ГЕОФИЗИКА

УДК 539.038

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ЛУНЫ

В. И. Григорьев, Е. В. Григорьева

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Оцениваются напряженности бароэлектрических полей, возникающих над поверхностью планет благодаря испытываемым ими приливным воздействиям. Обсуждаются вопросы о поле ясной погоды Земли и об электрическом поле над поверхностью Луны.

По распространенному мнению, наличие электрического поля ясной погоды над поверхностью Земли объясняется тем, что наша планета имеет довольно значительный (примерно $3 \cdot 10^5$ Кл) электрический заряд. Почему и как появился этот заряд, почему он не уменьшается (за счет токов проводимости атмосферы он должен был бы уменьшиться в e раз менее чем за 10 мин)? Чтобы ответить на такого рода вопросы, выдвигаются модели атмосферно-электрических «генераторов», заряжающих Землю (см., напр., [1—7]).

Понятно, что на Луне, где нет атмосферы, такого рода «генераторы» исключены, так что, если не приписывать ей электрического заряда, над поверхностью Луны, казалось бы, электрического поля быть не должно.

Попытаемся, однако, показать, что это не так, что электрическое поле над поверхностью спутника Земли существует. Это поле имеет бароэлектрическую природу и почти целиком обусловлено приливным воздействием Земли. «Приливное» электрическое поле есть и над поверхностью Земли — оно обязано в основном гравитационному воздействию Солнца и Луны. Есть оно и над другими планетами, и над звездами, если существуют приливные силы, действующие на эти небесные тела. Однако, прежде чем перейти непосредственно к рассмотрению этого круга вопросов, уместно напомнить, что такое бароэлектрический эффект и каковы методы его теоретического описания [8, 9].

Хорошо известное утверждение об отсутствии электростатического поля в равновесных проводниках справедливо отнюдь не всегда, а только в тех случаях, когда эти проводники и химически и физически однородны. Действительно, достаточно напомнить о контактных разностях потенциалов, о термоэлектрических полях и т. д. Перераспределение электронов в проводниках первого рода и порождаемое этим электростатическое поле имеются и при наличии в проводнике перепадов давления. Исследуем это поле — его естественно назвать «бароэлектрическим» — подробнее.

Пользуясь термодинамическим условием равновесия — условием постоянства электрохимического потенциала, можно, как показано в процитированных выше работах, придать этому условию наиболее удобный для нас вид:

$$\operatorname{grad}\left(W + \frac{1}{8\pi} E^2\right) = 0, \qquad (1)$$

где W — плотность «избыточной» энергии, т. е. разность между энергией единицы объема при давлении p и при нулевом давлении (остальные параметры предполагаются постоянными), а **E** — напряженность бароэлектрического поля. Важно подчеркнуть, что это поле понимается как макроскопическое, т. е. **E** обозначает усредненную по физически бесконечно малым объемам напряженность. Если известно W, условие (1) позволяет найти **E**. Понятно, что исследование зависимости W от p приобретает первостепенное значение. Наиболее полно и последовательно эта задача решается на базе квантовой теории. Но при этом выясняется, что хотя и более грубые, но зато и значительно более простые оценки можно получить и в рамках так называемого феноменологического подхода, когда зависимость W от p передается формулой

$$W(p)=\frac{p^2}{2p_F+\gamma p}, \tag{2}$$

где p_F — давление Ферми (которое обычно близко по величине к модулю всестороннего сжатия B), а γ представляет собой близкий к единице безразмерный множитель.

Помимо условия (1), где W имеет вид (2), иногда удобно искать E с помощью «силового» условия равновесия

$$\frac{p}{p_F}\nabla p+\frac{1}{4\pi}\mathbf{E}\operatorname{div}\mathbf{E}=0, \tag{3}$$

хотя оно «работает» в основном в приповерхностных областях планеты. Действительно, в этих областях $p\ll p_F$, так что $W\approx p^2/2p_F$, оправдан переход от трехмерной задачи к одномерной и (1) и (3) оказываются эквивалентными. Физическое истолкование (3) очевидно; электрическая сила, действующая на единицу объема $\rho\mathbf{E}$, уравновешивает долю $p/p_F\approx p/B$ от гравитационной силы; все остальное приходится на специфические «силы», обязанные принципу Паули. Как было установлено ранее, феноменологические оценки для **E** оказываются завышенными примерно на один порядок по сравнению с более точными квантовомеханическими.

Пользуясь указанными методами, можно найти те бароэлектрические поля, которые создаются в небесных телах (мы будем говорить о них как о планетах) под действием их собственного гравитационного поля. При этом достаточно пользоваться простейшей моделью планеты как химически однородного, холодного, массивного и вращающегося как единое целое (с угловой скоростью ω) шара. Физические обоснования применимости такой модели подробно обсуждались в указанных выше работах.

Если ω и радиус планеты R таковы, что $\omega R\ll c$, т. е. вращение медленное, то в линейном по β ($\beta=(1/c)[\omega\times\mathbf{r}]$) приближении напряженность бароэлектрического поля $\mathbf{E}_g$, обязанная собственному гравитационному полю планеты, оказывается не зависящей от ω [8], так что ввиду сферической симметрии задачи $\mathbf{E}=\mathbf{i}_r E_g(r)$ и из (1) получаем

$$E_g(r)=\sqrt{8\pi(\mathrm{const}-W(r))}. \tag{4}$$

Постоянная интегрирования определяется из требования $E(0)=0$. Необходимость брать арифметическое значение корня диктуется физическими соображениями: из внутренних областей, где давление больше, электроны вытесняются в периферические участки, благодаря чему вектор $\mathbf{E}_g$ оказывается направленным по $\mathbf{r}$.

Для вычисления $W(r)$, а затем и $E_g(r)$ нужно знать распределение давлений $p_g(r)$. Поскольку мы не претендуем на высокую точность, можно пользоваться простейшим гидростатическим приближением, приняв

$$p_g(r)=p(0)(1-x^2);\ x\equiv\frac{r}{R};\ p(0)=\frac{3GM^2}{8\pi R^4},\tag{5}$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса планеты, R — ее радиус.

Поскольку мы в дальнейшем будем преимущественно интересоваться полем в тех участках планеты, где $p\ll p_F$, можно, как уже говорилось, пользоваться для W выражения $W=p^2/2B$. Это дает

$$\mathbf{E}_g=\mathbf{i}_r\frac{3GM^2}{4\pi R^4}x\sqrt{\frac{\pi}{B}(2-x^2)}.\tag{6}$$

Похожее выражение для $\mathbf{E}_g$ получается, если принять за основу (3):

$$\mathbf{E}_g=\mathbf{i}_r\frac{3GM^2}{4\pi R^4}x\sqrt{\frac{\pi}{B}\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}x^2\right)}.\tag{7}$$

Выражения (6) и (7) относятся, естественно, к напряженностям бароэлектрического поля $\mathbf{E}_g$ внутри планеты. Поле над поверхностью планеты в обсуждаемой нами модели отсутствует, поскольку шар в целом предполагается электронейтральным: объемный заряд точно компенсируется поверхностным.

Положение меняется, если включить в рассмотрение кроме гравитационного самовоздействия планеты также и приливные силы. Они вызывают появление дополнительного «приливного» бароэлектрического поля, напряженность которого $\mathbf{E}_t$ добавляется к $\mathbf{E}_g$. Однако поскольку «приливное» поле порождается приливными силами, имеющими не одну лишь только радиальную составляющую, то у $\mathbf{E}_t$ вблизи поверхности планеты появляется и тангенциальная компонента; но эта компонента непрерывна, так что $\mathbf{E}_t$ проникает и в область над поверхностью шара.

Полное давление $p=p_g+p_t$, где p_t — часть давления, обусловленная приливными силами; считая, что источник этих сил имеет массу m и находится от планеты на расстоянии $R_0\gg R$, можно принять для приливной силы выражение

$$\mathbf{f}_t=\frac{3GMm}{4\pi R_0^3R^3}\{3\mathbf{n}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})-\mathbf{r}\};\quad \mathbf{n}\equiv\frac{\mathbf{R}_0}{R_0}.\tag{8}$$

Поскольку $\mathbf{f}_t=\nabla p_t$, то

$$p_t=\frac{3GMm}{8\pi R_0^3R^3}\{3(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})^2-\mathbf{r}^2\}.\tag{9}$$

Полная напряженность бароэлектрического поля $\mathbf{E}=\mathbf{E}_g+\mathbf{E}_t$. Если подставить это в (1), вновь приняв, что $W=p^2/2B$, и учесть условие $\operatorname{grad}[p_g^2/2B+(1/8\pi)\mathbf{E}_g^2]=0$, определяющее $\mathbf{E}_g$, а также учесть, что члены $(1/8\pi)\mathbf{E}_t^2$ и $p_t^2/2B$ являются малыми поправками*), то мы придем к равенству

$$\operatorname{grad}\left\{\frac{p_gp_t}{B}+\frac{1}{4\pi}(\mathbf{E}_g\cdot\mathbf{E}_t)\right\}=0.\tag{10}$$

*) Хотя p_t возрастает при $r\to R$, а p_g, наоборот, убывает, обращаясь в нуль при $r=R$, и отбрасывание члена $p_t^2/2B$ может показаться некорректным, однако уже на ничтожно малых глубинах порядка нескольких межатомных расстояний произведение p_gp_t становится существенно большим, чем $p_t^2/2B$.

Памятуя, что у $\mathbf{E}_g$ есть только радиальная компонента, находим $(\mathbf{E}_g\cdot\mathbf{E}_t)=\mathbf{E}_g(\mathbf{E}_t)_r=4\pi(\text{const}-p_g p_t/B)$.

Постоянную интегрирования нужно положить равной нулю, так как E_g и p_g/p_t обращаются в нуль при $r=0$. Отсюда

$$(\mathbf{E}_t)_r\equiv\mathscr{E}_r=-\frac{4\pi}{E_g B}\,p_g p_t. \tag{11}$$

Подставляя выражения для E_g и для p_g/p_t, получим

$$\mathscr{E}_r=-\frac{3GMm}{2R_0^3R\sqrt{\pi B}}\,\frac{x(1-x^2)}{\sqrt{2-x^2}}\,(3\cos^2\theta-1), \tag{12}$$

где $\cos\theta=(\mathbf{n}\cdot\mathbf{x})$, а $r<R$, т. е. полученное выражение относится к области внутри планеты. Для E_g мы использовали (6).

Положение точки внутри планеты удобно задавать с помощью сферических координат $\{r,\theta,\chi\}$. Учитывая, что из соображений симметрии $(\mathbf{E}_t)_\chi=0$ и записывая $\mathbf{E}_t$ в виде $\mathbf{i}_r\mathscr{E}_r+\mathbf{i}_\theta\mathscr{E}_\theta$, легко убедиться, что уравнение Максвелла $\operatorname{rot}\mathbf{E}_t=0$ дает только одно нетривиальное условие:

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\mathscr{E}_\theta)=\frac{\partial}{\partial\theta}\,\mathscr{E}_r. \tag{13}$$

После интегрирования этого уравнения получаем

$$\mathscr{E}_\theta=\frac{3GMm}{R_0^3R\sqrt{\pi B}}\,\frac{1}{x}\left\{(1+x^2)\sqrt{2-x^2}-\sqrt{2}\right\}\sin\theta\cos\theta. \tag{14}$$

Постоянная интегрирования выбрана так, чтобы $\mathscr{E}_\theta$ было конечным при $x\to 0$.

Похожий результат получился бы, если бы за основу было взято условие (3). Перепишем его, учитывая, что $\nabla\left(\frac{p_g^2}{2B}\right)+\frac{1}{4\pi}\mathbf{E}_g\operatorname{div}\mathbf{E}_g=0$, и отбрасывая как малые поправки члены $\nabla(p_t^2/2B)$ и $(1/4\pi)\mathbf{E}_t\operatorname{div}\mathbf{E}_t$:

$$\nabla\left(\frac{p_g p_t}{B}\right)+\frac{1}{4\pi}\mathbf{E}_g\operatorname{div}\mathbf{E}_t+\frac{1}{4\pi}\mathbf{E}_t\operatorname{div}\mathbf{E}_g=0. \tag{15}$$

Подставляя для $\mathbf{E}_g$ выражение (7) и приравнивая по отдельности радиальные и θ-компоненты, получим

$$\frac{3GMm}{2R_0^3R\sqrt{2\pi B}}\,x(1-2x^2)(3\cos^2\theta-1)+\frac{1-x^2}{\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{x^2}{4}}}\,\mathscr{E}_r+$$
$$+x\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{x^2}{4}}\left\{\frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}(x^2\mathscr{E}_r)+\right.$$
$$\left.+\frac{9GMm}{2R_0^3R\sqrt{2\pi B}}\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{x^2}{4}}\,(3\cos^2\theta-1)\right\}=0 \tag{16}$$

и

$$\frac{54G^2M^3m}{64\pi^2R_0^8R^6B}\,x(1-x^2)\sin\theta\cos\theta-\frac{1}{4\pi}\,\mathscr{E}_\theta\,\frac{3GM^2}{2R^5\sqrt{2\pi B}}\,\frac{1-x^2}{\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{x^2}{4}}}=0. \tag{17}$$

Последнее уравнение особенно интересно: оно дает возможность непосредственно определить горизонтальную компоненту $\mathcal{E}_\theta$:

$$\mathcal{E}_\theta = \frac{9GMm}{2R_0^3 R\sqrt{2\pi B}}\, x\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{x^2}{4}}\,\sin\theta\cos\theta. \tag{18}$$

Поскольку горизонтальная компонента имеется только у $\mathbf{E}_t$ и поскольку эта — тангенциальная — компонента напряженности электрического поля не испытывает разрыва на границе раздела, то непосредственно над поверхностью планеты

$$\mathcal{E}_\theta(R+0) = \frac{9GMm}{4R_0^3 R\sqrt{6\pi B}}\sin\theta\cos\theta.$$

Полученная таким образом зависимость от угла θ свидетельствует о том, что в области над поверхностью планеты «приливное» электрическое поле имеет квадрупольную структуру. Если к тому же учесть, что поле $\mathbf{E}_g$ вообще не проникает во внешнюю область, т. е. над поверхностью остается только поле $\mathbf{E}_t$, то напряженность общего электрического поля над поверхностью планеты можно представить в виде

$$\mathbf{E}_{\text{ext}} = \mathcal{K}\left\{\frac{3\mathbf{n}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})-\mathbf{r}}{r^5} - \frac{5}{2}\mathbf{r}\,\frac{3(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})^2-\mathbf{r}^2}{r^7}\right\}. \tag{19}$$

Постоянная $\mathcal{K}$ находится при помощи (19). Действительно, учитывая, что $n_\theta = -\sin\theta$, $n_r = \cos\theta$, можно записать

$$(\mathbf{E}_{\text{ext}})_\theta = -\frac{3\mathcal{K}}{R^4}\sin\theta\cos\theta. \tag{20}$$

Поэтому

$$\mathcal{K} = -\frac{3GMmR^3}{4R_0^3\sqrt{6\pi B}}. \tag{21}$$

Непосредственно над поверхностью планеты вертикальная и горизонтальная компоненты «приливного» электрического поля таковы:

$$E_{\text{ext}}^{\text{vert}}(R) = -\frac{3\mathcal{K}}{2R^4}(3\cos^2\theta-1),$$
$$E_{\text{ext}}^{\text{hor}}(R) = \frac{3\mathcal{K}}{2R^4}\sin 2\theta. \tag{22}$$

Первый из рассматривавшихся выше вариантов, если учесть (14), дает для $\mathcal{K}$ значение $\mathcal{K} = -\dfrac{GMmR^3/2-\sqrt{2}}{R_0^3\sqrt{\pi B}}$, что отличается от (21) менее чем в два раза; это при наших оценках лишь по порядку величины несущественно.

Полученные выражения для напряженности «приливного» электрического поля основываются на использовании феноменологического подхода, который, как было отмечено выше, приводит к оценкам для $\mathbf{E}$, завышенным примерно на порядок по сравнению с более точными квантовыми оценками. Поэтому при численных оценках уместно вводить корректирующий множитель $\sim 10^{-1}$.

Перейдем же к этим оценкам. Подставляя округленные значения нужных параметров: масса Земли $M_\oplus \approx 6\cdot 10^{27}$ г, масса Солнца $M_\odot \approx 2\cdot 10^{33}$ г, масса Луны $\sim 3{,}75\cdot 10^{25}$ г, радиус Земли $R_\oplus \approx 6{,}4\cdot 10^8$ см, радиус Луны $\sim 1{,}738\cdot 10^7$ см, расстояние от Земли до Луны $\sim (3{,}84\pm 0{,}22)\cdot 10^{10}$ см, расстояние от Солнца до Земли $\sim (1{,}496\pm 0{,}025)\cdot 10^{13}$ см, получим для $3\mathcal{K}/2R^4$ значения:

для Земли благодаря приливному воздействию Солнца $\sim(126 \pm \pm 6)$ В/м,

для Земли благодаря приливному воздействию Луны $\sim(142 \pm \pm 23)$ В/м,

для Луны благодаря приливному воздействию Земли $\sim(5238 \pm \pm 857)$ В/м.

Поле на Луне, вызываемое приливным воздействием на нее Солнца, дает поправку (вклад) менее 5% от поля, обусловленного влиянием Земли, так что этого мы учитывать не будем.

Поле над поверхностью Земли, вызываемое приливным воздействием как Солнца, так и Луны, является переменным. Наиболее быстрые изменения связаны с суточным вращением, из-за которого направление вектора $\mathbf{n}$ по отношению к земному наблюдателю меняется со временем. Для начала посмотрим, как выглядели бы эти изменения, если бы приливные воздействия на Землю оказывала одна только Луна. Если ввести обозначения: θ_0 — угол между направлениями векторов $\mathbf{n}$ и $\boldsymbol{\omega}$, α — угол между вектором $\mathbf{r}$, определяющим положение точки наблюдения, и вектором $\boldsymbol{\omega}$ (угол широты, который, однако, в отличие от принятого в географии, отсчитывается не от плоскости экватора, а от направления на северный полюс), ψ — угол долготы, который удобно определить так, чтобы при $t=0$ вектор $\mathbf{n}$ лежал в плоскости $\psi=0$, тогда

$$\cos\theta = \sin\theta_0 \sin\alpha \cos(\omega t - \psi) + \cos\theta_0 \cos\alpha. \tag{23}$$

Подставляя это выражение, выпишем $E_{\text{ext}}^{\text{vert}}(R)$ на основе (22):

$$E_{\text{ext}}^{\text{vert}}(R) = \frac{9GMm}{8R_0^3 R\sqrt{6\pi B}}\{3(\sin\theta_0 \sin\alpha\cos(\omega t - \psi) + \cos\theta_0\cos\alpha)^2 - 1\}. \tag{24}$$

Постоянная часть вертикальной компоненты напряженности «приливного» электрического поля, т. е. часть, не зависящая ни от t, ни от положения точки наблюдения, направлена вертикально вниз и имеет величину порядка 10^2 В/м. Но и эта часть может быть названа постоянной лишь с оговорками: она подвержена относительно медленным изменениям во времени, связанным с изменениями расстояний от Земли до источника приливной силы. Иначе говоря, помимо суточных изменений «приливного» поля, имеющих как частоту ω, так и частоту 2ω, существуют еще и вариации $E_{\text{ext}}^{\text{vert}}$ с периодами в один лунный месяц и в один земной год; последние таковы, что нашей зимой, когда Земля ближе к Солнцу, поле должно быть больше, чем летом, примерно на 10%. Еще больше — порядка 24% — изменение «приливного» электрического поля из-за изменения расстояния между Землей и Луной. Вклад в изменение $E_{\text{ext}}^{\text{vert}}$ вносит и зависимость от времени угла θ_0.

Горизонтальная составляющая $E_{\text{ext}}^{\text{hor}}$ не имеет не зависящей от t части, так что в среднем по времени она везде равна нулю, хотя в каждый фиксированный момент она отлична от нуля и зависит от положения точки наблюдения. Здесь напрашивается вопрос о связи с теллурическими полями, однако это требует отдельного обсуждения.

Перечисленные выше особенности «приливного» электрического поля на Земле, естественно, наводят на мысли о поле ясной погоды. Традиционно оно объясняется наличием у Земли электрического (отрицательного) заряда. Как показано выше, необходимости привлечения к рассмотрению такого заряда нет: мы пользовались моделью, в которой планета предполагается электронейтральной. Конечно, эта модель во многом упрощенная. В ней, в частности, вовсе не учитываются атмосфера Земли и те процессы, которые влияют на геоэлектрическое поле. Но именно поле ясной погоды в наименьшей мере подвержено этим влияниям, что позволяет использовать такую модель.

Поле, возникающее над поверхностью Луны из-за приливного воздействия Земли, во многом не похоже на земное. Во-первых, его максимальная напряженность на порядок больше, чем на Земле. Кроме того, оно на Луне постоянно во времени, по крайней мере в первом приближении, поскольку Луна обращена к Земле всегда одной стороной, и, следовательно, по отношению к наблюдателю на Луне направление вектора **n** не меняется. Но изменения R_0, конечно, приводят и к изменениям $\mathbf{E}_t$.

Полученные выше результаты дают возможность исследовать обширный круг «приливно-электрических» явлений на планетах и звездах.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Liness F.//Met. Z. 1988. **4**. P. 345.
[2] Wilson C. T. R.//Phys. Trans. 1920. **A221**. P. 73.
[3] Швейдлер Э. Сохранение электрического заряда Земли. М., 1936.
[4] Френкель Я. И. Теория явлений атмосферного электричества. Л.; М., 1949.
[5] Краев А. П. Основы геоэлектрики. М.; Л., 1951.
[6] Красногорская Н. В. Электричество нижних слоев атмосферы и методы его измерения. Л., 1972.
[7] Чалмерс Дж. А. Атмосферное электричество. Л., 1974.
[8] Григорьев В. И., Григорьева Е. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1986. **37**, № 5. С. 45.
[9] Григорьев В. И., Григорьева Е. В., Ростовский В. С.//Изв. АН СССР, Физика Земли. 1990. № 2. С. 3.

Поступила в редакцию
25.01.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 1

УДК 551.8

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ В ИНТЕНСИВНЫХ КОНВЕКТИВНЫХ ВИХРЯХ

Е. П. Анисимова, Родригес де Армас Кармен *), А. А. Сперанская, В. С. Шандин

(кафедра физики моря и вод суши)

Приводятся результаты аналитического расчета коэффициента горизонтальной турбулентной вязкости в центральной части интенсивных конвективных вихрей. В рассматриваемых вихревых системах выявлено наличие механизма отрицательной вязкости и определена область его локализации.

В последние годы в геофизической гидродинамике все большее внимание уделяется изучению интенсивных вихревых структур синоптического масштаба. Применительно к атмосфере такими вихрями являются тропические циклоны. Сейчас к наиболее изученным характеристикам интенсивных атмосферных вихрей следует отнести осредненные поля скорости, температуры и влажности, к наименее изученным — их турбулентную структуру. Это объясняется тем, что измерение турбулентных характеристик непосредственно в ураганах и тайфунах на

*) Куба.