

носительной погрешности исходных данных:  $\delta_2 = \max_{2 \leq i \leq 6} |\Delta p_i / p_i|$ . Видно, что в интересующем нас диапазоне  $S$  эти погрешности имеют одинаковый порядок.

Это существенно для реального управления процессом, поскольку управляющие им равновесные давления не могут быть заданы точно.

Авторы благодарны В. М. Репину и П. К. Сенаторову за организационную поддержку работы, а также Ю. К. Евсееву и В. Д. Кальнеру за предоставление экспериментальной информации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Леонидова М. Н., Шварцман Л. А., Шульц Л. А. Физико-химические основы взаимодействия металлов с контролируруемыми атмосферами. М., 1980.
2. Моделирование и автоматизация на базе ЭВМ процессов химико-термической обработки автомобильных двигателей/ЦНИИТ ЭИАВТОПРОМ. Министерство автомобильной промышленности СССР: Обзорная информация. Сер. «Технология автомобилестроения». М., 1987.
3. Гласко В. Б., Гласко Ю. В., Ключев К. В., Осипенко М. А. // ЖВМ и МФ. 1994. 34, № 1. С. 155.
4. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М., 1979.
5. Гласко В. Б. Обратные задачи математической физики. М., 1984.

Поступила в редакцию  
15.04.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

УДК 517.958:621.37

### КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА В ОБЛАСТИ С БЕСКОНЕЧНОЙ КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ ГРАНИЦЕЙ

С. И. Абгалдаев, В. П. Моденов  
(кафедра математики)

Доказаны теоремы существования и единственности обобщенного решения краевой задачи для неоднородного уравнения Гельмгольца в неограниченной многосвязной области с негладкой границей.

Рассматриваемая математическая задача относится к специальному классу краевых задач математической физики, возникающих при математическом моделировании явлений волноводного распространения и дифракции электромагнитных волн на диэлектрических неоднородностях в областях с бесконечными кусочно-гладкими границами. Характерной особенностью таких задач является необходимость рассмотрения обобщенного решения, учитывающего условия в точках негладкости границы, и постановка условий излучения на бесконечности. Для построения единственного решения в работе применяется принцип предельного поглощения [1].

#### 1. Постановка краевой задачи

Рассматривается область  $\Omega$ , являющаяся подмножеством двумерного евклидова пространства  $\mathcal{R}^2$  и имеющая неограниченное дополнение. Вне круга достаточно большого радиуса  $R_0$  область представляет собой совокупность конечного числа  $K$  цилиндрических («волновод-

ных»  $\Omega_j$  ( $j=1, 2, \dots, K$ ) и конечного числа расширяющихся («рупорных»)  $\Omega_j$  ( $j=K+1, \dots, J$ ) выходов на бесконечность [2]. Расширяющийся выход является односвязным множеством с гладкой границей. Если ввести в нем локальную полярную систему координат, то вне круга достаточно большого радиуса радиус-вектор и вектор внешней нормали в точках границы расширяющегося выхода образуют угол с ненулевым косинусом.

Область  $\Omega_0$  внутри круга радиуса  $R_0$  может быть многосвязной, а ее граница — иметь конечное множество  $\Gamma$  точек нарушения гладкости, т. е. множество  $\partial\Omega_0 \setminus \Gamma$  является объединением гладких линий в  $\mathbb{R}^2$ . Каждая особая точка  $\Gamma_t$  ( $t=1, 2, \dots, T$ ) имеет достаточно малую окрестность, пересечение которой с областью является частью открытого угла с вершиной в этой точке, либо существует некоторое диффеоморфное отображение этого пересечения на часть открытого угла. Данная классификация особых точек позволяет использовать весовые пространства [3, 4] для описания поведения решений в окрестностях этих точек.

Сформулируем в области  $\Omega$  краевую задачу. Рассмотрим уравнение Гельмгольца

$$Lu = \Delta u + k(x)u = -zu + f, \quad x \in \Omega, \quad (1)$$

где  $z = \nu + i\tau$ ,  $\nu > 0$ ,  $\tau \geq 0$ ; переменный коэффициент уравнения

$$k(x) = \begin{cases} k_j, & x \in \Omega_j, \quad j = 1, 2, \dots, J; \\ k_0(x), & x \in \Omega_0; \end{cases}$$

$k_j$  — вещественные числа ( $k_j > 0$ ),  $k_0(x)$  — комплекснозначная функция с постоянной мнимой частью,  $\operatorname{Re} k_0(x) > 0$ ,  $k_0(x) \in L_2(\Omega)$ ; функция  $f$  может иметь неограниченный носитель

$$\operatorname{supp} f \subset \Omega_0 \cap \Omega_p, \quad \Omega_p = \bigcup_{j=K+1}^J \Omega_j, \quad f \in L_2(\Omega_0) \cap L_{2,\alpha}(\Omega_j), \quad j = K+1, \dots, J;$$

$$\alpha > 1;$$

$L_{2,\alpha}$  — банахово пространство функций с нормой [2]

$$\|u; L_{2,\alpha}(\Omega_j)\| = \int_{\Omega_j} (1+r_j)^\alpha |u|^2 d\Omega, \quad j = K+1, \dots, J.$$

Ставятся граничные условия

$$u = 0 \quad (\text{или} \quad \partial u / \partial n = 0), \quad x \in \partial\Omega \setminus \Gamma, \quad (2)$$

где  $n$  — вектор внешней нормали к  $\partial\Omega \setminus \Gamma$ .

Условия на бесконечности формулируем для расширяющихся выходов в виде условий излучения типа Зоммерфельда в обобщенной интегральной форме [2]

$$\int_{\Omega_j} \left| \frac{\partial u}{\partial r_j} - i(k_j + \lambda)u \right|^2 (1+r_j)^{-1} d\Omega < \infty, \quad j = K+1, \dots, J; \quad (\lambda > 0), \quad (3)$$

а для цилиндрических выходов — в виде парциальных условий излучения [5]

$$\frac{\partial u}{\partial x_1^j} - i\gamma_n^j u \Big|_{|x_1^j| = \text{const}} = 0, \quad x^j = \{x_1^j, x_2^j\}, \quad x_1^j < 0, \quad (4)$$

где  $\gamma_n^j = (k_j - \mu_n^j)^{1/2}$ ,  $(\operatorname{Re} \gamma_n^j > 0)$ ,  $\mu_n^j$  — собственные значения задач Штурма—Лиувилля для поперечных сечений  $x_1^j = \text{const}$  с граничными условиями первого или второго рода.

В особых точках множества  $\Gamma = \{\Gamma_t\}_{t=1}^T$  должны выполняться условия на ребре [6, 7].

Невозможность классической постановки краевой задачи для уравнения Гельмгольца (1) с переменным коэффициентом уравнения  $k(x)$  и правой частью  $f$  достаточно общего вида в бесконечной области с кусочно-гладкой границей приводит к необходимости рассмотрения обобщенного решения этой задачи.

Первоначально, естественно, задавать оператор  $L$  рассматриваемой краевой задачи (1) — (2) в пространстве  $L_2(\Omega)$ , так как при этом он будет самосопряженным и в силу вещественности его спектра будет осуществлять изоморфизм подмножеств в  $L_2(\Omega)$  при комплексном  $z$ . Физически этот случай соответствует наличию поглощения в среде. Затем путем предельного перехода, при  $\operatorname{Im} z \rightarrow 0$ , можно рассмотреть расширение оператора  $L$  из  $L_2$  на линейное топологическое пространство  $\tilde{W}_2^2(\Omega)$ , элементами которого являются функции, принадлежащие  $W_2^2(\Omega_{R,\epsilon})$   $\forall R > 0$  и  $\forall \epsilon > 0$ , где  $\Omega_{R,\epsilon}$  — часть области  $\Omega$  внутри круга радиуса  $R$  за вычетом окрестностей особых точек радиуса  $\epsilon$ . Топология этого пространства задается счетной системой полунорм  $\{\|u; W_2^2(\Omega_{R,\epsilon})\|\}$ .

Однозначность такого расширения обеспечивается заданием условий (3) — (4) в выходах на бесконечность.

Можно показать, что если обобщенное решение рассматриваемой краевой задачи с граничным условием первого рода принадлежит пространству  $\tilde{W}_2^2(\Omega) \cap \left(\bigcup_{t=1}^T L_2(\Gamma_t)\right)$ , то для него будет выполнено условие конечности энергии электромагнитного поля в любой замкнутой ограниченной области, содержащей особую точку  $\Gamma_t$  ( $t=1, 2, \dots, T$ ) (условие Мейкснера).

Итак, пусть  $C^2(\bar{\Omega})$  — подмножество множества  $C^2(\bar{\Omega})$ , состоящее из функций, равных нулю на  $\partial\Omega$ . Тогда  $\tilde{W}_{2,0}^2(\Omega)$  — замыкание множества  $C^2(\bar{\Omega})$  в пространстве  $\tilde{W}_2^2(\Omega)$ .

Пусть  $L_0'$  — линейный оператор с областью определения

$$\operatorname{Dom} L_0' = \{u: 1. u \in C^2 \cap L_2(\Omega), 2. L_0' u = Lu \in L_2(\Omega),$$

$$3. u = 0, x \in \partial\Omega \setminus \Gamma\},$$

а  $L'$  — линейный оператор с областью определения

$$\operatorname{Dom} L' = \{u: 1. u \in C^2 \cap L_2(\Omega), 2. L' u = Lu \in L_2(\Omega), 3. \frac{du}{dn} = 0, x \in \partial\Omega \setminus \Gamma\}.$$

Обозначим через  $\tilde{L}_0, \tilde{L}$  замыкания операторов  $L_0', L'$  соответственно в  $L_2(\Omega)$ .

Так как для функций  $u \in \tilde{W}_2^2(\Omega)$  при любых  $R > 0, \epsilon > 0$  имеет место неравенство [8]

$$\|u; W_2^2(\Omega_R^\epsilon)\| \leq C (\|u; L_2(\Omega_{R+\delta}^{\epsilon-\eta})\| + \|Lu; L_2(\Omega_{R+\delta}^{\epsilon-\eta})\|),$$

где  $\delta > 0, \epsilon > \eta > 0$  и постоянная  $C$  зависит от  $\delta, \eta, k(x), R$ , то область определения оператора  $\tilde{L}_0$  является

$$\operatorname{Dom} \tilde{L}_0 = \{u: 1. u \in \tilde{W}_{2,0}^2(\Omega) \cap L_2(\Omega), 2. \tilde{L}_0 u \in L_2(\Omega), 3. u = 0, x \in \partial\Omega\}, (5)$$

а область определения оператора  $\tilde{L}$  является

$$\text{Dom } \tilde{L} = \{u: 1. u \in \tilde{W}_2^2 \cap L_2(\Omega), 2. \tilde{L}u = L_2(\Omega), 3. du/dn = 0, x \in \partial\Omega\}, \quad (6)$$

где граничные условия (5), (6) понимаются в смысле следов.

Оператор краевой задачи (1), (5) обозначим через  $A_z^0 = \tilde{L}_0 + zI$ , а оператор краевой задачи (1), (6) — через  $A_z = L + zI$ .

Дадим два определения решения.

**Определение 1.** Решением задачи Дирихле (Неймана) для уравнения (1) в области  $\Omega$  при комплексном  $z$  будем называть функцию, принадлежащую  $\text{Dom } A_z^0(A_2) \subset L_2(\Omega)$  и удовлетворяющую уравнению (1).

**Определение 2.** Решением задачи Дирихле (Неймана) для уравнения Гельмгольца (1) в области  $\Omega$  при вещественном  $z = \lambda > 0$  будем называть функцию, принадлежащую пространству  $\tilde{W}_{2,0}^2(\Omega)$  ( $\tilde{W}_2^2(\Omega)$ ), удовлетворяющую уравнению (1), граничному условию (5) (или (6)) в смысле следов, условиям излучения типа Зоммерфельда (3) в каждом расширяющемся выходе на бесконечность и парциальным условиям излучения (4) в каждом полубесконечном волноводе.

Обобщенное решение в смысле определения 1 соответствует, как уже отмечалось, случаю учета поглощения в среде, а решение в смысле определения 2 не учитывает поглощение.

Пространство решений в первом случае будем обозначать  $F_z$ , а во втором —  $F_\lambda$ .

## 2. Теоремы существования и единственности обобщенных решений краевой задачи

Схема построения решения краевой задачи такова: сначала находится единственное решение в  $L_2(\Omega)$ , а затем применяется принцип предельного поглощения.

**Теорема 1.** *Обобщенное решение  $u \in F_z$  задачи Дирихле (Неймана) для уравнения Гельмгольца в области  $\Omega$  при комплексном  $z$  существует и единственно.*

**Доказательство.** Оператор  $L_0(L)$  является самосопряженным в  $L_2(\Omega)$ . В самом деле, применяя формулу интегрирования по частям, можно доказать, что он является симметричным. Линейное многообразие  $\text{Dom } L_0(\text{Dom } L)$  является плотным в  $L_2(\Omega)$ . Поэтому оператор  $L_0(L)$  имеет ему сопряженный  $\tilde{L}_0^*$  и  $\text{Dom } \tilde{L}_0^* \subset L_2(\Omega)$ . Пусть  $v \in \text{Dom } \tilde{L}_0^*$ ,  $u \in \text{Dom } \tilde{L}_0$ . Тогда

$$\int_{\Omega} v \tilde{L}_0 u \, dx = \int_{\Omega} u \tilde{L}_0^* v \, dx.$$

Следовательно, если

$$\varphi \in C^\infty(\Omega) \in \text{Dom } \tilde{L}_0(\text{Dom } \tilde{L}),$$

то

$$\int_{\Omega} v \tilde{L}_0 \varphi \, dx = \int_{\Omega} \varphi \tilde{L}_0^* v \, dx = \int_{\Omega} \varphi s \, dx,$$

т. е.  $\tilde{L}_0^* v = s = \tilde{L}_0 v$  и  $s \in L_2(\Omega)$ . Таким образом,  $\text{Dom } \tilde{L}_0^* \subset \text{Dom } \tilde{L}_0$  и оператор  $\tilde{L}_0(\Omega)$  является самосопряженным. Самосопряженность оператора  $\tilde{L}$  доказывается аналогично.

В силу вещественности спектра самосопряженного оператора  $\tilde{L}_0(\tilde{L})$  при комплексном  $z$  оператор  $A_z^0(A_z)$  осуществляет однозначное (инъективное) отображение  $\text{Dom } \tilde{L}_0(\text{Dom } \tilde{L})$  в  $L_2(\Omega)$ , т. е. уравнение  $A_z^0 u = 0$  ( $A_z u = 0$ ) имеет только тривиальное решение. Отсюда следует, что если решение уравнения  $A_z^0 u = f$  ( $A_z u = f$ ) существует, то оно единственно.

Образ оператора  $A_z^0 - \text{Im } A_z^0$  ( $A_z - \text{Im } A_z$ ) является замкнутым множеством (нормальная разрешимость уравнения  $A_z^0 u = f$  ( $A_z u = f$ ), где  $f \in L_2(\Omega)$ ), так как  $\text{Ker } A_z^{0*} = \text{Ker } A_z^* = 0$ . Поскольку справедливо тождество [9]

$$\dim \text{Coker } A_z^0(A_z) = \dim \text{Ker } A_z^{0*}(A_z^*),$$

то  $\text{Im } A_z^0(A_z) = L_2(\Omega)$ . Следовательно, имеет место изоморфизм  $A_z^0(A_z): \text{Dom } \tilde{L}_0(\text{Dom } \tilde{L}) \rightarrow L_2(\Omega)$ . Теорема доказана.

**Теорема 2** (теорема единственности). Пусть  $u \in F_\lambda$ . Тогда если  $f \equiv 0$ , то  $u \equiv 0$  почти всюду в  $\Omega$ .

**Доказательство.** Положим  $u = u_\lambda$ . Пусть  $f \equiv 0$ . Умножив уравнение (1) на  $u^*$  и проинтегрировав по частям по областям  $\Omega'$ , граница которой в цилиндрических выходах проходит по сечениям  $x_1^j = 0$  ( $j = 1, 2, \dots, K$ ), а в каждом из  $j = K+1, \dots, J$  расширяющихся выходов — по частям  $S_{jR}$  окружности радиуса  $R > R_0$ , воспользовавшись условиями (4), (3) и переходя к пределу при  $R \rightarrow \infty$  в мнимой части полученного тождества, будем иметь

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{j=1}^K \text{Re } \gamma_n^j \int_{x_1^j} |u|^2 dx_2^j + \sum_{j=K+1}^J k_j \int_{S_{jR}} |u|^2 dS + \text{Im} \int_{\Omega_0} k(x) |u|^2 dx \right\} = 0.$$

Отсюда следует, что  $u = 0$  в  $\Omega_0 \cup \Omega_c$ , где  $\Omega_c = \bigcup_{j=1}^K \Omega_j$ , а также условие

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{S_{jR}} |u|^2 ds = 0, \quad x \in \Omega_j \quad (j = K+1, \dots, J).$$

Последнее условие означает [2, 10], что всюду вне круга достаточно большого радиуса в расширяющихся выходах  $u \equiv 0$  (лемма Реллиха). В силу аналитичности  $u \equiv 0$  в  $\Omega_p$ . Таким образом,  $u \equiv 0$  в  $\Omega$ . Теорема доказана.

**Следствие.** Результат теоремы 2 переносится на случай, когда  $k(x) = k > 0$  [11].

Введем в комплексной плоскости множества:

$$M^+ = \{z = v + i\tau, v > 0, \tau > 0\},$$

$$M(a, b) = \{z = v + i\tau, 0 < a < v < b, \tau > 0\}.$$

**Теорема 3.** (принцип предельного поглощения). Пусть  $z \in M^+$ ,  $\lambda > 0$ ,  $k_j + \lambda \neq \mu_n^j$  ( $j = 1, 2, \dots, K$ ) и функция  $u = u_z \in F_z$ . Тогда в пространстве  $\tilde{W}_{2,0}^2(\Omega)$  существует

$$\lim_{z \rightarrow \lambda + i \cdot 0} u_z = \lim_{z \rightarrow \lambda + i \cdot 0} P_z^0 f = u_\lambda \in F_\lambda,$$

где  $P_z^0$  — резольвента оператора  $\tilde{L}_0$ .

**Доказательство.** Введем вспомогательную функцию

$$v_z = \begin{cases} u_z, & x \in \Omega_0 \cup \Omega_c; \\ u_z e^{-i\nu r}, & x \in \Omega_j \quad (j = K+1, \dots, J). \end{cases}$$

Для  $v_z$  выполняются неравенства [2]

$$\|v_z; V_{\gamma, -1}(\Omega_j)\| \leq C_1 (\|v_z; W_2^1(\Omega_{jR})\| + \|f; L_{2, \alpha}(\Omega_j)\|), \quad j = K+1, \dots, J, \quad (7)$$

где  $V_{\alpha, \beta}(\Omega_j)$  — банахово пространство функций с нормой [2]

$$\|u; V_{\alpha, \beta}(\Omega_j)\| = \int_{\Omega_j} [(1+r_j)^\alpha |u| + (1+r_j)^\beta |\nabla u|^2] dx,$$

$\gamma < -1$ ,  $\alpha > 1$ ,  $R > R_0 > 0$ . Здесь и далее константы (типа  $C_1$ ) не зависят от  $z$ .

Введем функциональные пространства  $X(\Omega_R)$ ,  $X_\gamma(\Omega)$  и  $Y_{\gamma, \alpha}(\Omega)$  с нормами

$$\|u; X(\Omega_R)\| = \sum_{j=1}^K \|u; L_2(\Omega_j \cap \Omega_R)\| + \|u; L_2(\Omega_0)\|,$$

$$\|u; X_\gamma(\Omega)\| = \sum_{j=1}^K \|u; L_{2, \gamma}(\Omega_j)\| + \|u; L_2(\Omega_0)\|,$$

$$\|u; Y_{\gamma, \alpha}(\Omega)\| = \|u; X_\gamma(\Omega)\| + \sum_{j=K+1}^J \|u; V_{\gamma, \alpha}(\Omega_j)\|.$$

Из (7) и условий (4) следует неравенство

$$\|v_z; Y_{\gamma, -1}(\Omega)\| \leq C_2 \left( \|v_z; X(\Omega_R)\| + \sum_{j=K+1}^J \|v_z; W_2^1(\Omega_{jR})\| + \right. \\ \left. + \sum_{j=K+1}^J \|f; L_{2, \alpha}(\Omega_j)\| + \|f; L_2(\Omega)\| \right),$$

где  $R > R_0$ .

Далее доказательство проводим аналогично [2]. Покажем, что для любых  $a, b$ ,  $0 < a < b$  и любых  $\gamma < -1$  существует такая постоянная  $C_3$ , что при всех  $z \in M(a, b)$  имеет место неравенство

$$\|v_z; Y_{\gamma, -1}(\Omega)\| \leq C_3.$$

Пусть  $\nu > 0$ . Фиксируем  $a$  и  $b$  так, чтобы было  $a < \nu < b$ . Тогда из последнего неравенства следует, что для любого  $\gamma < -1$  существует такая постоянная  $C_\gamma$ , что при всех  $z \in M(a, b)$  справедливо неравенство  $\|u_z; Y_{\gamma, -1}(\Omega)\| \leq C_\gamma$ . Следовательно [2], из последовательности  $\{u_{z_k}\}_{k=1}^\infty$ , где  $z_k \in M(a, b)$ ,  $z_k \rightarrow \lambda + i \cdot 0$ , можно выделить подпоследовательность, сходящуюся в  $W_{2,0}^2(\Omega)$  к решению  $u_\lambda$ . В силу теоремы 2 предельная функция  $u_\lambda$  не зависит от выбора сходящейся последовательности. Теорема доказана.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность А. Г. Свешникову за внимание и помощь в работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Свешников А. Г. // ДАН СССР. 1951, 80, № 3. С. 345.
2. Винник А. А. // Изв. вузов, сер. матем. 1977, № 7. С. 38.
3. Назаров С. А., Пламеневский В. А. Эллиптические задачи в областях с кусочно-гладкой границей. М., 1991.

4. Кондратьев В. А., Олейник О. А. // Успехи матем. наук. 1983. 38, № 2. С. 3.
5. Свешников А. Г. // ДАН СССР. 1950. 73, № 5. С. 917.
6. Миттра Р., Ли С. В. Аналитические методы теории волноводов. М., 1974.
7. Meixner J. // IEEE Trans. Antennas Propag. 1972. AP-20, N 4. P. 442.
8. Ладыженская О. А., Уральцева Н. Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М., 1973.
9. Крейн С. Г. Линейные уравнения в банаховом пространстве. М., 1967.
10. Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики. М., 1991.
11. Подлипенко Ю. К. О краевых задачах для уравнения Гельмгольца в клине: Препр. Ин-та математики АН Украины № 91-47. Киев, 1991.

Поступила в редакцию  
16.05.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

## АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 523.165

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР ПЕРВИЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ С ЭНЕРГИЕЙ 100—2000 ТэВ ПО ДАННЫМ УСТАНОВКИ ТАСТ

Р. А. Антонов, А. М. Анохина, В. И. Галкин, Е. Е. Коростелева,  
Л. А. Кузьмичев, К. В. Мандрицкая, Е. А. Петрова, Т. М. Роганова,  
Г. А. Самсонов, В. Ткачек

(НИИЯФ)

На установке, регистрирующей черенковское излучение широких атмосферных ливней получены данные об интенсивности и форме энергетического спектра первичных космических лучей в диапазоне энергий  $10^{14}$ — $10^{15}$  эВ.

В связи с интенсивным развитием гамма-астрономии сверхвысоких энергий в последние годы появился целый ряд экспериментальных установок, которые регистрируют черенковское излучение, генерируемое в атмосфере широкими атмосферными ливнями (ШАЛ). ШАЛ являются продуктом взаимодействия первичных космических лучей (ПКЛ) с атмосферой Земли, и их изучение позволяет восстановить некоторые характеристики первичных частиц, в первую очередь энергию и направление прихода. Поскольку гамма-кванты электрически нейтральны, их траектория не искривляется межзвездными магнитными полями и непосредственно указывает на объект — источник квантов. Это свойство главным образом используется для поиска дискретных гамма-источников: об их наличии судят по превышению количества ШАЛ, приходящих с какого-либо направления, над изотропным фоном, обусловленным заряженными частицами ПКЛ. Другие параметры ШАЛ, зависящие от природы первичной частицы, используются для повышения статистической надежности выделения ливней, генерируемых гамма-квантами.

Описываемая ниже установка ТАСТ (Thian Shan Atmospheric Cherenkov Telescope) создана на Тянь-Шане (Казахстан) на высоте 3300 м над уровнем моря и состоит из шести детекторов черенковского излучения, расположенных равномерно по окружности радиусом 115 м. Каждый из детекторов представляет собой прожекторную установку с параболическим зеркалом диаметром 1,5 м, в фокусе которого смонтирован фотоумножитель ФЭУ-49. Условие срабатывания установки —