КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.17.01

ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ НА ПРОСТРАНСТВЕННО РАЗДЕЛЕННЫХ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ЯМАХ

В. В. Комаров, А. М. Попова, А. И. Харитонов *), В. Л. Шаблов *), Ю. Ю. Шитков *)

(НИИЯФ)

Рассматривается одноканальная теория рассеяния частиц на пространственно разделенных потенциальных ямах $V_1(r)$ и $V_2(r)$ ($\sup V_1 \cap \sup V_2 = \varnothing$). Показано, что в этом случае амплитуда рассеяния для суммарного потенциала $V(r) = V_1(r) + V_2(r)$ явным образом выражается через амплитуды рассеяния на каждой из ям, а для состояний дискретного спектра получается простое аналитическое уравнение. Развитая теория рассеяния применена для расчета скоростей синтеза мезомолекулы $(dt\mu)$ в рамках одноканальной модели взаимодействия тяжелых частиц.

1. Рассматривается рассеяние частицы с массой m на потенциале $V(r)$, представляющем собой сумму разделенных потенциальных ям:

$$V(r) = V_1(r) + V_2(r),$$

где $V_1(r) = V(r)\Theta(R-r)$, $V_2(r) = V(r)\Theta(r-R)$, $V(r)$ — сферически-симметричная яма, R — радиус разделения ям, $\Theta(x)$ — тета-функция Хэвисайда. Используя двухпотенциальный подход Гелл-Манна—Гольдбергера [1], представим оператор рассеяния в l-й парциальной волне $T^l(z)$ в виде

$$T^l(z) = T_1^l(z) + T_2^l(z),$$

где $z = E + i0$ — энергия системы, а операторы $T_i^l(z)$ удовлетворяют уравнениям вида

$$\begin{aligned} T_1^l(z) &= t_1^l(z) + t_1^l(z)\, G_0^l(z)\, T_2^l(z), \\ T_2^l(z) &= t_2^l(z) + t_2^l(z)\, G_0^l(z)\, T_1^l(z). \end{aligned} \qquad (1)$$

В (1) $G_0^l(z)$ — функция Грина свободной частицы, имеющая в координатном представлении вид

$$\langle r | G_0^l(z) | r' \rangle = -\frac{2m}{\hbar^2 k}\, \hat{j}_l(kr_<)\, \hat{h}_l^+(kr_>),$$

где $\hat{j}_l(x)$ и $\hat{h}_l^+(x)$ — сферические функции Бесселя и Ханкеля; $E = \hbar^2 k^2/2m$, $r_<$ и $r_>$ — большее и меньшее значения соответственно координат r и r'. Символами $t^l(z)$ в (1) обозначены операторы рассеяния, заданные через парциальные уравнения Липпмана—Швингера: $t^l(z) = V + VG_0^l(z)\, t^l(z)$.

Вследствие пространственного разделения потенциальных ям и свойств свободной парциальной функции Грина система уравнений (1) имеет в координатном представлении вырожденное ядро. Отсюда имеем

$$\begin{aligned} T_1^l(z) &= t_1^l(z) + \alpha t_1^l(z) |\hat{j}_l\rangle \langle \hat{h}_l^- | T_2^l(z), \\ T_2^l(z) &= t_2^l(z) + \alpha t_2^l(z) |\hat{h}_l^+\rangle \langle \hat{j}_l | T_1^l(z), \end{aligned} \qquad (2)$$

где

$$\langle r | \hat{j}_l \rangle = \hat{j}_l(kr)\, \Theta(R-r), \quad \langle r | \hat{h}_l^\pm \rangle = \hat{h}_l^\pm(kr)\, \Theta(r-R),$$

*) Обнинский институт атомной энергетики.

а параметр $\alpha=-2m/(\hbar^2 k)$. Индекс «l» в дальнейшем для краткости будем опускать, так же как и индекс «$\pm$» у функции Ганкеля. Представим теперь полный оператор рассеяния $T(z)$ в виде

$$T(z)=t_2(z)+[1+t_1(z)G_0(z)]\,T_{11}(z)\,[1+G_0(z)\,t_2(z)],$$

где оператор $T_{11}(z)$ удовлетворяет уравнению

$$T_{11}(z)=t_1(z)+\alpha^2 t_1(z)\,|\widehat{j}\rangle\langle\widehat{h}|t_2(z)|\widehat{h}\rangle\langle\widehat{j}|T_{11}(z). \tag{3}$$

Решение уравнения (3) имеет вид

$$T_{11}(z)=t_1(z)+\alpha^2\frac{t_1(z)\,|\widehat{j}\rangle\langle\widehat{h}|\,t_2(z)\,|\widehat{h}\rangle\langle\widehat{h}|\,t_1(z)}{1-\alpha^2\langle\widehat{j}|\,t_1(z)\,|\widehat{j}\rangle\langle\widehat{h}|\,t_2(z)\,|\widehat{h}\rangle}. \tag{4}$$

Таким образом, уравнение

$$I(z)=1-\alpha^2\langle\widehat{j}|t_1(z)|\widehat{j}\rangle\langle\widehat{h}|t_2(z)|\widehat{h}\rangle=$$
$$=1-\left(\frac{2m}{\hbar^2 k}\right)^2\int_0^R dr\int_0^R dr'\,\widehat{j}_l(kr)\,t_1^l(r,\ r',\ z)\,\widehat{j}_l(kr')\int_R^\infty dr\int_R^\infty dr'\,\widehat{h}_l^+(kl)\,\times$$
$$\times\,t_2^l(r,\ r',\ z)\,\widehat{h}_l^+(kr')=0 \tag{5}$$

задает при $\arg z=\pi$ значения энергий связанных состояний системы с волновыми функциями вида $\alpha G_0(z)\,(1+t_2(z)\,G_0(z))\,t_1(z)\,|\widehat{j}\rangle$, а при $0>\arg z\geqslant-\pi$ уравнение (5) определяет положение резонансов и виртуальных состояний системы. Аналогичные результаты могут быть получены для одномерного рассеяния частицы на сумме потенциалов $V_1(x)+V_2(x)$, таких что $\sup V_1(x)\cap\sup V_2(x)=\varnothing$, $-\infty<x<\infty$.

2. Применим полученные результаты для нахождения резонансных энергий мезомолекулы $dt\mu$ в рамках одноканальной модели, предложенной в [2]. В этом случае гамильтониан системы сводится к двухчастичному гамильтониану в паре $d+t$:

$$H=H_0+V^s(r)+V^{el}(r), \tag{6}$$

где V^s — оптический потенциал взаимодействия между дейтроном и тритоном, а V^{el} есть эффективное электромагнитное взаимодействие между ядрами в присутствии μ-мезона:

$$V^{el}(r)=V^c(r)\left(1+\frac{r}{a_0}\right)\exp\left(-\frac{2r}{a_0}\right)-D\exp\left(-\frac{r}{a}\right),$$

$$V^c(r)=\begin{cases}e^2r^{-1}, & r\geqslant r_0,\\ \dfrac{1}{2}e^2(3r^2-r_0^2)(r_0)^{-3}, & r<r_0,\end{cases}$$

где $a_0=231$ фм; $a=480$ фм; $r_0=5$ фм; $D=2$ кэВ. Энергетическая зависимость оператора V^s может быть приближенно учтена, если его аргумент представить в виде $z-h_\mu^c$, где h_μ^c — кулоновский гамильтониан μ-мезона в поле ^{5}He. Учитывая, что в момент синтеза мюон с подавляющей вероятностью находится в состоянии $1s$, получим, что оператор V^s следует записать в виде $V^s(z+\varkappa_0^2)$, где $-\varkappa_0^2$ — энергия основного состояния мезоиона $(\mu^5\mathrm{He})^+$. Более подробно данное обстоятельство рассматривается в [2—4].

Поскольку процесс синтеза происходит в s-состоянии, то для его описания можно использовать уравнение (6), в котором $l=0$ и R — радиус разделения ям — может быть приравнен радиусу действия ядерных сил в d—t-системе.

Таким образом, в нашем анализе $V_2(r)=V^{el}(r)\Theta(r-R)$, $V_1(r)=V^s(r)+V^{el}(r)\Theta(R-r)$. Оператор H_0+V^{el} имеет несколько состояний дискретного спектра $\sigma_d(H_0+V^{el})$, которые при включении адсорбционного взаимодействия превращаются в резонансы. Энергии этих резонансов лежат на физическом листе энергии систем с гамильтонианом (6) [5].

Преобразуем уравнение (5) с тем, чтобы выделить в нем вклад точек из $\sigma_d(H_0+V^{el})$. Для этого воспользуемся тождеством

$$G_2(z)=G_0^l(z)+G_0^l(z)\,t_2^l(z)\,G_0^l(z),$$

где $G_2(z)=(z-H_0-V_2)^{-1}=(z-H_2)^{-1}$. Тогда

$$\langle\widehat{j}_l|G_2^l(z)-G_0^l(z)|\widehat{j}_l\rangle=\langle\widehat{j}_l|G_0^l(z)\,t_2^l(z)\,G_0^l(z)|\widehat{j}_l\rangle$$

и

$$\langle\widehat{h}|t_2(z)|\widehat{h}\rangle=\langle\widehat{j}|G_2(z)-G_0(z)|\widehat{j}\rangle\times\alpha^{-2}S^{-2}(k),$$

где $S(k)=\langle\widehat{j}|\widehat{j}\rangle=\int\limits_0^R dr\,\widehat{j}^2(kr)$. Записывая теперь для $G_2(z)$ спектральное разложение, получим

$$\langle\widehat{h}|t_2(z)|\widehat{h}\rangle=\sum\frac{B_j^2}{z-\varepsilon_j}\lambda_j^2+\Delta(z),\tag{7}$$

где функция $\Delta(z)$ описывает вклад непрерывного спектра, а волновые функции связанных состояний гамильтониана H_2 на малых расстояниях представлены в виде

$$\langle r|\psi_j\rangle\,\Theta(R-r)=\frac{B_j}{i\varkappa_j}\sin i\varkappa_j,\quad \text{с}\quad \varepsilon_j=-\frac{\hbar^2\varkappa_j^2}{2m}\in\sigma_d(H_0+V_2).$$

Таким образом, коэффициенты B_j описывают амплитуду вероятности нахождения ядер в области сильного взаимодействия, а параметры λ_j задаются соотношениями

$$\lambda_i=\frac{1}{i\alpha\varkappa_jS(k)}\int\limits_0^R dr\,\widehat{j}_0(kr)\,\widehat{j}_0(i\varkappa_jr).$$

Отсюда уравнение (6) приводится к виду

$$1+\frac{2m}{\hbar^2}f_1(k)\left[\sum_j\frac{B_j^2}{z-\varepsilon_j}\lambda_j^2+\Delta(z)\right]=0,\tag{8}$$

где

$$f_1(k)=-\frac{2m}{\hbar^2k}\int\limits_0^R dr\int\limits_0^R dr'\,\widehat{j}_0(kr)\,t_1(r,\ r',\ z)\,\widehat{j}_0(kr')$$

— S-волновая амплитуда рассеяния на потенциале $V_1(r)$.

Вследствие малости коэффициентов B_j некоторые из корней уравнения (8) могут быть найдены приближенно, причем эти корни располагаются вблизи точек из $\sigma_d(H_0+V_2)$. В этом случае амплитуда $f_1(k)$ может быть приближенно заменена комплексной длиной рассеяния (на потенциале $V^s(\varkappa_0^2)+V^{el}(r)\Theta(R-r)$, $|\varepsilon_j|\ll\varkappa_0^2$). Тогда для значения резонансной энергии z_R получим

$$(z_R)_j = \varepsilon_j + \frac{\hbar^2}{2m} a_0 \frac{B_j^2}{1 - \frac{2m}{\hbar^2}\left[\sum_{i \neq j} \frac{B_i^2 \lambda_i^2}{\varepsilon_j - \varepsilon_i} + \Delta(\varepsilon_j)\right]}, \tag{9}$$

причем в (9) было принято во внимание, что λ_i^2 приближенно равняется $(\hbar^2/2m)^2$. Результат (9) может быть упрощен с учетом того обстоятельства, что знаменатель в (9) мало отличается от 1. Таким образом,

$$(z_R)_j = \varepsilon_j + \frac{\hbar^2}{2m} a_0 B_j^2. \tag{10}$$

Формула (10), полученная ранее в теории адронных и экзотических атомов [6—8], совпадает с результатом работ [6—9] с точностью порядка 10% вследствие учтенного в (9)—(10) энергетического сдвига в аргументе оптического потенциала.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Тейлор Дж. Теория рассеяния. М., 1975.
[2] Akaishi Y. et al.//Z. f. Phys. A. 1987. **328**. P. 115.
[3] Bogdanova L. N. et al.//Nucl. Phys. 1986. **A464**. P. 653.
[4] Fesenko G. A., Shablov V. L.//Muon. Catal. Fusion. 1989. **4**. P. 183.
[5] Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М., 1969.
[6] Богданова Л. Н., Маркушин В. Е., Мележик В. С.//ЖЭТФ. 1981. **81**. С. 829.
[7] Кудрявцев А. Е., Маркушин В. Е., Шапиро И. С.//ЖЭТФ. 1978. **74**. С. 432.
[8] Caser S., Omnes R.//Phys. Lett. 1972. **39B**. P. 369.
[9] Богданова Л. Н. и др.//Ядерная физика. 1981. **34**, № 5(11). С. 1191.

Поступила в редакцию
11.10.93

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 1

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.517:621.373

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПО РЕАЛИЗАЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ АВТОСТОХАСТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Д. А. Грибков, В. В. Грибкова, Ю. И. Кузнецов

(кафедра физики колебаний)

Показана принципиальная возможность восстановления сложного многочастотного внешнего воздействия на автостохастическую систему по наблюдаемой реализации одной динамической переменной системы.

Одной из важных задач радиофизики, не теряющей своей актуальности до настоящего времени, является разделение сигналов. В качестве примеров можно указать такие задачи, как выделение полезного сигнала из шумов, селектирование сигналов в каналах связи и др. Следует отметить, что разделение сигналов наиболее сложно в случае их нелинейного взаимодействия, например, когда один из сигналов представляет собой внешнее многочастотное воздействие на нелинейную систему, генерирующую хаотический процесс. Однако последние достижения в области нелинейной динамики [1, 2] предоставляют определенные возможности и в этом наиболее сложном случае.