким задачам, чрезвычайно обширна и охватывает как сугубо математическую сторону проблемы — единственность и эквивалентность различных постановок ОЗР [6], вопросы функционального анализа, связанные с ОЗР [3, 7—10], так и прикладные ее аспекты. В [11, 12] нами приведена основная библиография по работам прикладного направления. Большинство опубликованных работ по исследованию прикладных ОЗР направлено на их решение в приближении Борна или Рытова (плавных возмущений) [1, 13]. Здесь основное внимание уделяется учету дифракционных эффектов (откуда и возник термин «дифракционная томография»), препятствующих повышению разрешающей способности акустической томографии в лучевом приближении, но не учитывается влияние многократного рассеяния. Между тем область применимости борновского приближения ограничена рассеивателями, чей характерный размер L и контраст относительного изменения фазовой скорости $\Delta c/c_0$ отвечают соотношению $(L/\lambda)(\Delta c/c_0)\ll 1$, которое выполняется далеко не всегда. В задачах акустической томографии и дефектоскопии часто оцениваются контрастные неоднородности, а в гидроакустических задачах оценивания параметров океанской среды, несмотря на небольшой контраст скоростных неоднородностей, большой волновой размер этих неоднородностей делает их сильными.

В связи с этим основное внимание в цикле работ, проведенных нашей группой в 1980—1990 гг., было уделено решению ОЗР, учитывающих процессы многократного рассеяния и применимых для оценок характеристик сильных рассеивателей, вносящих своим присутствием существенные искажения в падающее поле. Это означает, что рассеянное поле в отдельных участках области рассеяния может по абсолютной величине быть сравнимым или превосходить падающее поле (например, в случае фокусировок, каустик). Учет многократного рассеяния приводит к необходимости определения поля внутри рассеивателя либо эквивалентных ему величин, например амплитуд вторичных источников рассеянного поля. Таким образом, помимо основных неизвестных характеристик рассеивателя ε в рассмотрение вводится множество дополнительных неизвестных функций для каждого из вариантов облучения рассеивателя [11, 12, 14].

Итерационные методы решения ОЗР

Итерационные методы решения параметризованного (по ω и α) множества нелинейных относительно ε уравнений вида (1) или (3), развивавшиеся нами, используют тот факт, что эти уравнения не только описывают данные рассеяния, но и характеризуют недоступные непосредственному измерению поля внутри рассеивателя (уравнение (1)) или фурье-компоненты вторичных источников для значений $|\mathbf{k}|\neq|\mathbf{k}_0|$ (уравнение (3)).

Таким образом, (1) или (3) играют роль уравнений связи между основными и дополнительными неизвестными. Исключение из (1) значений поля внутри рассеивателя приводит к уравнению для рассеянного поля [11, 14], содержащему нелинейный по ε обратный оператор:

$$u_\alpha(\mathbf{x})=u_0(\mathbf{x}|\alpha)+\widehat{Q}_0[\widehat{E}-\widehat{\varepsilon}\widehat{Q}_0]^{-1}\widehat{u}_0(\mathbf{r}|\alpha)\,\varepsilon(\mathbf{r}), \tag{4}$$

где $\widehat{\varepsilon}$ и $\widehat{u}_0$ — диагональные операторы, $\widehat{\varepsilon}=\mathrm{diag}(\varepsilon)$; $\widehat{u}_0=\mathrm{diag}(u_0)$, $\widehat{Q}_0$ — оператор с ядром в виде функции Грина. Исключение ненаблюдаемых значений T из (3) дает аналогичное соотношение

$$T_{\exp}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_{0\alpha}) = \tilde{\varepsilon}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_{0\alpha}) + \tilde{\varepsilon}\tilde{G}_0[\hat{E}-\tilde{\varepsilon}\tilde{G}_0]^{-1}\tilde{\varepsilon}, \tag{5}$$

где $\hat{G}_0$ — диагональный оператор, построенный из фурье-образа функции Грина, а $\tilde{\varepsilon}$ — теплицев оператор, построенный из фурье-образа рассеивателя ε.

Итерационные процедуры, следующие непосредственно из (4)—(5), сводятся к подстановке в обратный оператор результата предыдущей итерации с номером $n-1$ и решения совокупности линеаризованных уравнений. Например, из (4)

$$u_\alpha(\mathbf{x}) = u_0(\mathbf{x}|\alpha) + \hat{Q}_0[\hat{E}-\hat{\varepsilon}_{n-1}\hat{Q}_0]^{-1}\hat{u}_0(\mathbf{r}|\alpha)\,\varepsilon_n. \tag{6}$$

Сходимость этих итерационных процедур определяется локальным отношением рассеянного поля к первичному падающему полю в области рассеяния. Величина максимального по модулю отношения определяет разделение рассеивателей по своей силе на слабые, для которых рассеянное поле пренебрежимо мало и пригодно борновское приближение; средние, для которых это отношение сравнимо с единицей, но меньше ее; и сильные, создающие рассеянное поле, превосходящее падающее в конечной области внутри рассеивателя. Условие

$$|(u(\mathbf{r}|\alpha)-u_0(\mathbf{r}|\alpha))/u_0(\mathbf{r}|\alpha)| < 1 \quad \forall\, \mathbf{r} \in \mathcal{R},\ \forall\, \alpha \in A, \tag{7}$$

является достаточным условием сходимости итераций. По мере увеличения избыточности объема данных рассеяния (размерность массива данных превосходит размерность массива параметров рассеивателя) это условие смягчается и критическое отношение (7) возрастает как корень из коэффициента избыточности данных. Большая избыточность данных позволяет также несколько расширить применимость борновского приближения, так как эффекты перерассеяния, усредняясь, взаимно компенсируются [15].

Итерационную процедуру (6) можно видоизменить, рассматривая процесс уточнения решения относительно поправки $\Delta\varepsilon_n$ в виде

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{n-1} + \Delta\varepsilon_n.$$

Линеаризованные уравнения для $\Delta\varepsilon_n$ следуют из (4):

$$u_\alpha(\mathbf{x}) = u_0(\mathbf{x}|\alpha) + \hat{Q}_0[\hat{E}-\hat{\varepsilon}_{n-1}\hat{Q}_0]^{-1}\hat{u}_0(\mathbf{r}|\alpha)\,\Delta\varepsilon_n +$$
$$+\hat{Q}_0[\hat{E}-\hat{\varepsilon}_{n-1}\hat{Q}_0]^{-1}\Delta\hat{\varepsilon}_n[\hat{E}-\hat{\varepsilon}_{n-1}\hat{Q}_0]^{-1}\hat{u}_0(\mathbf{r}|\alpha)\,\varepsilon_{n-1}. \tag{8}$$

Аналогичное уравнение следует и из (5). Область сходимости таких итераций определяется локальным отношением, аналогичным (7), но u_0 заменяется на значения полного поля в присутствии неоднородности ε_{n-1}.

Итерационные процедуры, построенные непосредственно на решении всей совокупности уравнений для ε и одновременно для дополнительных неизвестных — амплитуд вторичных источников F, обладают той же областью сходимости, что и уравнение (8). При выполнении же условия (7) возможно поочередное решение основных уравнений (1) или (3) относительно ε и дополнительных уравнений относительно F [11] или их фурье-компонент $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{F}$ [16, 17]. Раздельное рассмотрение при этом каждого вида падающего поля сокращает размерность вспомогательных задач и упрощает вычисления. При нарушении условия (7) процесс решения теряет устойчивость и поочередное решение становится непригодным. Тогда, как уже говорилось, требуется одновре-

менное решение всей совокупности уравнений для ε и F [11, 12], обладающее той же, всегда существующей локальной областью сходимости, что и (8). Если априорная информация задает начальное значение ε, попадающее в эту локальную область сходимости, то итерации приводят к истинному значению ε, причем для рассеивателей средней силы в качестве начального приближения может быть взято нулевое значение ε. Для сильных рассеивателей, описываемых конечным числом параметров, ситуация существенно сложнее. Ряд теорем единственности доказан в различных функциональных постановках задачи [6, 7]; однако при конечномерном параметрическом описании рассеивателя и безызбыточном объеме данных рассеяния, получаемых в наборе экспериментов с различным характером падающего поля, существует конечное число рассеивателей, порождающих абсолютно одинаковое наблюдаемое поле, причем среди них не более чем один рассеиватель является слабым или средней силы [12]. Смысл обнаруженной неединственности решения заключается в существовании рассеивателей, не создающих в конечном наборе измерений рассеянного поля наблюдаемых эффектов. В случае слабого или среднего по силе рассеивателя этот набор нулевых данных рассеяния дает единственное (в этом классе слабых и средних рассеивателей) нулевое решение, но сильный рассеиватель настолько искажает падающее поле, что возникает возможность гашения наблюдаемого эффекта в каждом из опытов. При оценке сильных рассеивателей по избыточному набору данных итерационная процедура усложняется, так как в этом случае необходимо обеспечить попадание в область сходимости итераций. Было разработано несколько методов постепенного выхода в область сходимости.

1. Разбиение данных о рассеянном поле: рассеянное поле u_s в области наблюдения $\mathbf{y} \in \mathcal{Y}$ представляется в виде суммы из M слагаемых вида

$$u_s = \sum_{m=1}^{M} u_s^{(m)}(\mathbf{y}),$$

и обратная задача решается последовательно для частных сумм с нарастающим числом слагаемых. Получающаяся на каждом промежуточном этапе оценка характеристик рассеивателя и вторичных источников является начальным значением при переходе к следующему этапу постепенного «включения» рассеянного поля. Следует подчеркнуть, что в отличие от простых градиентных методов на каждом шаге минимизируется невязка полного поля, учитывающего перерассеяния. Такая процедура применима при реализации итерационных одношаговых алгоритмов на основе одновременного решения всей совокупности уравнений Липпмана—Швингера ((1) или (3)) или уравнения вида (8) [11]. Для решения в форме (6) необходимо производить переопределение функций Грина [18] с учетом оценки рассеивателя для предшествующего этапа частичного учета рассеянного поля.

2. Постепенное «включение» процесса многократного рассеяния [19, 20] путем изменения коэффициента при операторе $\varepsilon\tilde{G}_0$ от 0 до 1.

Перечисленные методы решения проверялись в машинных экспериментах; рассеянное поле при этом превосходило в ряде примеров падающее в десятки раз, требовавшийся коэффициент избыточности данных рассеяния составлял 1,5—2 [17, 20, 21].

Совместная оценка неоднородности плотности и скорости в среде. В этом случае используется различие в характере частотной зависи-

мости соответствующих слагаемых в выражении для $\varepsilon(\mathbf{r})$. Оценка величины $\varepsilon(\mathbf{r})$ для двух и более значений частот позволяет разделить вклад $\rho(\mathbf{r})$ и $c(\mathbf{r})$ неоднородности [11, 12, 22].

Обратная задача оценки параметров твердых тел. Приведенный выше подход обобщается на случай твердотельных сред. Так, уравнение Липпмана—Швингера для изотропной среды имеет вид

$$v_j(\mathbf{x}) = v_j^0(\mathbf{x}) + \int_{\mathscr{R}} G_{nj}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \{\partial_j [\Delta\Gamma_{nilm}(\mathbf{x}')(\partial_l v_m(\mathbf{x}'))] +$$

$$+ \Delta\rho(\mathbf{x}')\omega^2 v_n(\mathbf{x}')\} d\mathbf{x}',$$

где v_j — вектор смещений, G_{nj} — тензор Грина для упругой среды, а $\Delta\Gamma_{nilm}$ — возмущение тензора упругости, связанное с возмущением параметров Ламе λ и μ:

$$\Delta\Gamma_{ijkl} = \Delta\lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \Delta\mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{kj}).$$

Для совместного определения $\Delta\rho$, $\Delta\lambda$ и $\Delta\mu$ необходимо провести [23] эксперименты по рассеянию продольных ($L \to L$) и поперечных волн ($P \to P$) на таких двух частотах, что $\omega_1/c_s = \omega_2/c_p$. Итерационные процедуры легко обобщаются на этот случай.

Решение ОЗР методами функционального анализа

В последние годы наметился прогресс в разработке универсальных методов, пригодных для решения ОЗР рассеяния различной физической природы. Так, после обобщения Фаддевым и Ньютоном уравнений Гельфанда—Левитана и Марченко на случай многомерных квантовомеханических потенциалов, не обладающих сферической симметрией [3, 4], Дж. Роуз получил формальное обобщение уравнения Ньютона—Марченко для ближнего поля в многомерных акустических задачах. В трехмерном случае, например, это уравнение выглядит так [24]:

$$G^+(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \int_S d^2\hat{z}\, |\mathbf{z}|^2 \int dt' [G^+(t'-t, \mathbf{z}, \mathbf{x}) \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial n_z} G^+(t', \mathbf{z}, \mathbf{y}) - \frac{\partial}{\partial n_z} G^+(t'-t, \mathbf{z}, \mathbf{x}) G^+(t', \mathbf{z}, \mathbf{y})], \quad t \geqslant \tau; \tag{9}$$

$$G^+(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0, \quad t < \tau,$$

где $d^2\hat{z}$ — элемент телесного угла ($|\hat{z}| = 1$); τ — время запаздывания, $\tau \leqslant |\mathbf{x}-\mathbf{y}|/c_m$, $c_m = \max\limits_{\mathbf{r}\in\mathbf{R}^3} c(\mathbf{r})$ — максимальная фазовая скорость. Это соотношение предполагает наличие точечных источников зондирующего δ-импульса и точечных приемников поля $G^+(t, \mathbf{x}, \mathbf{y})$, которые расположены на поверхности S, окружающей рассеиватель конечных размеров, в точках $\mathbf{y} \in S$ и $\mathbf{z} \in S$ соответственно. Оно позволяет восстановить волновое поле внутри рассеивателя $G^+(t, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ ($\mathbf{x} \in \mathscr{R}$) (запаздывающую функцию Грина для неоднородной среды во временном представлении), причем знание $G^+(t, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ эквивалентно реконструкции самого рассеивателя. Анализ показал, что (9) можно модифицировать на случай зондирующих импульсов конечной длительности с произвольным спектром $A(\omega)$. При этом процедура восстановления поля внутри рассеивателя становится или некорректной, или приобретает приближенный характер. Некорректность связана с необходимостью восстанавли-

вать по функции со спектром $A^2(\omega)$ функцию со спектром $A(\omega)$; она имеет место, если внутри рабочей полосы существуют частоты ω, вклад от которых в спектр $A(\omega)$ сколь угодно мал. Приближенность же возникает при ограничении диапазона рабочей полосы частот, за счет чего временной носитель зондирующего импульса становится теоретически неограниченным, а носители во времени запаздывающей и опережающей функций Грина — перекрывающимися.

С другой стороны, в работах Манакова, Гриневича, Хенкина и Новикова (см. [10]) были разработаны математические аспекты решения монохроматических обратных задач, что позволяет рассматривать в рамках общей схемы как квантовомеханические, так и акустические ОЗР. Было проведено исследование физического смысла, перспективности практической реализации и пределов применимости ряда идей, выдвинутых в этих работах, которые базируются на результатах современного функционального анализа и теории функций комплексных переменных. Наиболее перспективным для решения прикладных ОЗР акустического типа оказался алгоритм восстановления двумерных рассеивателей, для которых пространственный спектр вторичных источников хорошо локализован внутри круга радиуса $2k_0$, где k_0 — волновое число плоской зондирующей волны [10, 25]. Искомая скалярная неоднородность $\varepsilon(\mathbf{x})$ в любой фиксированной точке $\mathbf{x}=\{x_1, x_2\}$ координатного пространства связана линейным образом с функцией $K(\mathbf{x}, \varphi)$, характеризующей обобщенное внутреннее волновое поле:

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = -\frac{k_0}{2\pi}\left(i\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}\right)\int_0^{2\pi} K(\mathbf{x}, \varphi)\, e^{i\varphi}\, d\varphi.$$

Для восстановления $\varepsilon(x)$ в N^2 пространственных точках требуется сравнительно немного ($\sim N^4$) вычислительных операций, а наиболее эффективный для восстановления внутренней структуры биологических тканей диапазон частот зондирования лежит в пределах от десятков килогерц до нескольких мегагерц, что совпадает с диапазоном реально применяемых в медицинской практике частот.

Анализ этого и более общего алгоритма, снимающего ограничения на пространственный спектр рассеивателя средней силы [26], позволил выявить достоинства и ограничения (в частности, из-за возникающей при определенных условиях неустойчивости решения) процесса реконструкции рассеивателя, присущие не только данным конкретным алгоритмам, но отражающие объективные внутренние трудности и особенности двумерной монохроматической ОЗР как таковой [27]. При этом наилучшим образом в монохроматическом режиме поддаются восстановлению слабые рассеиватели и рассеиватели средней силы, чей пространственный спектр должен быть тем уже, чем сильнее рассеиватель. Для слабых рассеивателей эти алгоритмы переходят в известные алгоритмы восстановления [28], которые удается обобщить на случай ближнего поля и импульсного режима зондирования [29].

Обратная граничная задача рассеяния

Решение скалярной обратной граничной задачи, т. е. задачи оценки формы неоднородности, с граничными условиями I или II рода на ее границе, рассматривавшейся ранее в приближении Кирхгофа, а также с помощью аппарата функций Герглоца [2, 7], предложено в [30, 31].

Решение ищется путем минимизации функционала, учитывающего суммарную невязку в выполнении интегральных соотношений для рассеянного поля

$$\int_{\mathcal{A}} \gamma^{(-)}(\mathbf{x}) \nabla [G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \nabla (u_{s\alpha}(\mathbf{x}) + u_{0\alpha}(\mathbf{x}))] \, d\mathbf{x} =$$

$$= \int_{S_0} (u_{s\alpha}(\mathbf{x}) + u_{0\alpha}(\mathbf{x})) \nabla G_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \, ds(\mathbf{x}), \quad \mathbf{y} \in \mathcal{Y} \tag{10}$$

(S_0 — поверхность, содержащая препятствие, а $\gamma^{(-)}$ — характеристическая функция, равная единице в области между границей препятствия Σ и известной поверхностью S_0, лежащей вне рассеивателя, и нулю вне этой области) для множества значений $\mathbf{y}$ вне препятствия и множества первичных полей $\{u_{0\alpha}\}$, а также априорную информацию о препятствии. Рассеянное поле $u_{s\alpha}$ находится путем продления (с ограниченной точностью) наблюдаемого поля в сторону препятствия вплоть до его границы. Ограничения на возможные значения $\gamma^{(-)}(\mathbf{x})$ вводятся в функционал в виде штрафного слагаемого вида $(\hat{\gamma}^{(-)2}(\mathbf{x}) - \gamma^{(-)}(\mathbf{x}))^2$. Если препятствие имеет звездную форму, то его граница задается через зависимость $r(\theta, \varphi)$ в сферических координатах, а априорная информация о препятствии задается в виде ограничений на спектральные характеристики этой зависимости.

Использование этих двух способов задания формы препятствия и итерационных методов решения нелинейных вариационных уравнений позволяет последовательно уточнять его форму. Предложенный в [30, 31] подход свободен от ряда ограничений, присущих рассматривавшимся ранее подходам [2, 7], и не требует достаточно близкого начального приближения. Итерационная оценка начинается со значений $\gamma^{(-)}=0{,}5$ во всей области, т. е. начальная информация заключается лишь в знании размеров зоны поиска.

Обратная граничная задача для твердого тела имеет более сложную структуру. Показано [12], что она аналогично скалярной задаче формально сводится к оценке параметров фиктивной упругой среды, выражающихся через производные характеристической функции полости, являющиеся обобщенными функциями. Соотношения, аналогичные (10), были получены и для твердого тела [32]. Здесь, как и в скалярном случае, рассеянное поле рассматривается как поле вторичных источников, расположенных на некоторой границе, целиком лежащей внутри рассеивателя. Интегральные соотношения записываются для полного поля, состоящего из падающего и поля этих вторичных источников.

Важным отличием граничной задачи от скалярной является возможность взаимной трансформации типов упругих волн и порождение поверхностных волн на границе раздела «твердое тело — полость». Эти волны, распространяясь по внутренней поверхности и вновь трансформируясь в излучение объемных волн, несут информацию о неозвученной стороне полости. Этот эффект, крайне важный для практических задач дефектоскопии, наблюдался в машинном эксперименте.

Акустическая томография океана

Круг океанологических задач, объединенных термином «акустическая томография океана», также представляет собой определенный класс обратных задач рассеяния. Первоначально они рассматривались в лучевом приближении и использовали значения времен прихода им-

пульсных сигналов в системе излучателей и приемников, окружающих исследуемую акваторию [33].

С волновой точки зрения [34] специфика этой проблемы состоит в слоистой структуре океанской среды, сравнительно медленно меняющейся с расстоянием. В связи с этим в данных задачах органичным является модовое описание, допускающее в ряде случаев использование адиабатического приближения. Нами рассматривалась томографическая схема с использованием протяженных (до нескольких км) вертикальных антенных решеток (десятки элементов). В адиабатическом приближении задачу можно свести к набору обратных задач определения карты фазовых скоростей мод с последующим восстановлением по этим значениям карты гидрологических характеристик [35]. Усложняющим фактором является то обстоятельство, что возмущения в океанской среде в большинстве случаев являются сильными в том смысле, что они существенно искажают поле, и обратная задача оценки этих возмущений является нелинейной. В случае использования приближения типа «вертикальные моды — горизонтальные лучи» это сказывается в необходимости итерационных процедур коррекции лучевых траекторий по мере уточнения распределения фазовых скоростей мод. Более общий модово-волновой подход в случае отказа от адиабатического приближения связан с сопоставлением каждому объемному элементу океанской среды некоторого недиагонального оператора, перемешивающего моды. В этом подходе полезным оказывается использование «делинеаризованной» теории возмущений, позволяющей более эффективно оценивать возмущение профиля мод, не нуждаясь в знании профиля мод других номеров [36].

Последовательное рассмотрение такой задачи приводит к схемам, имеющим много общего со схемами волновой томографии сильных рассеивателей, рассмотренными выше, с той, однако, разницей, что данные рассеяния для каждой пары «излучатель—приемная антенна» являются вектором, образованным из значений поля, измеренных на различных глубинах, или из коэффициентов разложения вертикального профиля поля по локальным модам, а оператор рассеяния является тензорнозначным.

Серьезной технической трудностью в реализации схем модовой томографии является неконтролируемое искривление протяженных антенн подводными течениями, которые сильно (до сотен метров) отклоняют антенную систему от вертикали и искажают получаемую информацию. В [37] предложен эффективный алгоритм компенсации этого влияния. Идея метода состоит в использовании данных рассеяния на многих частотах, из которых формируются произведения значений принятого поля вида $U_4(z)=u(\omega_1, z)u(\omega_2, z)u^*(\omega_3, z)u^*(\omega_4, z)$, причем частоты удовлетворяют условию $\omega_1+\omega_2=\omega_3+\omega_4$. Получаемые таким образом значения произведений при частотах до сотен герц оказываются малочувствительными к возможным искривлениям антенн и возможным навигационным ошибкам их размещения. Вместе с тем чувствительность к искажениям гидрологии сохраняется, снижение же пространственной разрешающей способности со значений порядка длины волны (десятки метров) до километра лишь облегчает задачу пространственного сканирования в процессе реконструкции.

Представляется, что предлагаемая схема модовой томографии океана снимает ряд технических проблем, возникающих в других вариантах.

Томография нелинейного параметра

Возможности акустической диагностики в медицине, геофизике и дефектоскопии существенно расширяются в случае восстановления нелинейных акустических характеристик исследуемых объектов. Задача осложняется тем, что изменение нелинейных параметров часто сопровождается изменением остальных волновых характеристик среды. В [38] рассмотрена общая задача томографии неоднородных нелинейных сред в двухчастотном эксперименте рассеяния двух первичных волн с формированием рассеянного поля на основных и комбинационных частотах. Исходным является уравнение Вестервельта

$$\Delta p - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{\varepsilon}{\rho_0 c^4}\frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}$$

(здесь под ε понимается нелинейный параметр среды), которое во втором приближении распадается на систему уравнений, описывающих линейное и нелинейное рассеяние в неоднородной среде. При этом процессы линейного рассеяния отражаются на итоговом виде функций Грина для первичных и комбинационных частот, через которые выражаются первичные поля, источники волн комбинационных частот и рассеянные волны.

В однородной по линейным характеристикам среде процесс томографирования наиболее просто описывается в фурье-пространстве для плоских падающих и рассеянных волн. В этом представлении процесс нелинейного рассеяния определяется формированием соответствующей пространственной гармоники вторичных источников суммарной или разностной частоты из волновых векторов первичных полей $\mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_2$ и соответствующей пространственной частоты фурье-образа нелинейного параметра $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{k})$. Условие синхронизма выражается в соотношении между этими волновыми векторами и пространственными частотами:

$$\mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_2 + \mathbf{k} = [(\omega_1 \pm \omega_2)/c_0]\,\mathbf{e}_s,$$

где $\mathbf{e}_s$ — единичный вектор в направлении рассеяния. Это соотношение говорит о большой информационной избыточности полного волнового эксперимента по нелинейному рассеянию. В [38] подробно рассмотрены различные томографические схемы, частным случаем которых являются схемы, используемые в [39].

Экспериментальная модель, с помощью которой было проведено исследование двумерных обратных задач рассеяния на неоднородностях скорости, плотности или граничных рассеивателях, основана на возбуждении низшей моды в плоском волноводе — тонком слое воды, в который помещались препятствия различных типов. В [21, 30, 31] описаны результаты восстановления характеристик этих модельных неоднородностей.

Настоящий обзор выполнен при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Dévaney A. J.//Ultrason. Imag. 1982. 4. P. 336. [2] Colton D., Monk P.//J. Appl. Math. 1985. 45, N 6. P. 1039; Colton D., Monk P.//J. Appl. Math. 1986. 46, N 3. P. 506. [3] Фаддеев Л. Д.//Современные проблемы математики/Ред. Р. В. Гамкрелидзе. М., 1974. Т. 3. С. 93. [4] Левитан Б. М. Обратные задачи Штурма—Лиувилля. М., 1984. [5] Шадан К., Сабатье П. Обратные задачи в квантовой теории рассеяния. М., 1980. [6] Березанский Ю. М.//Тр. Моск. матем. общ. М., 1958. Т. 7. С. 3. [7] Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М., 1987. [8] Newton R. G.//J. Math. Phys.

1981. 21, N 7. P. 1698. [9] Budreck D., Rose J. H.//Inverse Problems. 1990. 6. P. 331. [10] Новиков Р. Г.//ТМФ. 1986. 66, № 2. С. 234. [11] Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В., Тихонова Т. А.//Вопросы судостроения, сер. акуст. 1985. 20. С. 32. [12] Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В., Тихонова Т. А.//Акуст. журн. 1986. 32, № 4. С. 433. [13] Soumekh M., Kavekh M., Mueller R. K.//Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. 1983. Vol. 1. P. 135. [14] Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1982. 23, № 6. С. 87. [15] Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В.//Там же. 1982. 23, № 6. С. 89. [16] Буров В. А., Рычагов М. Н., Сасковец А. В.//Там же. 1989. 30, № 1. С. 44. [17] Буров В. А., Рычагов М. Н.//Акуст. журн. 1992. 38, № 5. С. 844. [18] Байков С. В., Буров В. А., Горюнов А. А., Сасковец А. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1982. 23, № 6. С. 22. [19] Буров В. А., Сасковец А. В.//Акуст. журн. 1988. 34, № 3. С. 529. [20] Буров В. А., Сасковец А. В., Фаткуллина И. О.//Там же. 1991. 37, № 1. С. 30. [21] Буров В. А., Глазков А. В., Прудникова И. П., Тагунов Е. Я.//Там же. 1990. 36, № 2. С. 214. [22] Горюнов А. А., Сасковец А. В. Обратные задачи рассеяния в акустике. М., 1989. [23] Буров В. А., Тихонова Т. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1986. 27, № 6. С. 52. [24] Budreck D., Rose J. H.//Inverse Problems. 1990. 6. P. 331. [25] Буров В. А., Румянцева О. Д.//Акуст. журн. 1993. 39, № 5. С. 793. [26] Novikov R. G.//C. R. Acad. Sci. Paris. 1991. 312, Sér. I. P. 675. [27] Burov V. A., Rumiantseva O. D.//Ill-Posed Problems in Natural Sciences/Ed. A. N. Tikhonov. 1992. P. 463. [28] Beylkin G.//J. Math. Phys. 1983. 24, N 6. P. 1399. [29] Буров В. А., Румянцева О. Д.//Акуст. журн. 1994. 40, № 1. С. 41. [30] Буров В. А., Глазков А. В., Прудникова И. П. и др.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1990. 31, № 3. С. 57. [31] Буров В. А., Глазков А. В., Горюнов А. А. и др.//Акуст. журн. 1990. 36, № 5. С. 832. [32] Буров В. А., Прудникова И. П., Сироткина Н. С.//Акуст. журн. 1992. 38, № 6. С. 1013. [33] Munk W., Wunch C.//Deep Sea Res. 1979. 26A. P. 123. [34] Буров В. А., Сергеев С. Н.//Формирование акустических полей в океанических волноводах. Реконструкция неоднородностей./Под ред. В. А. Зверева. Н. Новгород, 1994. [35] Байков С. В., Буров В. А.//Морской гидрофиз. журн. 1983. 3. С. 35. [36] Буров В. А., Сергеев С. Н.//Акуст. журн. 1991. 37, № 3. С. 431. [37] Буров В. А., Сергеев С. Н., Сергиевская Н. П.//Акуст. журн. 1992. 38, № 2. С. 350. [38] Буров В. А., Гуринович И. Е., Руденко О. В., Тагунов Е. Я.//Акуст. журн. 1994. 40, № 6. С. 922. [39] Sato T., Fukushima A., Ichida N. et al.//Ultrason. Imag. 1985. 7. P. 49.

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1994. Т. 35, № 6

УДК 534.222

УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ МЕТОДЫ В ДЕФЕКТОСКОПИИ

Н. П. Алешин, А. К. Вощанов*

Описаны основные этапы развития ультразвуковой дефектоскопии как одного из наиболее важных приложений физической акустики твердого тела и акустической томографии. Дана характеристика современных программных, аппаратных средств и систем для ультразвукового контроля материалов и конструкций.

Теоретические работы в области акустики, проводимые на физическом факультете МГУ и в МГТУ им. Баумана, напрямую связаны с техническими приложениями. Примером является ультразвуковая дефектоскопия (УЗД) материалов, изделий и сварных соединений.

Известно, что принцип УЗД был разработан в 1928 г. в трудах советского ученого С. Я. Соколова. Бурное развитие сварочной техники в послевоенный период потребовало создания новых высокочувствительных и производительных методов для контроля качества ответственных сварных соединений. Именно в этот период бурно развиваются методы рентгено- и гаммаграфирования, начинаются исследования по УЗД сварных соединений.

*) МГТУ им. Н. Э. Баумана.