

3. Anokhina A. M., Galkin V. I., Mandritskaya K. V., Roganova T. M. // *Astrophys. Space Sci.* 1993. 209. P. 19.

4. Григоров Н. Л., Рапопорт И. Д., Шестоперов В. Я. Частицы высоких энергий в космических лучах. М., 1973.

5. Иваненко И. П., Рапопорт И. Д., Шестоперов В. Я. и др. // *Письма в ЖЭТФ.* 1989. 49, № 4. С. 192.

6. Зацепин В. И., Лазарева Т. В., Сажина Г. П., Сокольская Н. В. // *Ядерная физика.* 1994. 57. С. 684.

7. Asakimori K., Burnett T. H., Cherry M. L. et al. // *Proc. 22 ICRC.* Dublin, 1991. V. I. P. 57.

8. Григоров Н. Л., Нестеров В. Е., Рапопорт И. Д. и др. // *Ядерная физика.* 1970. 11. С. 1058.

Поступила в редакцию
23.03.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

РАДИОФИЗИКА

УДК 533.9.038

МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО ТОКА ЭЛЕКТРОНОВ НА СФЕРИЧЕСКИЙ ЗОНД ПРИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ДАВЛЕНИЯХ

А. П. Ершов, И. Г. Оводов

(кафедра физической электроники)

Методом Монте-Карло выполнены расчеты электронного тока на сферический зонд в широком диапазоне соотношений между длиной свободного пробега электронов, радиусом зонда и дебаевским радиусом. Проведено сравнение численных расчетов с результатами вычислений по известным аналитическим формулам. Найдены погрешности определения температуры электронов и пределы, до которых возможно пренебрежение влиянием толщины слоя пространственного заряда при описании электронной ветви ВАХ.

1. Введение

В классической теории ленгмюровского зонда, описывающей предельный случай

$$\lambda \gg a, \lambda \gg r_d, \quad (1)$$

связь между функцией распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ) $f_0(\epsilon)$ в невозмущенной изотропной плазме и плотностью электронного тока j на выпуклый зонд, находящийся под потенциалом отталкивания V относительно плазмы, описывается интегральным соотношением

$$j(V) = \frac{2\pi en}{m^2} \int_{eV}^{\infty} (\epsilon - eV) f_0(\epsilon) d\epsilon. \quad (2)$$

В (1), (2) λ , a , r_d — длина свободного пробега электронов, радиус зонда и электронный дебаевский радиус соответственно, e , m — заряд и масса электрона, n — концентрация электронов в невозмущенной плазме, а ФРЭЭ нормирована условием

$$\int_0^{\infty} \epsilon^{1/2} f_0(\epsilon) d\epsilon = 1.$$

Если нарушается только первое из условий (1), т. е. слой пространственного заряда (СПЗ) остается тонким, связь между j и f_0 описывается в рамках теории стока [1]:

$$j(V) = \frac{2\pi en}{m^2} \int_{eV}^{\infty} \frac{(\varepsilon - eV) f_0(\varepsilon) d\varepsilon}{1 + \delta(1 - eV/\varepsilon)}, \quad (3)$$

где δ — так называемый параметр стока, который в частном случае сферического зонда равен

$$\delta = \frac{3a^2}{4\lambda(a + \lambda)}. \quad (4)$$

Параметр δ имеет простой смысл: столкновения электронов с нейтральными частицами приводят к уменьшению электронного тока на зонд при потенциале пространства $V=0$ в $1+\delta$ раз.

Более строгое рассмотрение, использующее аналитический подход совместно с численным моделированием методом Монте-Карло [2], дает в исследованном диапазоне $0,1 \leq \lambda/a \leq 0,3$ несколько отличающееся от (3) соотношение

$$j(V) = \frac{2\pi en}{m^2} \int_{eV}^{\infty} \frac{(\varepsilon - eV) f_0(\varepsilon) d\varepsilon}{1,3 + \delta(1 - eV/\varepsilon)}, \quad (5)$$

СПЗ при этом по-прежнему предполагается тонким.

Наиболее общий подход, основанный на решении кинетического уравнения для электронов, рассматривался в [3, 4]. При произвольных соотношениях между λ , a и r_d , удовлетворяющих, однако, неравенству $\lambda_e \gg a + s^*$ (λ_e — длина релаксации по энергии электронов, s — толщина СПЗ), соотношение между $j(V)$ и $f_0(\varepsilon)$ в случае использования так называемых эффективных граничных условий принимает вид [3]

$$j(V) = \frac{2\pi en}{m^2} \int_{eV}^{\infty} \frac{(\varepsilon - eV) f_0(\varepsilon) d\varepsilon}{\frac{3}{4} \gamma \left(\frac{\lambda}{a}\right) + \frac{3(\varepsilon - eV)}{4\lambda(\varepsilon)\varepsilon} \int_a^{\infty} \frac{D(\varepsilon) dr}{D(\varepsilon - e\varphi(r)) (r/a)^2}}. \quad (6)$$

Здесь $D(\varepsilon)$ — коэффициент диффузии электронов, $\gamma(\lambda/a)$ — монотонная табулированная функция (при $\lambda \ll a$ $\gamma \approx 0,71 + 0,4\lambda/a$, при $\lambda \gg a$ $\gamma \rightarrow 4/3$). Если $D(\varepsilon) = \text{const}$ (т. е. $\lambda(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-1}$) или слой является тонким, выражение (6) упрощается:

$$j(V) = \frac{2\pi en}{m^2} \int_{eV}^{\infty} \frac{(\varepsilon - eV) f_0(\varepsilon) d\varepsilon}{(3/4) \gamma + 3a(\varepsilon - eV) / [4\lambda(\varepsilon)\varepsilon]}. \quad (7)$$

Сопоставление формул (3), (5), (7) показывает, что даже в предельном случае тонкого СПЗ для конечных значений λ/a существует различие в описании электронной ветви ВАХ. Если же $D(\varepsilon) \neq \text{const}$ или СПЗ не является тонким, для нахождения электронного тока на зонд требуется знание не только значения разности потенциалов между плазмой и зондом, но и ее профиля. В этом случае методика определения параметров плазмы становится чрезвычайно громоздкой, по сути исключая ее практическое применение.

* В противном случае электроны, проходящие на зонд, не дают информации о ФРЭЭ в невозмущенной плазме.

Однако часто выполняются именно последние условия. Особенно это характерно для плазмы электроотрицательных газов, где в силу малости концентрации электронов, как правило, $r_d \gg a$.

Цель настоящей работы — с помощью прямого численного моделирования электронного тока на зонд в широком диапазоне отношений λ/a и r_d/a определить погрешности аналитических формул (3), (5), (7) и найти пределы их применимости в случае, когда дебаевский радиус нельзя считать малым по сравнению с размером зонда.

2. Физическая модель и метод расчета

Распределение поля в окрестности зонда задавалось в рамках модели дебаевской экранировки. Предполагалось, что столкновения носят только упругий характер, средняя длина свободного пробега не зависит от энергии электронов, столкновение с поверхностью зонда приводит к мгновенному поглощению электрона.

Алгоритм расчета состоял в следующем. Сферический зонд радиуса a окружался воображаемой сферой радиуса b . На поверхность этой сферы поочередно вбрасывались электроны со случайными начальными скоростями, определяемыми максвелловской ФРЭЭ с температурой T . Траектория брошенных электронов затем прослеживалась до тех пор, пока электрон или попадал на зонд, или покидал сферу радиуса b . Отметим, что при вбрасывании электрона сначала находилась длина свободного пробега электрона $l = -\lambda \ln R$, где R — случайное число. Затем по разностной схеме 2-го порядка численно решалось уравнение движения в поле зонда. Одновременно вычислялся пройденный электроном путь. Когда величина пути достигала l , электрон рассеивался (изотропно), после чего вычислялась новая длина свободного пробега и т. д., пока не выполнялось одно из условий: $r < a$ или $r > b$. Для контроля точности работы разностной схемы проводились тестовые расчеты, в которых прослеживалось изменение полной энергии электрона во время движения. Шаг интегрирования выбирался так, чтобы относительное изменение полной энергии лежало в пределах 1% и, таким образом, не влияло на точность расчетов.

В результате серии N_{in} вбрасываний определялось число электронов N_{pr} , попавших на зонд. Отношение N_{pr}/N_{in} характеризовало зондовый ток при данном потенциале.

Так как область возмущения плазмы сферическим зондом порядка радиуса зонда, размер b выбирался так, чтобы он в 3 раза превышал a , r_d или λ . Плотность тока на зонд j рассчитывалась следующим образом. Пусть $n(r)$ — плотность электронов на расстоянии r от центра зонда. Хаотический ток электронов из плазмы, текущий внутрь сферы радиуса b ,

$$j(b) = n(b) ev/4, \quad (8)$$

где v — средняя тепловая скорость электронов. Численный расчет позволяет найти долю электронов, попавших в сферу b , которые попадают на зонд: $K = N_{pr}/N_{in}$. Отсюда плотность тока электронов на зонд

$$j(a) = j(b) (N_{pr}/N_{in}) (b/a)^2. \quad (9)$$

Для того чтобы учесть отличие $n(b)$ от концентрации электронов в невозмущенной плазме n , запишем для области вне сферы b уравнение диффузии электронов вместе с уравнением непрерывности для тока:

$$j(r) = j(b) (b/a)^2 = -e\lambda v/3 \frac{dn}{dr}. \quad (10)$$

Решая его, получим

$$n(b) = n - j(b) \cdot 3b / e\lambda v.$$

Отсюда с учетом (8) и (9) получаем

$$j(a) = j_0 K(b^2/a^2) / (1 + 3Kb/4\lambda), \quad (11)$$

где $j_0 = env/4$ — хаотический ток.

Отметим, что для применимости уравнения диффузии (10) требуется условие $\lambda \ll b$. Однако при нарушении этого условия поправка, связанная с диффузией электронов, мала, поэтому (11) с хорошей степенью точности применима и в случае $\lambda \gg b$. В противном случае рассчитанные ВАХ зависели бы от b . Для проверки отсутствия этой зависимости проводились тестовые расчеты для случая $b_1 = 3b$. Результаты расчетов совпадали с точностью более 3%, что находится в пределах статистической ошибки метода Монте-Карло и подтверждает применимость (11). Рассчитанная плотность тока на зонд нормировалась на хаотический ток j_0 . Статистическая ошибка результатов оценивалась величиной $1/(N_{pr})^{1/2}$.

3. Результаты расчетов

а) Тонкий слой: $r_a \ll a, \lambda$.

Типичный вид зависимостей $j(V)$ в случае тонкого СПЗ, рассчитанных для двух различных значений отношения λ/a и соответственно параметра стока δ , показан на рис. 1, а, б. Здесь же приведены резуль-

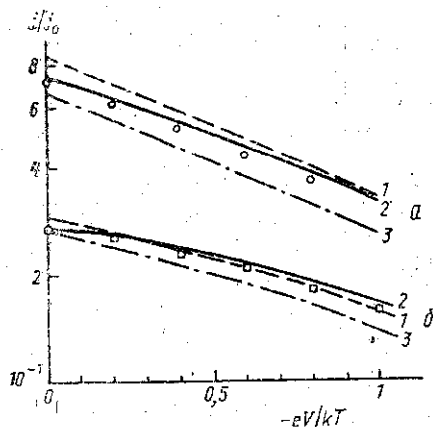


Рис. 1. Электронная ветвь ВАХ сферического зонда в случае тонкого слоя пространственного заряда ($r_a/a=0,05$): $\lambda/a=1,5$; $\delta=0,2$ (а) и $\lambda/a=0,25$; $\delta=2,4$ (б); кружочки и квадраты — результаты расчетов методом Монте-Карло (точность 3%), 1 — расчет по (3), 2 — расчет по (5), 3 — расчет по (7)

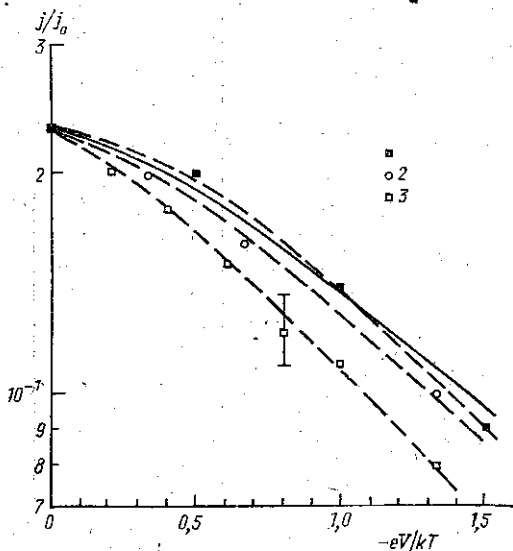


Рис. 2. Влияние толщины СПЗ на электронную ветвь ВАХ сферического зонда: $\lambda/a=0,2$; $\delta=3,3$; $r_a/a=0,2$ (1); 0,5 (2); 2 (3). Сплошная кривая — расчет по формуле (7) (для $r_a \ll a$). Точность численного счета 10%

таты аналитических расчетов, описываемые формулами (3), (5), (7). Нетрудно видеть, что в представленном на рис. 1 диапазоне значений стока $0,2 < \delta < 2,4$ численные расчеты (в пределах точности) ближе всего к результатам строгой теории [3]; простая теория стока [1] и ее модификация [2] приводят к менее точным результатам.

Для практики более важна погрешность обратной процедуры — определения T из электронной ветви ВАХ. Рассмотрим погрешность, возникающую при использовании простейшей теории стока [1]. К кривой $j(V)$, рассчитанной методом Монте-Карло для фиксированных значений λ/a и T , подгонялась вариацией параметров T и δ зависимость $j(V)$, описываемая формулой (3). Полученные результаты представлены в табл. 1. Здесь δ — параметр стока, рассчитанный по (4) для заданного λ/a , δ' и T' — значения, полученные в результате подгонки. Из табл. 1 видно, что и для низких ($\lambda \gg a$) и для высоких ($\lambda \ll a$) давлений ошибка, даваемая простейшей теорией, весьма незначительна. Максимальная ошибка составляет 10% в сторону завышения «истинной» температуры и имеет место в промежуточном случае $1 > \lambda/a > 0,1$. Такая ошибка вполне допустима на практике.

б) Толстый слой: $r_d > a$.

Влияние толщины СПЗ на электронную ветвь ВАХ показано на рис. 2. Видно, что увеличение r_d приводит к увеличению наклона ВАХ и, следовательно, к занижению «измеряемой» температуры относительно истинной. Однако это влияние при $r_d \approx a$ начинает сказываться только для $a \gg 5\lambda$. При $\lambda \gg a$ ВАХ хорошо описывается зависимостью (7), справедливой для $r_d \ll a$, во всем исследованном диапазоне $r_d/a \leq 3$.

В табл. 2 приведены результаты определения T (со статистической ошибкой 8%), полученные при обработке ВАХ в случае пренебрежения влиянием СПЗ. При этом к результатам расчетов методом Мон-

Таблица 1
Результаты определения нормированной температуры электронов, определяемой из ВАХ зонда по теории стока

λ/a	δ	δ'	T'/T
0,02	37,0	37,0	1,025
0,2	3,1	3,3	1,11
0,6	0,78	0,97	1,10
2,0	0,125	0,51	0,97
6,0	0,018	0,09	0,98

Таблица 2

Результаты определения нормированной температуры электронов, находимой по теории [3], для различных значений λ/a и r_d/a

r_d/a	λ/a				
	1	0,6	0,2	0,06	0,02
1	1,0	1,0	1,0	1,0	0,83
2	1,0	0,87	0,83	0,73	0,83
3	1,0	0,78	0,75	0,68	0,83

те-Карло подгонялась зависимость $j(V)$, описываемая формулой (7). Из табл. 2 видно, что эта ошибка при $r_d \gg a$ и $a > 5\lambda$ меняется слабо и не превышает 20%.

Выводы

Если СПЗ тонок по сравнению с размером зонда, то для $\lambda(\epsilon) = \text{const}$ наиболее точное описание электронной ветви ВАХ сферического зонда дается аналитической формулой (7). Вместе с тем применение простейшей теории стока для определения температуры электронов приводит к ошибке не более 10% во всем диапазоне отношений λ/a .

Влияние толщины слоя пространственного заряда при $r_d \approx a$ начинает сказываться только при повышенных давлениях, когда $a \geq 5\lambda$, и приводит к занижению находимой при обработке ВАХ электронной температуры на 20—30%.

Работа выполнена в рамках направления «Современные проблемы физики низкотемпературной газоразрядной плазмы» программы «Университеты России».

ЛИТЕРАТУРА

1. Swift J. D. // Proc. Phys. Soc. 1962. 79. P. 697.
2. Friedland L., Kagan Yu. M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1979. 12. P. 739.
3. Горбунов Н. А., Колоколов Н. Б., Кудрявцев А. А. // Физика плазмы. 1989. 15, № 12. С. 1513.
4. Мальков М. А. // Изв. вузов, Физика. 1990. № 7, С. 74.

Поступила в редакцию
28.02.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

УДК 533.951

ВЛИЯНИЕ КОНТРАГИРОВАННОГО РАЗРЯДА НА СЛАБУЮ УДАРНУЮ ВОЛНУ

А. А. Кузовников, В. С. Свиридкина, В. В. Тарасова

(кафедра физической электроники)

Изучалось влияние контрагированного разряда на ударную волну. Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что существующий неоднородный нагрев газа в плазме положительного столба существенным образом влияет на интенсивность и форму фронта ударной волны.

В последнее время вопросы распространения ударных волн через области с неоднородным распределением температуры и плотности газа (в частности, через плазму газового разряда) вызывают большой интерес. Распространение ударных волн в среде, параметры которой зависят от координат и времени, часто встречается в природе, технике и лабораторной практике. Известно, что при прохождении электрического тока через газ происходит его нагрев. Непосредственным результатом повышения температуры газа является перераспределение его плотности.

В работе изучалось влияние контрагированного разряда, для которого характерно наличие неоднородностей по температуре и плотности, на ударную волну. Ударная волна (УВ) распространялась по слабоионизованной плазме (степень ионизации $\alpha < 10^{-6}$) положительного столба тлеющего разряда в инертных газах (Ar, Xe и их смесях). Эксперименты проводились на электроразрядной ударной трубе (УТ). Между плазмой и электроразрядной пушкой имелся разгонный проме-