ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.125.17:539.126.17

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ $SU(2)$ ЯНГА—МИЛЛСА И ДИРАКА

А. С. Вшивцев, А. С. Иванов, О. С. Павлова, А. В. Татаринцев

(кафедра теоретической физики)

Получена самосогласованная система уравнений поля Янга—Миллса с учетом тока кварков и приведены некоторые решения этой системы. Уравнения движения рассматривались при использовании параметризации потенциала поля, предложенной для описания сферически-симметричных решений для цветовой группы $SU(2)$. Данный подход может быть использован при построении моделей вакуума, учитывающих нелинейные эффекты, которые приводят к перестройке нестабильных конфигураций.

К настоящему времени известно достаточно много решений уравнений Янга—Миллса: $D_\mu^{\alpha\beta}F_{\mu\nu}^\beta=0$, возникающих в неабелевых калибровочных теориях из вариации стандартного лагранжиана, $L_{YM}=-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\alpha F_{\mu\nu}^\alpha$, в том числе и нестандартные классические решения: солитоны, монополи, инстантоны и др.

Однако интересно было бы рассмотреть не только чистые поля Янга—Миллса (ЯМ) — глюодинамику, но и учесть их взаимодействие с полями материи. Очевидно, что интерес этот обусловлен чисто практической стороной, так как именно такое сложное взаимодействие имеет место в действительности.

Обсуждение таких структур актуально и по той причине, что, например, факт существования монопольных решений при размерности пространства $n\neq4$ известен только при учете взаимодействия с полями материи [1]. В том случае, когда размерность $n=4$, известно монопольное решение при взаимодействии полей ЯМ с хиггсовскими бозонами [2]. С учетом сказанного было бы интересно найти монопольное решение без введения полей Хиггса.

В нашей работе мы рассмотрим взаимодействие поля ЯМ с фермионами, более точно — с кварками. Для описания этого процесса воспользуемся модельным лагранжианом для калибровочного поля группы $SU(2)$, взаимодействующего с изодублетом кварков:

$$L=L_{YM}+L_D, \tag{1}$$

где $L_D=\overline{\Psi}(-i\gamma_\mu D^\mu+m)\Psi$ — лагранжиан Дирака.

Цель нашей работы — получить согласованные решения, т. е. решения, которые учитывают влияние поля ЯМ на движение кварков, причем уравнения поля ЯМ в правой части содержат ток заряженных частиц (в нашем случае — ток кварков). Соответствующие уравнения движения поля и кварка выглядят следующим образом:

$$D_{\mu\nu}^{\alpha\beta}F_\nu^\beta=-J_\mu^\alpha,\quad (i\gamma^\mu D_\mu-m)\Psi=0, \tag{2}$$

где ковариантная производная $D_\mu=\partial_\mu-igA_\mu$; $A_\mu=A_\mu^\alpha T_\alpha$; $T^\alpha=\sigma^\alpha/2$ — генератор группы $SU(2)$, тензор поля $F_{\mu\nu}^\alpha=\partial_\mu A_\nu^\alpha-\partial_\nu A_\mu^\alpha+g\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}A_\mu^\beta A_\nu^\gamma$, а ток имеет вид

$$J_\nu^\alpha=\frac{1}{2}g\overline{\Psi}\sigma^\alpha\gamma_\nu\Psi. \tag{3}$$

Система уравнений (2)—(3) содержит в качестве неизвестных компоненты вектор-потенциала A_μ^α и волновую функцию кварка Ψ. Используя симметрию конкретных моделей, можно уменьшить число уравнений в этой системе и получить ряд точных решений.

1. Уравнения движения поля ЯМ с правой частью

Как известно, классическое и квантовомеханическое рассмотрение взаимодействия магнитных монополей с различными частицами имеет ряд характерных свойств. Так, сохраняющейся величиной является вектор полного момента **J** [3]: **J**=**L**+**S**+**I**, где **L** — орбитальный, а **S** — спиновый моменты, **I** — генератор группы $SU(2)$.

Будем рассматривать состояние кварка, соответствующее **J**=0. Выбирая **J**=0, будем руководствоваться не только упрощением нашей системы уравнений, но и рядом особенностей, присущих этому состоянию. Так, при **J**=0 в силу отсутствия центробежного барьера частицы могут проникать (в S-состоянии) в область сильного магнитного поля монополя, а соответствующее взаимодействие приводит к несохранению барионного числа (катализ распада протона — эффект Рубакова [3—5]).

Исходя из этого, зададим следующую сферически-симметричную параметризацию для потенциала поля:

$$gA_0^\alpha = \frac{\varphi(r)}{r} n^\alpha,$$

$$gA_i^\alpha = \varepsilon^{\alpha ik} n_k \frac{1-a(r)}{r} + \frac{b(r)}{r}(\delta^{\alpha i} - n^\alpha n^i) + \frac{c(r)}{r} n^\alpha n^i, \tag{4}$$

где $n^\alpha = x^\alpha / r$ — единичный радиус-вектор.

Раскладывая ток (3) по тензорной структуре, аналогичной выражению (4):

$$gr^3 J_0^\alpha(r) = J_0(r) n^\alpha, \tag{5}$$

$$gr^3 J_i^\alpha(r) = \varepsilon^{\alpha ik} n_k J_1(r) + J_2(r)(\delta^{\alpha i} - n^\alpha n^i) + J_3(r) n^\alpha n^i \tag{6}$$

и преобразуя уравнения движения для поля ЯМ в подстановке (4), придем к следующей системе уравнений:

$$r^2\varphi'' - 2(a^2 + b^2)\varphi = J_0, \tag{7}$$

$$r^2 a'' + a - a(a^2 + b^2 + c^2 - \varphi^2) - rbc' - 2rb'c + bc = -J_1, \tag{8}$$

$$r^2 b'' + b - b(a^2 + b^2 + c^2 - \varphi^2) - rac' - 2ra'c + ac = J_2, \tag{9}$$

$$2rab' - 2ra'b - 2c(a^2 + b^2) = J_3. \tag{10}$$

Рассмотрим вначале однородные уравнения движения для глюонов (т. е. $J_\nu^\alpha = 0$). Таким образом, можно будет непосредственно изучить изменение характера поведения функций $a(r)$, $b(r)$, $c(r)$, $\varphi(r)$ при учете тока кварков.

При $J_\nu^\alpha = 0$ удобно ввести следующую параметризацию для функций $a(r)$ и $b(r)$:

$$a(r) = R(r)\cos W(r),$$

$$b(r) = R(r)\cos W(r).$$

В этом случае из уравнения (10) при $J_3 = 0$ следует, что $c = rW'$. В результате подстановки параметризованных $a(r)$ и $b(r)$ в систему уравнений (7)—(10) получается следующая система уравнений:

$$r^2R'' + R - R^3 + R\varphi^2 = 0, \quad r^2\varphi'' - 2R^2\varphi = 0.$$

Несмотря на то что функция $W(r)$ может принимать произвольные значения, ряд решений этой системы уравнений уже хорошо известен. Так, если $\varphi=1$, $W(r)=2\pi n$ $(n=0, 1, \ldots)$, то мы приходим к известной параметризации Ву—Янга. Некоторые решения при параметризации Ву—Янга описаны в [1, 2, 6].

Проследим за теми изменениями, которые внесет учет тока кварков. Для этого перейдем к рассмотрению системы (7)—(10). Определим вид функций $J_0(r)$, $J_1(r)$, $J_2(r)$, $J_3(r)$ и убедимся, что кварковый ток в поле, описываемом параметризацией (4), действительно представим в виде (5)—(6).

2. Решение уравнения Дирака

При решении уравнения Дирака (2) и описании свойств кварков воспользуемся результатами работ [7, 8]. Будем рассматривать состояния кварка с $J=0$. Тогда в анзаце (4) решения уравнения можно представить в виде

$$\Psi = \begin{pmatrix} X^+ \sigma_2 \\ X^- \sigma_2 \end{pmatrix} \exp\{-iEt\}, \quad X^\pm = \frac{1}{r}\left(G^\pm(r) + (\mathbf{n}\sigma) Q^\pm(r)\right). \tag{11}$$

Для функций $G^\pm(r)$ с $Q^\pm(r)$ легко получить систему уравнений:

$$r\frac{d}{dr}G^\pm = (2-a)\,G^\pm - \frac{\varphi}{2}G^\mp + \frac{i}{2}(c-2b)\,Q^\pm + i\,(E\pm m)\,Q^\mp;$$

$$r\frac{d}{dr}Q^\pm = -(2-a)\,Q^\pm - \frac{\varphi}{2}Q^\mp + \frac{i}{2}(c+2b)\,G^\pm + i\,(E\pm m)\,G^\mp.$$

Число неизвестных, а соответственно число уравнений, можно сократить, если ввести дополнительную симметрию. А именно, перейдем к киральному пределу, т. е. положим $m=0$.

В этом случае лагранжиан будет инвариантен относительно киральных преобразований. Будем считать Ψ собственной функцией γ^5-матрицы, т. е. $X^\pm = \pm X^\mp$, где верхний знак соответствует положительной спиральности $(\eta=1)$, а нижний — отрицательной спиральности кварка. Для определенности положим $\eta=+1$. Учитывая симметрию верхних и нижних компонент биспинора Ψ, получим уравнения

$$r\frac{d}{dr}G = (2-a)\,G - \frac{\varphi}{2}G + \frac{i}{2}(c-2b)\,Q + iEQ, \tag{12}$$

$$r\frac{d}{dr}Q = -(2-a)\,Q - \frac{\varphi}{2}Q + \frac{i}{2}(c+2b)\,G + iEG. \tag{13}$$

Исходя из определения (3) для кваркового тока и из представления (11), можно убедиться, что ток имеет структуру (5)—(6), причем компоненты тока $J_0(r)$, $J_1(r)$, $J_2(r)$ и $J_3(r)$ выражаются через функции G, Q следующим образом:

$$J_0(r) = -8g^2 r\,\mathrm{Re}\,(\overset{*}{G}Q),$$

$$J_1(r) = -8g^2 r\,\mathrm{Im}\,(\overset{*}{G}Q),$$

$$J_2(r) = -4g^2 r\,(|G|^2 + |Q|^2),$$

$$J_3(r) = -4g^2 r\,(|G|^2 - |Q|^2).$$

Используя эти выражения и уравнения (12)—(13), получим дифференциальные уравнения для компонент кваркового тока, исключив неизвестные переменные $G(r)$ и $Q(r)$. Они выглядят следующим образом:

$$rJ_0'+(\varphi-1)\,J_0=0, \tag{14}$$

$$rJ_1'+(\varphi-1)\,J_1+(c+2E)\,J_2+2bJ_3=0, \tag{15}$$

$$rJ_2'-(c+2E)\,J_1+(\varphi-1)\,J_2-2\,(2-a)\,J_3=0, \tag{16}$$

$$rJ_3'+2bJ_1-2\,(2-a)\,J_2+(\varphi-1)\,J_3=0. \tag{17}$$

Система уравнений (7)—(10), (14)—(17) содержит в качестве неизвестных функций компоненты полевого потенциала a, b, c и φ и компоненты тока кварков $J_0, \ldots, J_3$. Сократим число уравнений, исключив переменные J_i.

Полученная замкнутая система дифференциальных уравнений для функций $a(r)$, $b(r)$, $c(r)$ и $\varphi(r)$ будет учитывать изменения полевых конфигураций за счет взаимодействия с током кварков. Подставляя выражения для токов J_i из (8)—(11), получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned}&r^3\varphi'''+r^2(1+\varphi)\,\varphi''-2r\,(a^2+b^2)\,\varphi'+2\,(a^2+b^2-\\&-2raa'-2rbb')\,\varphi-2\,(a^2+b^2)\,\varphi^2=0,\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}&-r^3a'''-r^2(1+\varphi)\,a''-r^2bc''+r^2b''\,(2E-c)-3r^2b'c'+\\&+ra'\,(3a^2-c^2-3b^2-\varphi^2-1-4cE)+rb'\,[6ab-c\,(2\varphi-1)]+\\&+rc'\,[a\,(c-2E)-b\,(\varphi-1)]-2ra\varphi\varphi'+(a^2+b^2+c^2+\varphi^2-1)\times\\&\times[a\,(\varphi-1)-b\,(c+2E)]+ac\,(c+2E)-bc\,[\varphi-1-4\,(a^2+b^2)]=0,\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}&r^3b'''+r^2a''\,(2E-c)+r^2b''\,(\varphi+1)-r^2ac''-3r^2a'c'+\\&+ra'\,[8b-6ab-c\,(2\varphi-1)]+rc'\,[-bc+2Eb-a\,(\varphi-1)]-\\&-rb'\,(a^2+c^2+3b^2-\varphi^2-1-4cE+8a-4cE)+\\&+2rb\varphi\varphi'-(a^2+b^2+c^2-\varphi^2-1)\,[a\,(c+2E)+b\,(\varphi-1)]+\\&+ac\,(\varphi-1)-b\,(c+2E)-4c\,(2-a)\,(a^2+b^2)=0,\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}&-2r^2a''b+2r^2b''\,(a-1)+ra'\,[4c\,(1-a)-b\varphi]+rc'\,(2a-a^2-b^2)-\\&-rb'\,(a\varphi-4bc)+2b\,(a^2+b^2+c^2-\varphi^2-1)-2ac+\\&+2c\,(a^2+b^2)\,(2-\varphi)=0.\end{aligned} \tag{21}$$

Заметим, что соответствующие напряженности хромоэлектрического и хромомагнитного полей в анзаце (4) могут быть представлены в следующем виде:

$$gE_m^\alpha=-\left[\varepsilon^{\alpha mk}n_k\frac{\varphi b}{r^2}+\left(\frac{\varphi}{r}\right)'n^\alpha n^m+\frac{a\varphi}{r^2}\,(\delta^{\alpha m}-n^\alpha n^m)\right],$$

$$gH_m^\alpha=-\left[\varepsilon^{\alpha mk}n_k\,\frac{rb'-ac}{r^2}+(\delta^{\alpha m}-n^\alpha n^m)\,\frac{ra'+bc}{r^2}+n^\alpha n^m\,\frac{a^2+b^2-1}{r^2}\right].$$

3. Некоторые самосогласованные решения

Для постоянных значений a, b, c и φ напряженности полей gE_m^α, $gH_m^\alpha\sim 1/r^2$, что соответствует поведению напряженностей поля монополя и диона. Таким образом, учет тока кварков позволяет получать указанные «нестандартные» решения без введения в теорию хиггсовских бозонов.

Рассмотрим наиболее простые решения системы уравнений (18)—(21).

1. Хромоэлектрическое поле

Пусть $a=1$, $b=0$, $c=0$. То есть $gA_k^\alpha=0$, $gH_m^\alpha=0$,

$$gE_m^\alpha=-\left[\left(\frac{\varphi}{r}\right)' n^\alpha n^m+\frac{\varphi}{r^2}(\delta^{\alpha m}-n^\alpha n^m)\right].$$

Для функции $\varphi(r)$ получается следующая система уравнений:

$$r^3\varphi'''+r^2(1+\varphi)\varphi''-2r\varphi'+2\varphi-2\varphi^2=0,$$

$$-2r\varphi\varphi'+\varphi^2(\varphi-1)=0,\ E\varphi^2=0.$$

Единственным решением этих уравнений при $E\neq0$ является $\varphi=0$. Следовательно, чисто хромоэлектрическое поле в данной системе может существовать только при значении параметра $E=0$, при этом для функции φ существует только два решения: пертурбативное $\varphi=0$ (вакуумное состояние $gE_m^\alpha=0$) и $\varphi=1$ (хромоэлектрический монополь $gE_m^\alpha=$ $=(2n^\alpha n^m-\delta^{\alpha m})/r^2$).

2. Анзац Ву—Янга

Положим $a=b=c=0$, $gA_k^\alpha=\varepsilon^{\alpha lk}n_l/r$, $gA_0^\alpha=n^\alpha\varphi/r$. Напряженности полей описываются выражениями

$$gE_m^\alpha=-\left(\frac{\varphi}{r}\right)' n^\alpha n^m,$$

$$gH_m^\alpha=\frac{n^\alpha n^m}{r^2},$$

и для функции φ получается следующее уравнение:

$$r\varphi'''+(1+\varphi)\varphi''=0. \qquad (22)$$

Два частных решения этого уравнения очевидны:

а) $\varphi=\varphi_0=\text{const}$; дионное решение:

$$gH_m^\alpha=\frac{n^\alpha n^m}{r^2},\ gE_m^\alpha=\frac{\varphi_0}{r^2}n^\alpha n^m;$$

б) $\varphi=\text{const}\cdot r$; $gE^\alpha=0$, что соответствует чисто хромомагнитному полю.

Можно получить еще одно решение (22). Положим $\varphi(r)=-1+$ $+q(r)$, тогда уравнение для q допускает решение в виде ряда $q=$ $=\sum\limits_{k=1}^{\infty}a_kr^k$, где коэффициенты определяются рекуррентной формулой

$$a_k=-\sum_{n=2}^{k-1}\frac{n(n-1)a_na_{k-n}}{k(k-1)(k-2)},\ k=3,\ 4,\ \ldots,$$

при этом значения a_1 и a_2 остаются произвольными и могут быть определены из начальных условий для функции φ. В частности, для $a_1=0$ и $a_2=1$ полученный ряд для малых r будет иметь вид

$$\varphi(r)=-1+r^2-\frac{1}{12}r^4+O(r^6).$$

3. Частный случай φ, a, b, $c=\text{const}$. Тогда система (18)—(21) превращается в систему алгебраических уравнений, решения которой существуют только при определенных значениях E, а φ может принимать только два значения: 0 или 1.

4. Калибровочные преобразования в сферически-симметричном анзаце

Как хорошо известно, модельный лагранжиан (1), рассматриваемый в данной работе, является калибровочно-инвариантным относительно локальных преобразований из группы $SU(2)$. При этом вектор-потенциал и волновая функция кварка преобразуются следующим образом:

$$\Psi(x) \to \omega(x)\Psi(x); \ \overline{\Psi}(x) \to \omega^{-1}(x)\overline{\Psi}(x);$$

$$A_\mu \to \omega A_\mu \omega^{-1} - \frac{i}{g}\omega\partial_\mu\omega^{-1},$$

где $\omega(x) = \exp(-i\Theta^\alpha(x)T_\alpha)$; $\Theta^\alpha(x)$ — параметры группы.

Выбирая специальный вид калибровочных преобразований, не изменяющих вида выбранного анзаца (4), $\Theta^\alpha = n^\alpha\Theta(r)$, для инфинитезимальных преобразований компонент полевого потенциала получим

$$A_\nu^\alpha \to A_\nu^\alpha + \varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\Theta^\beta A_\nu^\gamma - \frac{1}{g}\partial_\nu\Theta^\alpha;$$

функции $a(r)$, $b(r)$, $c(r)$ и $\varphi(r)$ будут преобразовываться по законам

$$\varphi \to \varphi, \qquad a \to a + b\Theta,$$

$$b \to b - a\Theta, \qquad c \to c - r\Theta'.$$

Калибровочная инвариантность лагранжиана (1) для рассматриваемого анзаца отражает факт существования остаточной группы симметрии решений. Зафиксировав калибровку (т. е. выбрав определенный вид функции $\Theta(r)$), можно исключить нефизические степени свободы, не влияющие на наблюдаемые величины. Определим $\Theta(r)$ так, чтобы одна из функций $a(r)$, $b(r)$ или $c(r)$ была равна нулю. Тогда полученная система из четырех уравнений будет содержать три неизвестные, при этом независимыми будут только три уравнения.

5. Заключение

В настоящей работе получена самосогласованная система уравнений движения поля ЯМ с учетом тока кварков и приведены некоторые решения этой системы. Уравнения движения рассматривались при использовании параметризации (4) потенциала поля, предложенной для описания сферически-симметричных решений для цветовой группы $SU(2)$. Показано, что решения монопольного и дионного типа могут быть получены без введения дополнительного взаимодействия со скалярными полями—бозонами Хиггса. В данной системе чисто хромоэлектрическое поле может существовать только при равенстве нулю энергии кварка E, в то время как чисто хромомагнитное поле может иметь место для определенных конфигураций (п. 3(2б)) при любых значениях E.

В заключение отметим, что поиск точных решений в теории поля ЯМ, взаимодействующего с полями материи, связан прежде всего с учетом нелинейных эффектов. Это необходимо, например, при построении моделей вакуума. Как известно, в некоторых случаях [2] однопетлевой вклад в эффективное действие имеет мнимую часть, что указывает на существование тахионной моды. В этом случае представляется интересным определить состояние (вакуум), в которое будет перестраиваться нестабильная конфигурация под действием квантовых возмущений. Этот вопрос не может быть решен в однопетлевом приближении из-за учета существенно непертурбативных эффектов. Необходимость изучения их влияния становится особенно важной в связи с расходимостью формально построенного ряда теории возмущения для пертурбативного вакуума (когда $A_\mu^\alpha = 0$) в инфракрасной области малых импульсов, что связано с отсутствием в этой области малого параметра. Поиск точных решений — один из методов, позволяющих выйти за рамки стандартной теории возмущений. Существует другой метод, основанный на исследовании уравнения Швингера—Дайсона для глюонного пропагатора в инфракрасной области (см., напр. [9, 10]). Полученные из ИК-лагранжианов нелинейные уравнения для компонент вектор-потенциала также учитывают непертурбативные эффекты взаимодействия полей. Точные решения этих уравнений обсуждались, например, в работе [11].

Учет взаимодействия полей ЯМ с полями материи (кварками) может приводить также и к восстановлению интегрируемости системы уравнений (2), что становится актуальным в связи с обсуждавшейся проблемой стохастичности сферически-симметричных решений уравнений ЯМ [12].

Авторы признательны проф. В. Ч. Жуковскому за ценные замечания при обсуждении статьи.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Хуанг К. Кварки, лептоны и калибровочные поля. М., 1985.
[2] Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. Калибровочные поля. М., 1986.
[3] Rubakov V. A.//Nucl. Phys. 1982. **B203**, N 2. P. 311; Рубаков В. А.//Письма в ЖЭТФ. 1981. **33**, № 12. С. 658.
[4] Callan C. G.//Phys. Rev. 1982. **D26**, N 8. P. 2058.
[5] Wilczek F.//Phys. Rev. Lett. 1982. **48**, N 17. P. 1146.
[6] Wu T. T., Yang C. N.//Phys. Rev. 1975. **D12**, N 12. P. 3845.
[7] Jackiw R., Rebbi C.//Phys. Rev. 1976. **D13**, N 12. P. 3398.
[8] Marciano W. J., Muzinich I. J.//Phys. Rev. Lett. 1983. **50**, N 14. P. 1035.
[9] Алексеев А. И., Арбузов Б. А., Байков В. А.//ЖЭТФ. 1982. **52**, № 2. С. 187.
[10] Baker M., Dall J. S., Zachariasen F.//Nucl. Phys. 1983. **B229**, N 2. P. 445.
[11] Алексеев А. И., Вшивцев А. С., Татаринцев А. В.//ТМФ. 1988. **77**, № 2. С. 266.
[12] Матинян С. Г., Прохоренко Е. Б., Саввиди Г. К.//Письма в ЖЭТФ. 1986. **44**, № 3. С. 109.

Поступила в редакцию
01.04.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 1

УДК 539.21

РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СТЕПЕНЯМ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ РАДИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИСТЕМЫ ТВЕРДЫХ СФЕР

П. Н. Николаев, Е. В. Олейник

(кафедра квантовой статистики и теории поля)

До сих пор были известны значения первых четырех функций, зависящих от расстояния r в разложении радиальной функции распределения $\rho(r)$ в ряд по степеням плотности ρ системы твердых сфер. В работе найдено значение пятой функции на основе использования метода ускоренной сходимости рядов теории возмущений. Также дано выражение для бинарной функции распределения, хорошо описывающей результаты машинного эксперимента для системы твердых сфер.