

УДК 539.12.01

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ СТРУКТУРА КАОНА В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ**

Е. В. Баландина, В. Е. Троицкий, А. Ф. Крутов \*)

(НИИЯФ)

В рамках мгновенной формы динамики исследуются релятивистские свойства спинов составных систем и проводится расчет формфактора и среднеквадратичного радиуса каона, рассматриваемого как кварк-антикварковая система.

За последнее время значительно возрос интерес к альтернативным по отношению к теории поля методам исследования составных систем. Интенсивное развитие подобных методов связано с предоставляемой ими возможностью избежать вычислительных сложностей непertурбативной квантовой хромодинамики, описывающей процессы при небольших переданных импульсах [1], и в то же время достичь хорошего согласия с экспериментальными данными. Одним из таких модельных подходов к описанию составных систем является прямая реализация алгебры группы Пуанкаре в гильбертовом пространстве векторов состояний системы (релятивистская квантовая механика). В данной работе мы следуем одному из вариантов такой прямой реализации в рамках мгновенной формы динамики.

Основные положения нашего метода таковы. Во-первых, рассматривается система двух невзаимодействующих конститuentов и проводится параметризация ее электромагнитного тока. При этом мы добиваемся выполнения закона сохранения тока и одновременно правильности его трансформационных свойств под действием лоренцевских преобразований. Во-вторых, включение взаимодействия в системе производится добавлением оператора взаимодействия к массовому оператору, а волновая функция связанной системы находится как собственная функция полного набора коммутирующих операторов группы Пуанкаре. И последнее, формфактор связанной системы находится как матричный элемент от тока по волновым функциям начального и конечного состояний системы.

Настоящая работа посвящена расчету формфактора и среднеквадратичного радиуса  $K^+$ -мезона, рассматриваемого как  $q\bar{q}$ -система, и анализу влияния релятивистских спиновых эффектов на мезонный формфактор и радиус.

Матричный элемент электромагнитного тока системы двух свободных частиц может быть параметризован так [2]:

$$\begin{aligned} \langle P, \sqrt{s}, J, l, S, m_J | j^\mu | P', \sqrt{s'}, J, l', S', m_J' \rangle = \\ = A^\mu(s, Q^2, s') g_0(s, Q^2, s'), \end{aligned} \tag{1}$$

$$A^\mu = (1/Q^2) [(s-s'+Q^2) P^\mu + (s'-s+Q^2) P'^\mu].$$

Здесь  $P^\mu = (p_1 + p_2)^\mu$  — полный импульс,  $P^2 = s$ ,  $\sqrt{s}$  — инвариантная масса системы,  $J$  — полный угловой момент,  $l$  — орбитальный момент,  $S$  — полный спин,  $m_J$  — проекция полного углового момента,  $Q^2 = -(P - P')^2 = -t$  — квадрат переданного импульса,  $g_0(s, Q^2, s')$  — свободный двух-

\*) Самарский государственный университет.

частичный формфактор, штрихованные величины относятся к начальному состоянию.

С другой стороны, этот же матричный элемент электромагнитного тока может быть выражен через формфакторы конstituентов следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle p_1, m_1; p_2, m_2 | j^\mu | p_1', m_1'; p_2', m_2' \rangle = \\ = \langle p_1, m_1 | p_1', m_1' \rangle \langle p_2, m_2 | j^\mu | p_2', m_2' \rangle + (1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $p_i$  — импульсы конstituентов,  $m_i$  — проекции их спинов, а одночастичный ток параметризуется согласно [3]. Отметим, что используемая параметризация матричных элементов локальных операторов отличается от общепринятой выделением в явном виде спиновой  $D$ -матрицы («матрица пересадки спина»).

Элементы (1) и (2) связаны между собой разложением Клебша—Гордана группы Пуанкаре [2].

Формфактор  $K^+$ -мезона, как известно, дается формулой

$$(P_{K^+} + P'_{K^+})^\mu F_{K^+}(Q^2) = \langle P_{K^+}, \Psi | j^\mu | \Psi', P'_{K^+} \rangle \quad (3)$$

или, если расписать матричный элемент тока в правой части выражения (3), в виде

$$\begin{aligned} (P_{K^+} + P'_{K^+})^\mu F_{K^+}(Q^2) = \sum \int \frac{dP}{\sqrt{2P_0}} \frac{dP'}{\sqrt{2P'_0}} d\mathbf{V} s d\mathbf{V} s' \times \\ \times \langle P_{K^+}, \Psi | P, \sqrt{s}, J, l, S, m_J \rangle \times \\ \times \langle P, \sqrt{s}, J, l, S, m_J | j^\mu | P', \sqrt{s'}, J, l', S', m_J' \rangle \times \\ \times \langle P', \sqrt{s'}, J, l', S', m_J' | \Psi', P'_{K^+} \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Свободный двухчастичный ток в (4) параметризуется аналогично (1), а волновая функция, которая, как указывалось ранее, является собственной функцией квадрата массового оператора со взаимодействием, имеет вид

$$\langle P', \sqrt{s'}, J', l', S', m_J' | \Psi \rangle = \sqrt{2P'_0} \delta(\mathbf{P}' - \mathbf{P}) \delta_{JJ'} \delta_{m_J m_J'} \delta_{ll'} \delta_{SS'} \Phi_{lS}^J(k), \quad (5)$$

где  $J, S, l$  — квантовые числа каона ( $J=l=S=0$ ), а волновая функция внутреннего движения  $\Phi_{lS}^J(k)$  подчиняется уравнению шрёдингеровского типа. В данной работе мы используем осцилляторную функцию [4] с нормировочным условием  $F_{K^+}(0) = 1$ :

$$\varphi(k) = \sqrt[4]{s} \sqrt{1 - \frac{\eta^2}{s^2} \left( \frac{4}{\sqrt{\pi} b^3} \right)^{1/2}} \exp\left(-\frac{k^2}{2b^2}\right), \quad (6)$$

$$k = \sqrt{\frac{s^2 - 2s(M_u^2 + M_{\bar{u}}^3) + \eta^2}{4s}}, \quad \eta = M_u^2 - M_{\bar{u}}^2.$$

Здесь  $M_u, M_{\bar{u}}$  — массы  $u$ - и  $\bar{s}$ -кварка соответственно,  $b$  — параметр конформента.

Окончательная формула для расчета формфактора  $K^+$ -мезона имеет вид

$$F_{K^+}(Q^2) = \int d\mathbf{V} s d\mathbf{V} s' \varphi(k) g_0(s, Q^2, s') \varphi(k'). \quad (7)$$

Свободный двухчастичный формфактор  $g_0(s, Q^2, s')$  выражается через одночастичные формфакторы кварков следующим образом:

$$g_0(s, Q^2, s') = \frac{\sqrt{ss'}}{\sqrt{[s^2 - 2s(M_s^2 + M_u^2) + \eta^2][s'^2 - 2s'(M_s^2 + M_u^2) + \eta^2]}} \times \\ \times \frac{Q^2(s + s' + Q^2)}{2[\lambda(s, -Q^2, s')]^{3/2}} (B^u(s, Q^2, s') + B^{\bar{s}}(s, Q^2, s')), \quad (8)$$

$$B^{\bar{s}}(s, Q^2, s') = \left[ f_1^{(\bar{s})}(s + s' + Q^2 - 2\eta) \cos(\omega_1 + \omega_2) - \right. \\ \left. - f_2^{(\bar{s})} \frac{M_s}{2} \xi(s, Q^2, s') \sin(\omega_1 + \omega_2) \right] \theta(s, Q^2, s'),$$

$$\xi(s, Q^2, s') = \sqrt{-\lambda(s, -Q^2, s') M_s^2 + ss' Q^2 - \eta Q^2 (s + s' + Q^2) + Q^2 \eta^2},$$

$$\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + ac + bc),$$

$$f_1^{(\bar{s})} = \frac{2M_s G_E^{(\bar{s})}(Q^2)}{\sqrt{4M_s^2 + Q^2}}; \quad f_2^{(\bar{s})} = \frac{4G_M^{(\bar{s})}(Q^2)}{M_s \sqrt{4M_s^2 + Q^2}},$$

$$\omega_1 = \arctg \frac{\xi(s, Q^2, s')}{M_u [(V\bar{s} + V\bar{s}')^2 + Q^2] + (V\bar{s} + V\bar{s}') (\sqrt{ss'} + \eta)},$$

$$\omega_2 = \arctg [(V\bar{s} + V\bar{s}' + 2M_s) \xi(s, Q^2, s') \times$$

$$\times \{M_s(s + s' + Q^2)(V\bar{s} + V\bar{s}' + 2M_s) + \sqrt{ss'}(4M_s^2 + Q^2) - \\ - \eta [2M_s(V\bar{s} + V\bar{s}') - Q^2]\}^{-1}],$$

$$\theta(s, Q^2, s') = \theta(s' - s_1) - \theta(s' - s_2),$$

где  $\theta$  — обычная ступенчатая функция,  $G_E^{(\bar{s})}(Q^2)$  и  $G_M^{(\bar{s})}(Q^2)$  — саксовские формфакторы,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — параметры вигнеровского вращения спинов. Функция  $\theta(s, Q^2, s')$  вырезает в плоскости интегрирования  $(s, s')$  кинематически допустимую область:

$$s_{1,2} = M_s^2 + M_u^2 + \frac{1}{2M_s^2} (2M_s^2 + Q^2) (s - M_s^2 - M_u^2) \mp \\ \mp \frac{1}{2M_s^2} \sqrt{Q^2(4M_s^2 + Q^2)[s^2 - 2s(M_s^2 + M_u^2) + \eta^2]}.$$

Функция  $B^u(s, Q^2, s')$  может быть получена из  $B^{\bar{s}}(s, Q^2, s')$  заменой  $M_s \leftrightarrow M_u$ .

Отметим интересный релятивистский эффект — вклад магнитных моментов кварков в зарядовый формфактор  $K^+$ -мезона. Этот эффект является результатом учета поворота спина и исчезает при  $\omega_1 = \omega_2 = 0$ .

Расчет упругого формфактора  $K$ -мезона в предположении точечности кварков проводился в трех случаях:

- нерелятивистское приближение ( $M_u, M_s \rightarrow \infty$ ),
- релятивистский расчет без учета поворота спина ( $\omega_1 = \omega_2 = 0$ ),
- релятивистский расчет с учетом вигнеровского вращения.

В качестве свободных параметров были выбраны  $b$  и  $M_u$ . Для простоты фиксировалось отношение [5]  $(M_s - M_u)/M_u = 0,37$ . Результаты получены при значениях параметров

$$M_u = 0,3 \text{ ГэВ}, \quad M_s = 1,37M_u, \quad b = 0,2447 \text{ ГэВ}. \quad (9)$$

Роль поворота спина ярко проявляется при расчете среднеквадратичного зарядового радиуса  $K^+$ -мезона (более подробное обсуждение вопросов, связанных с вычислением радиуса, можно найти в [6]). Экспериментальное значение среднеквадратичного радиуса [7]

$$\langle r_{K^+}^2 \rangle = (0,34 \pm 0,05) \text{ фм}^2. \quad (10)$$

Теоретически среднеквадратичный радиус  $K^+$ -мезона может быть получен из (7) по формуле

$$\langle r_{K^+}^2 \rangle = -6 \left. \frac{dF_{K^+}(Q^2)}{dQ^2} \right|_{Q^2=0}. \quad (11)$$

В нерелятивистском пределе уравнение (11) дает хорошо известное выражение

$$\langle r_{K^+}^2 \rangle = \frac{(2M_s^2 + M_u^2)}{(M_u + M_s)^2} \cdot \frac{1}{2b^2}, \quad (12)$$

а в релятивистском случае может быть рассчитан только численно. Согласие с экспериментальным значением радиуса (10) может быть достигнуто при целом наборе параметров  $b$  и  $M_u$ , связанных между собой некоторой функциональной зависимостью, показанной на рис. 1.

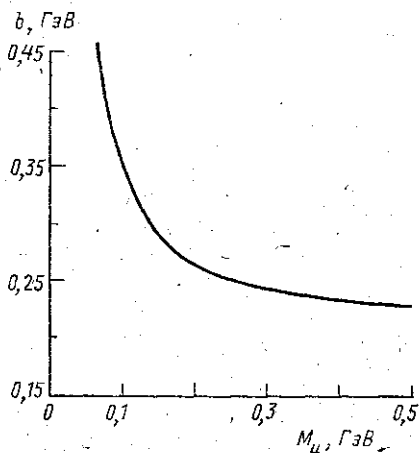


Рис. 1. Функция  $b(M_u)$ , определяемая уравнением (11), при

$$\langle r_{K^+}^2 \rangle = \langle r_{K^+}^2 \rangle_{\text{exp}} = 0,34 \text{ фм}^2$$

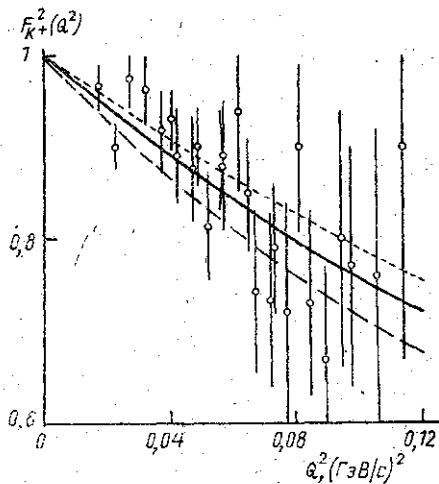


Рис. 2. Формфактор  $K^+$ -мезона при небольших переданных импульсах. Сплошная линия — релятивистский расчет с учетом поворота спина, линия с длинными штрихами — без поворота спина, с короткими — нерелятивистский расчет, экспериментальные точки — из работы [7].

При выбранных значениях параметров (9) имеем для трех случаев

$$(a): \langle r_{K^+}^2 \rangle = 0,275 \text{ фм}^2,$$

$$(б): \langle r_{K^+}^2 \rangle = 0,424 \text{ фм}^2,$$

$$(в): \langle r_{K^+}^2 \rangle = 0,341 \text{ фм}^2.$$

Как видно, согласие с экспериментальным значением достигается только в случае (в). Таким образом, хотя при  $Q^2=0$  эффект поворота спина исчезает, его учет в общей формуле (7) приводит к значительному изменению наклона формфактора в нуле (рис. 2) и вследствие этого к изменению значения зарядового радиуса. Величина вклада поворота спина в радиус  $K^+$ -мезона около 25%, что значительно больше экспериментальной ошибки.

В качестве иллюстрации на рис. 2 и 3 представлен формфактор  $K^+$ -мезона для различных областей  $Q^2$ .

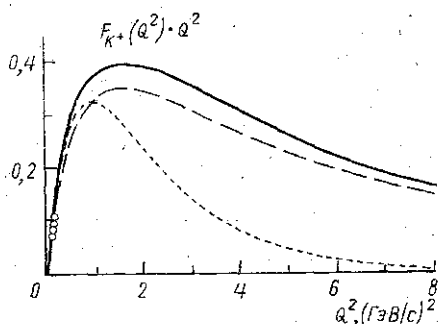


Рис. 3. Формфактор  $K^+$ -мезона при больших переданных импульсах. Обозначения кривых — как на рис. 2

Вклад поворота спина в  $F_{K^+}^2(Q^2)$  при небольших переданных импульсах (рис. 2) положителен и имеет величину около 5% при  $Q^2 \sim 0,08 \text{ (ГэВ/с)}^2$ . Для больших переданных импульсов результаты даны на рис. 3 и вклад поворота спина в  $F_{K^+}(Q^2) Q^2$  также положителен и равен приблизительно 10% при  $Q^2 \sim 4 \text{ (ГэВ/с)}^2$ .

Итак, в настоящей работе в рамках релятивистской потенциальной модели рассчитаны формфактор и среднеквадратичный радиус каона. Показано, что релятивистские эффекты — кинематика и релятивистский поворот спина — являются весьма существенными при вычислении как формфактора, так и среднеквадратичного радиуса.

Авторы выражают признательность Н. П. Юдину за полезные обсуждения и ценные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Isgur N., Llewellyn Smith C. H. // Phys. Rev. Lett. 1984. 52. P. 1080; Nucl. Phys. 1989. B317. P. 526.
2. Кожевников В. П., Троицкий В. Е., Трубников С. В., Широков Ю. М. // ТМФ. 1972. 10. С. 47.
3. Чешков А. А., Широков Ю. М. // ЖЭТФ. 1963. 44. С. 1982.
4. Chung P. L., Coester F., Polyzou W. N. // Phys. Lett. 1988. B205. P. 545; Ji Ch.-R., Cotanch S. R. // Phys. Rev. 1990. D41. P. 2319.
5. Bagchi B., Lahiri A., Niyogi S. // Phys. Rev. 1989. D39. P. 3384.
6. Krutov A. F., Troitsky V. E. // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1993. 19. P. L127.
7. Amendolia S. R., Batignani G., Beck G. A. et al. // Phys. Lett. 1986. B178. P. 435.

Поступила в редакцию  
15.06.94