ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 539.172

ДВУХФОТОННЫЕ ПРОЦЕССЫ С МАССИВНЫМИ НЕЙТРИНО ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

Ю. М. Лоскутов, В. В. Скобелев

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Проанализированы фотонейтринные процессы $\nu_2 \to \nu_1\gamma\gamma$, $\gamma \to \nu_1\bar{\nu}_2\gamma$ во внешнем поле с использованием развиваемой авторами инвариантной техники расчетов в полях плосковолнового типа с факторизованной зависимостью от фазы $A_\alpha = a_\alpha f(kx)$. Значение двухфотонных процессов в схемах со смешиванием обусловлено как возможным подавлением однофотонных $\nu_2 \to \nu_1\gamma$, $\gamma \to \nu_1\bar{\nu}_2$ вследствие механизма GIM, так и принципиальными аспектами, позволяющими в перспективе сделать выбор между различными вариантами теорий электрослабых взаимодействий. Приводится аргументация, подтверждающая возможность доминирования двухфотонной моды распада при стимулирующем влиянии внешнего поля.

Введение

Фотонейтринные процессы представляют принципиальный интерес как в смысле тестирования различных моделей электрослабого взаимодействия, так и в астрофизическом аспекте, являясь, возможно, ответственными за формирование скрытой массы Вселенной или одним из механизмов энергетических потерь сколлапсированных астрофизических объектов. В низшем порядке теории возмущений могут доминировать трехчастичные процессы $(\nu\nu\gamma)$-взаимодействия, однако в модели с безмассовыми нейтрино каналы типа $\gamma \to \nu\nu$, $\nu \to \nu\gamma$ в свободном случае запрещены, и лишь при наличии внешнего поля возможна их реализация. Так, в работе [1] в рамках развитого «двумерного приближения» КЭД (см. [2]), справедливого в сверхсильных магнитных полях $B \gg B_0 \equiv m_e^2/e = 4{,}41 \cdot 10^{13}$ Гс, были получены достаточно оптимистические оценки относительного вклада процесса $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в светимость магнитных нейтронных звезд. Стандартная модель с массивными нейтрино (а также и другие электрослабые модели) приводит к существованию магнитного момента (АММ) массивного дираковского нейтрино [3], феноменологический учет взаимодействия которого с внешним полем также открывает упомянутые каналы [4], однако соответствующие оценки довольно пессимистичны.

Иные возможности дают модели со смешиванием, когда участвующие в электрослабых взаимодействиях нейтрино ν_l не являются состояниями ν_j с определенной массой, а связаны с последними посредством унитарного преобразования $\nu_l = \sum\limits_j U_{lj}\nu_j$. Это открывает канал распада массивного свободного нейтрино на менее массивное [5, 6]. Однако, как показывают детальные расчеты [7, 8], в большинстве моделей его вероятность подавлена по крайней мере фактором $(m_\tau/m_W)^4$ вследствие известного механизма GIM [9]. По этой причине привлекают внимание двухфотонные процессы с участием массивных нейтрино в моделях со смешиванием, хотя формально и имеющие более высокий порядок по малому параметру теории возмущений (амплитуда $\nu\nu\gamma\gamma$ с безмассовыми нейтрино обращается согласно теореме Гелл-

Манна [10] в нуль). В [11, 12] было указано, что в распаде $\nu_2\to\nu_1\gamma\gamma$ при $m_2\geqslant m_e$ даже в рамках стандартной модели вероятность двухфотонного распада сравнивается или превосходит вероятность однофотонного $\nu_2\to\nu_1\gamma$, а в специальных модификациях электрослабых моделей двухфотонная мода вообще является единственно доминирующей [13].

Представляет интерес исследование влияния внешнего поля на ход двухфотонных процессов с участием массивных нейтрино, когда открыт не только канал $\nu_2\to\nu_1\gamma\gamma$ (при $m_2>m_1$), а при не слишком большой разнице масс (или достаточно большой величине внешнего поля) и канал $\nu_1\to\nu_2\gamma\gamma$. Кроме того, возможен процесс фоторождения нейтринной пары с излучением фотона $\gamma\to\nu_1\bar{\nu}_2\gamma$. Как показано в [14], стимулируемый полем вклад кросс-каналов существен в формировании баланса частиц.

Изложение материала построено следующим образом. В п. 1 приводятся и комментируются общие соотношения, необходимые для конкретных вычислений. В пп. 2, 3 рассчитаны вероятности двухфотонных процессов $\nu_2\to\nu_1\gamma\gamma$, $\gamma\to\nu_1\bar{\nu}_2\gamma$ в поле линейно поляризованной плоской волны и в постоянном скрещенном поле. В п. 4 проводится обсуждение полученных результатов.

1. Волновые функции в поле плоской волны и эффективный лагранжиан $(\nu_1\nu_2\gamma\gamma)$-взаимодействия

Учет внешнего поля в развиваемом подходе сводится к замене волновых функций «свободного» нейтрино на решение обобщенного уравнения Дирака для нейтральной частицы, обладающей АММ μ и электрическим дипольным моментом ε:

$$\left[i\hat{\partial}-m-\frac{i}{4}(\mu-i\varepsilon\gamma^5)(\gamma_\alpha\gamma_\beta-\gamma_\beta\gamma_\alpha)F^{\alpha\beta}\right]\psi=0. \qquad (1)$$

Полные релятивистски-инвариантные решения*) уравнения (1) для плосковолновых полей вида $A_\alpha=a_\alpha f(kx)$ (например, сюда относится случай волны с линейной поляризацией $A_\alpha=a_\alpha\sin(kx)$ и постоянного скрещенного поля $A_\alpha=a_\alpha(kx)$), а также для циркулярно поляризованной волны получены в [4]. Предполагая сохранение CP-инвариантности, когда $\varepsilon=0$, приведем вид решения, нормированного на одну частицу в единице объема, в полях первого типа с факторизованной зависимостью от фазы [16]:

$$\psi=(2p_0)^{-1/2}(\cos z+M\sin z)\,u(p)\exp\{-i(px)\},$$

$$p^2=m^2,\ \bar{u}u=2m,\ z=(-A^2\mu^2)^{1/2},\ \langle u_i\bar{u}_k\rangle=(1/2)(\hat{p}+m)_{ik},$$

$$M=\frac{\hat{k}\,\hat{a}\,\hat{p}+\hat{p}\,\hat{k}\,\hat{a}}{2(-a^2)^{1/2}(kp)}.$$

В конкретных вычислениях удобно использовать следующие свойства M:

$$\bar{M}=-M,\ M^2=-1,\ M\hat{p}M=-\hat{p}.$$

Для дираковских нейтрино, являющихся собственными состояниями с определенной массой, эффективное значение μ зависит от кон-

*) Существует инвариантное решение уравнения (1) и в постоянном однородном поле $F=\mathrm{const}$ [15].

стант модели и параметров матрицы смешивания, однако в нашем подходе будет достаточным использовать оценки АММ из экспериментальных и астрофизических данных [17, 18].

Как показано в [13], из требований CP-инвариантности и эрмитовости может быть установлена форма низкоэнергетического эффективного лагранжиана ($\nu_1\nu_2\gamma\gamma$)-взаимодействия. В применяемых нами обозначениях лагранжиан записывается в виде

$$\mathscr{L} = i\bar{\nu}_1 (C_P + \gamma^5 C_S)\, \nu_2 F_{\alpha\beta} \tilde{F}^{\alpha\beta} + \bar{\nu}_1 (C'_S + \gamma^5 C'_P)\, \nu_2 F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta} + \text{э. с.},$$

где $\tilde{F}^{\alpha\beta} = (1/2)\, e^{\alpha\beta\tau\sigma} F_{\tau\sigma}$ — дуальный тензор радиационного поля, а значения размерных констант определяются деталями взаимодействия. Например, в стандартной модели и в однопетлевом приближении они имеют вид

$$C'_P = C'_S = 0, \tag{2}$$

$$\begin{Bmatrix} C_S \\ C_P \end{Bmatrix} = -\frac{\alpha G}{24\sqrt{2}\pi} (m_1 \pm m_2) \cdot \sum_{l=e,\mu,\ldots} \frac{U^*_{1l} U_{2l}}{m_l^2},$$

где $\alpha = 1/137$, G — постоянная Ферми, $m_{1,2}$ — массы нейтрино сорта 1 и 2, U — матрица смешивания в лептонном секторе, а суммирование идет по лептонным поколениям с массой заряженных лептонов m_l. При не слишком отличающихся значениях элементов матрицы, когда $U^*_{1e} U_{2e} \sim (>)\, U^*_{1\mu} U_{2\mu}, \ldots$, основной вклад в сумму дает легчайший лептон — электрон, и квадрат матричного элемента будет пропорционален m_e^{-4}, что и означает возможность доминирования двухфотонных процессов над однофотонными, подавляемыми механизмом GIM.

2. Процесс $\nu_2 \to \nu_1 \gamma\gamma$ в поле линейно поляризованной плоской волны и в постоянном скрещенном поле

Разлагая тригонометрические выражения по функциям Бесселя [16], получим для матричного элемента процесса $\nu_2 \to \nu_1 \gamma\gamma$ в поле поляризованной плоской волны следующее выражение:

$$\begin{aligned} \langle f | S | i \rangle = {} & \frac{2\pi^4}{(p_{10} p_{20} \varkappa_{10} \varkappa_{20})^{1/2}} \sum_s \delta (p_2 + sk - p_1 - \varkappa_1 - \varkappa_2) \times \\ & \times \Big\langle \bar{u}(p_1) \Big\{ \frac{1 + (-1)^s}{2} [(J_s^+ + J_s^-)(C_P + \gamma^5 C_S) + \\ & + (J_s^+ - J_s^-) M_1 (C_P + \gamma^5 C_S) M_2] + i \frac{1 - (-1)^s}{2} [(J_s^+ - J_s^-)(C_P + \gamma^5 C_S) M_2 - \\ & - (J_s^+ + J_s^-) M_1 (C_P + \gamma^5 C_S)] \Big\} u(p_2)\, e^{\alpha\beta\tau\sigma} f^{(1)}_{\alpha\beta} f^{(2)}_{\tau\sigma} + \\ & + 2i \bar{u}(p_1) \{C_P \to C'_S,\ C_S \to C'_P\} u(p_2)\, f^{\alpha\beta}_{(1)} f^{(2)}_{\alpha\beta} \Big\rangle, \end{aligned} \tag{3}$$

где p_2, p_1 — импульсы начального и конечного нейтрино, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ — импульсы фотонов, s — число захваченных ($s > 0$) или отданных ($s < 0$) в волну фотонов,

$$J_s^{\pm} \equiv J_s ((-a^2 \mu_1^2)^{1/2} \pm (-a^2 \mu_2^2)^{1/2},\quad f^{(1,2)}_{\alpha\beta} \equiv e^{(1,2)}_{\alpha} \varkappa^{(1,2)}_{\beta} - e^{(1,2)}_{\beta} \varkappa^{(1,2)}_{\alpha},$$

а остальные обозначения очевидны. Заметим, что слагаемые в квадратных скобках, а также после суммирования по поляризациям фотонов и слагаемые в фигурных скобках не интерферируют.

После выполнения операций усреднения и суммирования по поляризациям, а также интегрирования по импульсам фотонов вероятность процесса в единицу времени примет вид

$$w(\nu_2\to\nu_1\gamma\gamma)=\frac{1}{2(2\pi)^4 p_{20}}\sum_s\int_{(\Gamma)}\frac{d^3p_1}{2p_{10}}(q-p_1)^4\times$$

$$\times\Big\{2(C^2J_s^{+^2}+\widetilde{C}^2J_s^{-^2})(p_1p_2)+(C^2-\widetilde{C}^2)(J_s^{+^2}-J_s^{-^2})\times$$

$$\times\left[-m_1^2\frac{kp_2}{kp_1}-m_2^2\frac{kp_1}{kp_2}+\frac{(kp_1)(kp_2)}{a^2}\left(\frac{ap_1}{kp_1}-\frac{ap_2}{kp_2}\right)^2\right]+$$

$$+2m_1m_2(C^2J_s^{-^2}-\widetilde{C}^2J_s^{+^2})\Big\},\tag{4}$$

где введены фактор 1/2 в силу неразличимости конечных фотонов и обозначения

$$q\equiv p_2+sk,$$

$$C^2\equiv C_P^2+C_S'^2,\ \widetilde{C}^2\equiv C_S^2+C_P'^2,\tag{5}$$

при этом инвариантная область интегрирования определяется условием

$$\Gamma=\{(q-p_1)^2\geqslant 0\}.$$

В результате интегрирования окончательный результат приводится к виду

$$w(\nu_2\to\nu_1\gamma\gamma)=\frac{m_1^8}{48(2\pi)^3 p_{20}}\sum_{s=s_m}^{\infty}[(C^2J_s^{+^2}+\widetilde{C}^2J_s^{-^2})A_1(u)+$$

$$+(C^2-\widetilde{C}^2)(J_s^{+^2}-J_s^{-^2})A_2(u)+(C^2J_s^{-^2}-\widetilde{C}^2J_s^{+^2})A_3(u)],\tag{6}$$

$$A_1=\frac{1}{5}(u+\widetilde{m}^2)\left\{\frac{u-1}{u^2}\left[\frac{1}{2}(u^4+1)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-7u(u^2+1)-47u^2\right]+30(u+1)\ln u\right\},$$

$$A_2=\frac{1}{5}\left\{\frac{u-1}{u}\left[-\frac{1}{4}(u^4+1)+\frac{131}{6}u(u^2+1)+\frac{521}{6}u^2\right]-\right.$$

$$-5(u+1)(u^2+11u+1)\ln u+\widetilde{m}^2\frac{u-1}{u^2}\left[-\frac{1}{2}(u^4+1)+\right.$$

$$\left.\left.+7u(u^2+1)+47u^2\right]-30\widetilde{m}^2(u+1)\ln u\right\},$$

$$A_3=2\widetilde{m}\left\{\frac{u^2-1}{u}\left[\frac{1}{2}(u^2+1)+14u\right]-6(u^2+3u+1)\ln u\right\}$$

где

$$\widetilde{m}\equiv\frac{m_2}{m_1},\ u\equiv\frac{q^2}{m_1^2},\ s_m=1+E\left[\frac{m_1^2-m_2^2}{2(kp_2)}\right],$$

а $E(x)$ — целая часть x. Как можно убедиться, в отсутствие внешнего поля и при $m_2 > m_1$ в стандартной модели с использованием значений (2) результат (6) отличается от соответствующего результата из [11] (с учетом принятой в [11] параметризации матрицы смешивания) фактором 1/2. Подчеркнем одновременно, что при $m_2 < m_1$, когда в свободном случае процесс $\nu_2 \to \nu_1\gamma\gamma$ по энергетическим соображениям запрещен, наличие внешнего поля имеет определяющее значение.

В (6) легко выполнить предельные переходы $m_2 \to 0$ $(m_1 \gg m_2)$, $m_1 \to 0$ $(m_2 \gg m_1)$, $m_2 \to m_1$ $(m_1 = m_2)$.

Переход к случаю постоянного скрещенного поля, аппроксимирующего при сверхвысоких энергиях нейтрино постоянные поля других конфигураций, осуществляется в (6) по указанным в [14] рецептам, вытекающим из конкретной вычислительной процедуры; в данном случае это приводит к результату

$$w_\perp(\nu_2 \to \nu_1\gamma\gamma) = \frac{m_1^8}{96\,(2\pi)^3 p_{20}} \sum_{\xi,\eta=\pm 1} \Theta(u_\perp - 1) \times$$
$$\times \left[\left(\frac{1+\eta}{2} C^2 + \frac{1-\eta}{2} \widetilde{C}^2\right) A_1(u_\perp) + \right.$$
$$\left. + \eta\,(C^2 - \widetilde{C}^2)\, A_2(u_\perp) + \left(\frac{1-\eta}{2} C^2 - \frac{1+\eta}{2} \widetilde{C}^2\right) A_3(u_\perp)\right], \qquad (7)$$

$$u_\perp \equiv \widetilde{m}^2 + 2\xi\chi, \qquad (8)$$

$$\chi \equiv \chi(\eta) \equiv m_1^{-2} \left[(|\mu_2| + \eta\,|\mu_1|)^2\,(p_2 F^2 p_2)\right]^{1/2},$$

где F — тензор внешнего поля, знак η отвечает взаимной ориентации моментов, а знак ξ соответствует ситуациям, когда энергия «черпается» из поля ($\xi = 1$) или «отдается» полю ($\xi = -1$).

Если $m_2 < m_1$, то существует наименьшее значение инвариантного параметра χ, при котором открывается рассматриваемый канал. Очевидно, оно достигается (из-за условия $u_\perp \gg 1$) при $\xi = 1$ и равно

$$\chi_{\min} = (1 - \widetilde{m}^2)/2,$$

а наименьшее значение поля соответствует $\eta = 1$ и определяется формой

$$(p_2 F^2 p_2)^{1/2} = \frac{m_1^2 - m_2^2}{2\,(|\mu_1| + |\mu_2|)}. \qquad (9)$$

Околопороговая вероятность будет при этом даваться выражением

$$w_n \simeq w_\perp(\xi,\ \eta = 1) \simeq \frac{2 m_1^8}{105\,(2\pi)^3 p_{20}} \widetilde{C}^2 (1 - \widetilde{m})^2 [\chi(1) - \chi_{\min}]^7.$$

Как видно, в стандартной модели оно в силу (2) и (5) оказывается зависящим только от структурной константы C_S.

3. Процесс $\gamma \to \nu_1\bar{\nu}_2\gamma$ в поле линейно поляризованной плоской волны и в постоянном скрещенном поле

Канал $\gamma \to \nu_1\bar{\nu}_2\gamma$ открыт только в присутствии внешнего поля. Используя (3), после очевидных преобразований получим следующее общее выражение вероятности процесса в единицу времени в поле линейно поляризованной волны:

$$w(\gamma\to\nu_1\bar{\nu}_2\gamma)=\frac{16}{(2\pi)^5\varkappa_{10}}\sum_s\int\frac{d^3\varkappa_2}{2\varkappa_{20}}(\varkappa_1\varkappa_2)^2\times$$
$$\times\int\frac{d^3p_2}{2p_{20}}\int\frac{d^3p_1}{2p_{10}}\delta(q-p_1-p_2)\{\ldots\},$$

где $q\equiv\varkappa_1+sk-\varkappa_2$, а выражение в фигурных скобках отличается от соответствующего выражения в (4) знаком перед последним слагаемым.

Интегрируя его по импульсам нейтрино, придем к результату:

$$w(\gamma\to\nu_1\bar{\nu}_2\gamma)=\frac{4}{(2\pi)^4\varkappa_{10}^3}\sum_s\int\limits_{(q^2\geqslant(m_1+m_2)^2)}\frac{d^3\varkappa_2}{2\varkappa_{20}}(\varkappa_1\varkappa_2)^2\times$$
$$\times\left\{B^{1/2}\left[\frac{1}{2}(C^2+\widetilde{C}^2)(J_s^{+^2}+J_s^{-^2})-\frac{(m_1+m_2)^2}{q^2}C^2J_s^{-^2}-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{(m_1-m_2)^2}{q^2}\widetilde{C}^2J_s^{+^2}\right]-(m_1^2\ln N_1+m_2^2\ln N_2)(C^2-\widetilde{C}^2)(J_s^{+^2}-J_s^{-^2})\right\},$$

где

$$B\equiv q^4-2q^2(m_1^2+m_2^2)+(m_1^2-m_2^2)^2,$$
$$N_1\equiv(2m_1)^{-1}(q^2)^{-1/2}(q^2+m_1^2-m_2^2+B^{1/2}),\quad N_2\equiv N_1(1\leftrightarrow2).$$

Дальнейшие упрощения связаны с введением стандартного набора инвариантных переменных (см., напр., [19]), которые в данном случае удобно определить в симметризованном по m_1 и m_2 виде, что приводит в итоге к результату:

$$w(\gamma\to\nu_1\bar{\nu}_2\gamma)=\frac{(m_1m_2)^4}{4(2\pi)^3\varkappa_{10}}\sum_{s=s_m}^{\infty}\{(C^2+\widetilde{C}^2)(J_s^{+^2}+J_s^{-^2})D_1(v)-$$
$$-[(\Delta+2)C^2J_s^{-^2}+(\Delta-2)\widetilde{C}^2J_s^{+^2}]D_2(v)-(C^2-\widetilde{C}^2)(J_s^{+^2}-J_s^{-^2})D_3(v)\},$$

$$D_1=\frac{R^{1/2}}{10}\left[\frac{1}{12}\left(v^3+\frac{\Delta^4}{v}\right)-\frac{\Delta}{3}(v^2+\Delta^2)+\right.$$
$$\left.+\frac{83}{18v}(v-\Delta)^2+\frac{1}{2}v\Delta^2+\frac{32}{9v}\right]+$$
$$+\left[-\frac{v^2}{3}+v\Delta-\Delta^2-1+\frac{\Delta}{3v}(\Delta^2+3)\right]\ln Q,$$

$$D_2=\frac{R^{1/2}}{6}\left[\frac{v^2}{2}+\frac{13}{6}v\Delta-7-\frac{5}{6}\Delta^2+\frac{\Delta^4}{3v}\left(13+\frac{\Delta^2}{2}\right)\right]-$$
$$-\frac{v^2}{3}(\Delta^2-4)^{1/2}\ln\widetilde{B}+\left[-\frac{1}{3}v^2\Delta+2v-2\Delta+\frac{2}{3v}(\Delta^2+1)\right]\ln Q,$$

$$D_3=\frac{R^{1/2}}{18}\left[-\frac{25}{16}v^2\Delta+v\left(13+\frac{23}{16}\Delta^2\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{\Delta}{8}\left(179+\frac{13}{2}\Delta^2\right)+\frac{8}{v}+\frac{\Delta^2}{8v}\left(83+\frac{3}{2}\Delta^2\right)\right]+$$
$$+\frac{v^3}{12}\left(\frac{1}{\widetilde{m}}\ln\widetilde{N}_1+\widetilde{m}\ln\widetilde{N}_2\right)+\left[-\frac{2}{3}v^2+\frac{3}{2}v\Delta-\right.$$
$$\left.-\frac{4}{3}(\Delta^2+1)+\frac{5\Delta}{4v}\left(\frac{\Delta^2}{3}+1\right)\right]\ln Q.$$

Кроме введенных ранее здесь использованы обозначения

$$\Delta=\tilde{m}+\frac{1}{\tilde{m}},\ v=sy,\ y=\frac{2\,(k\varkappa_1)}{m_1 m_2},\ s_m=1+E\left(\frac{\Delta+2}{y}\right),$$

$$R=(v-\Delta)^2-4,\ Q=(v-\Delta+R^{1/2})/2,$$

$$\tilde{B}=\frac{1}{2v}\left[v\Delta-\Delta^2+4-(\Delta^2-4)^{1/2}R^{1/2}\right],$$

$$\tilde{N}_1=\frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{m}}{v}\right)^{1/2}\left(v+\frac{1}{\tilde{m}}-\tilde{m}+R^{1/2}\right),\ \tilde{N}_2=\tilde{N}_1\left(\tilde{m}\to\frac{1}{\tilde{m}}\right). \tag{10}$$

Переход к случаю скрещенного поля осуществляется в достаточной степени аналогично п. 2. В результате получим

$$w_\perp(\gamma\to\nu_1\bar{\nu}_2\gamma)=\frac{(m_1m_2)^4}{8\,(2\pi)^3\varkappa_{10}}\sum_{\eta=\pm1}\Theta(\chi-\Delta-2)\left\{(C^2+\tilde{C}^2)\,D_1(\chi)-\right.$$

$$\left.-\left[\frac{1-\eta}{2}(\Delta+2)\,C^2+\frac{1+\eta}{2}(\Delta-2)\,\tilde{C}^2\right]D_2(\chi)-\eta\,(C^2-\tilde{C}^2)\,D_3(\chi)\right\}, \tag{11}$$

$$\chi\equiv\chi(\eta)\equiv\frac{2}{m_1m_2}\left[(|\mu_1|+\eta\,|\mu_2|)^2(\varkappa_1F^2\varkappa_1)\right]^{1/2}. \tag{12}$$

В частности, при $m_1=m_2=m$ выражение (11) преобразуется к виду

$$w_\perp(\gamma\to\nu_1\bar{\nu}_2\gamma)=\frac{m^8}{24\,(2\pi)^3\varkappa_{10}}\sum_{\eta=\pm1}\Theta(\tilde{\chi}-1)\left\{(C^2+\tilde{C}^2)\,\tilde{D}_1(\tilde{\chi})-\right.$$

$$\left.-\eta\,(C^2-\tilde{C}^2)\,\tilde{D}_2(\tilde{\chi})-\frac{1-\eta}{2}\,C^2\tilde{D}_3(\tilde{\chi})\right\}, \tag{13}$$

$$\tilde{D}_1=R^{1/2}\left(\frac{8}{5}\tilde{\chi}^3-\frac{16}{5}\tilde{\chi}^2+\frac{119}{15}\tilde{\chi}-\frac{19}{3}+\frac{7}{4\tilde{\chi}}\right)+$$

$$+\left(-16\tilde{\chi}^2+24\tilde{\chi}-15+\frac{7}{2\tilde{\chi}}\right)\ln Q,$$

$$\tilde{D}_2=R^{1/2}\left(-\frac{25}{3}\tilde{\chi}^2+\frac{25}{2}\tilde{\chi}-\frac{205}{24}+\frac{35}{16\tilde{\chi}}\right)+$$

$$+\left(16\tilde{\chi}^3-32\tilde{\chi}^2+36\tilde{\chi}-20+\frac{35}{8\tilde{\chi}}\right)\ln Q,$$

$$\tilde{D}_3=4R^{1/2}\left(4\tilde{\chi}^2+\frac{26}{3}\tilde{\chi}-\frac{31}{6}+\frac{5}{4\tilde{\chi}}\right)+$$

$$+4\left(-32\tilde{\chi}^2+24\tilde{\chi}-12+\frac{5}{2\tilde{\chi}}\right)\ln Q,$$

$$\tilde{\chi}\equiv\tilde{\chi}(\eta)\equiv\frac{1}{2m^2}\left[(|\mu_1|+\eta\,|\mu_2|)^2(\varkappa_1F^2\varkappa_1)\right]^{1/2},$$

при этом в выражениях R и Q из (10) надо положить $\Delta=2$, $v\to4\tilde{\chi}$. Если равны также и АММ нейтрино, то останется лишь вклад $\eta=1$.

В другом предельном случае $m_2\ll m_1$ получаем

$$w_\perp(\gamma\to\nu_1\bar{\nu}_1\gamma)=\frac{m_1^8}{24\,(2\pi)^3\varkappa_{10}}\sum_{\eta=\pm1}\Theta(\chi'-1)\left\{(C^2+\tilde{C}^2)\,D_1'(\chi')-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{1-\eta}{2}C^2+\frac{1+\eta}{2}\tilde{C}^2\right)D_2'(\chi')-\eta\,(C^2-\tilde{C}^2)\,D_3'(\chi')\right\}, \tag{14}$$

$$D_1' = \frac{\chi'-1}{20}\left[\frac{1}{2}\left(\chi'^3 + \frac{1}{\chi'}\right) - 2\chi'^2 + 3\chi' - 2\right],$$

$$D_2' = \frac{\chi'-1}{12}\left(3\chi'^2 + 13\chi' - 5 + \frac{1}{\chi'}\right) - \chi'^2 \ln \chi',$$

$$D_3' = \frac{\chi'+1}{96}\left(-25\chi'^2 + 23\chi' - 13 + \frac{3}{\chi'}\right) + \frac{1}{8}\chi'^3 \ln \chi',$$

$$\chi' \equiv \chi'(\eta) \equiv \frac{2}{m_1^2}\left[(|\mu_1| + \eta\,|\mu_2|)^2 (\varkappa_1 F^2 \varkappa_1)\right]^{1/2}.$$

Несмотря на кажущуюся громоздкость коэффициентов D_i, $\tilde{D}_i$ и D_i', они обладают нетривиальными свойствами симметрии: в разложении по степеням малых энергетических параметров $(\chi-\Delta-2)$, $(\tilde{\chi}-1)$, $(\chi'-1)$ вблизи порогов происходит сокращение нескольких первых их степеней (в (11) — до $(\chi-\Delta-2)^{7/2}$ включительно, а в (13) и (14) — до $(\tilde{\chi}-1)^{7/2}$ и $(\chi'+1)^5$ соответственно). Например, околопороговое поведение (13) и (14) имеет вид

$$w_\perp(\gamma \to \nu_1 \bar{\nu}_2 \gamma) \simeq \frac{1024 m^8 \tilde{C}^2}{945\,(2\pi)^3 \varkappa_{10}} [\tilde{\chi}(1) - 1]^{9/2},$$

$$w_\perp(\gamma \to \nu_1 \bar{\nu}_2 \gamma) \simeq \frac{m_1^8 (C^2 + 3\tilde{C}^2)}{5760\,(2\pi)^3 \varkappa_{10}} [\chi'(1) - 1]^6$$

с аналогичной (9) оценкой порогового значения внешнего поля.

4. Обсуждение

Смешивание в лептонном секторе не имеет какого-либо надежного экспериментального подтверждения и является теоретической экстраполяцией известного эффекта смешивания состояний $K_1^0 \equiv K_S^0$ и $K_2^0 \equiv \equiv K_L^0$ с определенными массами с образованием состояний K_0 и $\bar{K}_0$, участвующих в сильных взаимодействиях и не обладающих определенными массами, либо существующего смешивания массивных d- и s-кварков с параметризацией через угол Кабиббо в кварковые состояния, входящие в заряженный слабый ток (схема GIM). Ввиду этого весьма затруднительно делать определенные суждения о массах и эффективных АММ нейтрино ν_j. Довольно естественно, однако, предполагать, что оптимистические оценки АММ ($\mu \leqslant 10^{-10}\mu_B$), базирующиеся на астрофизических данных [18], по порядку величины соответствуют верхней границе АММ массивного нейтрино. При таком же предположении о массах (порядка нескольких эВ) и «гладком» поведении матрицы смешивания (см. п. 1) оценочная величина длины пробега относительно распадов $\gamma \to \nu_1 \bar{\nu}_2 \gamma$, $\nu_2 \to \nu_1 \gamma\gamma$ (см. (2), (7), (11)) в магнитных нейтронных звездах с индукцией поля $\sim 10^{13}$ Гс будет намного превосходить их размеры. Однако в неординарных вариантах теории, ведущих к увеличению констант связи и масс нейтрино ν_j, ситуация может быть иной, и процесс $\gamma \to \nu_1 \bar{\nu}_2 \gamma$ может стать одним из кандидатов на роль механизма энергетических потерь в процессе эволюции сколлапсированных объектов.

Оценки возможности наблюдения рассматриваемых процессов в лабораторных условиях при стимулирующем влиянии лазерных полей являются пессимистичными и повторяют выводы [4].

Если величина внешнего поля такова, что в (8) и (12) можно соответственно считать $\chi \gg \widetilde{m}^2$ и $\chi \gg \widetilde{m}, \widetilde{m}^{-1}$, то вклад внешнего поля в рассматриваемых процессах будет в любом случае доминирующим и вероятности будут оцениваться значением

$$w_\perp (\nu_2 \to \nu_1 \gamma\gamma) \simeq \frac{1}{2} w_\perp (\gamma \to \nu_1 \bar{\nu}_2 \gamma) \simeq$$

$$\simeq \frac{C^2 + \widetilde{C}^2}{60\,(2\pi)^3 p_0} (pF^2p)^2 \, (\mu_1^4 + 6\mu_1^2\mu_2^2 + \mu_2^4),$$

где p — импульс начальной частицы. Можно убедиться, что в асимптотике $\chi \gg \widetilde{m}^2$ отношение вероятностей двухфотонного и однофотонного распадов массивного нейтрино будет пропорционально фактору $(\chi/\widetilde{m}^2)^2 \gg 1$. При $E \sim m_e$, $F \sim B_0$ (т. е. на пределе применимости контактного приближения) $\chi/\widetilde{m}^2 \sim (\mu_\nu/\mu_B)\,(m_e/m_\nu)^2$, так что эта ситуация реализуется, например, при $\mu_\nu \sim 10^{-10}\mu_B$, $m_\nu \leqslant 1$ эВ, поскольку $(\chi/\widetilde{m}^2) \geqslant 10^2$. Данный результат усиливает аргументацию [13] о возможности доминирования двухфотонной моды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скобелев В. В.//ЖЭТФ. 1976. **71**. С. 1263.
2. Скобелев В. В.//ЖЭТФ. 1977. **73**. С. 1301; Лоскутов Ю. М., Скобелев В. В.//ТМФ. 1987. **70**. С. 303.
3. Fujikawa K., Shrock R. E.//Phys. Rev. Lett. 1980. **45**. P. 961.
4. Скобелев В. В.//ЖЭТФ. 1991. **100**. С. 75; Ядерная физика. 1991. **54**. С. 162.
5. Lee B. W., Shrock R. E.//Phys. Rev. 1977. **D16**. P. 1444.
6. Marciano W. J., Sanda A. J.//Phys. Lett. 1977. **B67**. P. 303.
7. Pal P., Wolfenstein L.//Phys. Rev. 1982. **D25**. P. 766.
8. Shrock R.//Nucl. Phys. 1982. **B206**. P. 359.
9. Glashow S. L., Iliopoulos J., Maiani L.//Phys. Rev. 1970. **D2**. P. 1285.
10. Gell-Mann M.//Phys. Rev. Lett. 1961. **6**. P. 70.
11. Ghosh R. K.//Phys. Rev. 1984. **D29**. P. 493.
12. Nieves J. F.//Phys. Rev. 1983. **D28**. P. 1664.
13. Liu J.//Phys. Rev. 1991. **D44**. P. 2879.
14. Скобелев В. В.//ЖЭТФ. 1992. **101**. С. 1724.
15. Скобелев В. В.//Изв. вузов, Физика. 1992. № 7. С. 125.
16. Скобелев В. В.//ЖЭТФ. 1987. **93**. С. 1168.
17. Kyuldjiev A. V.//Nucl. Phys. 1984. **B243**. P. 387.
18. Bilenky S. M., Petcov S. T.//Rev. Mod. Phys. 1987. **59**. P. 671.
19. Скобелев В. В., Никитина Н. С.//Изв. вузов, Физика. 1990. № 3. С. 20.

Поступила в редакцию
26.05.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

УДК 530.145.6

КУЛОНОВСКИЕ ОДНОМЕРНЫЕ КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

В. Б. Гостев, И. В. Гостев, А. Р. Френкин

(кафедра теоретической физики)

Для разрывных одномерных потенциалов с кулоновскими особенностями, встречающихся в реальных физических задачах, найдены точные решения одномерного уравнения Шрёдингера.