8. Николаевский В. Н.//ДАН СССР. 1989. **307,** № 3. С. 570.
9. Николаевский В. Н.//ДАН СССР 1991. **317,** № 5. С. 1103.
10. Korteweg D. I., de Vries G.//Phil. Mag. 1895. **39,** Ser. 5. P. 422.
11. Арсеньев С. А., Губарь А. Ю., Шелковников Н. К.//Океанология. 1993. **33,** № 2. С. 184.
12. Арсеньев С. А.//ДАН. 1994. **334,** № 5. С. 112.
13. Габов С. А. Введение в теорию нелинейных волн. М., 1988.
14. Кадомцев Б. Б., Карпман В. И.//УФН. 1971. **103,** № 2. С. 193.
15. Зилитинкевич С. С., Крейман К. Д., Фельзенбаум А. И.//ДАН СССР. 1988. **300,** № 5. С. 1226.

Поступила в редакцию
25.04.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

УДК 539.038

ВАРИАЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, ПОРОЖДАЕМЫЕ ПРИЛИВНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

В. И. Григорьев, Е. В. Григорьева

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Получены оценки для вариаций геомагнитного поля, порождаемых вследствие бароэлектрического эффекта приливными воздействиями.

Перераспределение электрических зарядов в проводнике, вызываемое неоднородностями внутренних напряжений, — бароэлектрический эффект, как показано в [1], приводит, в частности, к тому, что градиенты давлений в планете, обуславливаемые приливными силами, порождают «приливные» электрические поля. Оценки для такого поля, возникающего над Землей из-за воздействий Луны и Солнца, показывают, что ему присущи многие черты поля ясной погоды, что позволяет по-новому взглянуть на проблемы геоэлектрики. Но кроме электрического приливные воздействия порождают также и «приливное» магнитное поле, дающее вклад в вариации результирующего геомагнитного поля. Цель настоящей заметки — оценить масштабы и основные черты этих вариаций. При этом мы будем пользоваться некоторыми упрощающими допущениями: будет учитываться приливное воздействие на Землю только со стороны Луны; из всех факторов, определяющих временные зависимости, будет приниматься в расчет только суточное вращение Земли, так как изменения, обязанные движению Земли и ее спутника вокруг общего центра масс, имеют на порядок больший период; угловая скорость суточного вращения Земли будет считаться постоянной. Некоторые другие положения будут уточняться ниже по ходу изложения. Таким образом, рассматривается следующая упрощенная ситуация:

на равномерно вращающуюся с угловой скоростью ω планету — электронейтральный шар радиуса R — со стороны «покоящегося» спутника массы m, находящегося на расстоянии R_0 от центра планеты, действует приливная сила

$$\mathbf{f} = Gm\tau\,\frac{3\mathbf{n}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}) - \mathbf{r}}{R_0^3}, \tag{1}$$

где вектор $\mathbf{R}_0$ проводится от центра Луны к центру Земли, а $\mathbf{r}$ — от центра Земли к точке наблюдения, $\mathbf{n}=\mathbf{R}_0/R_0$, $\tau(\mathbf{r})$ — плотность вещества планеты (которая ниже заменяется усредненной, $\tau \to 3M/(4\pi R^3)$, M — масса Земли), G — гравитационная постоянная.

Как было показано в [2], при медленном вращении, т. е. когда выполняется условие $\beta \equiv v/c \ll 1$ (c — скорость света, $\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]$), в линейном по β приближении напряженность бароэлектрического поля оказывается одинаковой как в инерциальной системе отсчета центра масс Земли $\mathscr{K}$ (эффекты, обусловленные ускоренным движением планеты, можно в обсуждаемой задаче не учитывать), так и в собственной, т. е. вращающейся вместе с Землей системе отсчета $\mathscr{K}'$. Эта напряженность электрического поля над поверхностью Земли

$$\mathbf{E} = \mathscr{P} \left\{ \frac{3\mathbf{n}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r}) - \mathbf{r}}{r^5} - \frac{5}{2}\mathbf{r}\,\frac{3(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})^2 - \mathbf{r}^2}{r^7} \right\}, \tag{2}$$

где $\mathscr{P} \approx 0{,}6\ \dfrac{3GMmR^3}{4\pi R_0^3 \sqrt{B}}$ (знак приближенного равенства показывает, что оценка является довольно грубой, не более лишь чем по порядку величины), а B — модуль всестороннего сжатия среды.

Перейдем теперь к обсуждению «бaромагнитного» поля над поверхностью планеты. Его напряженность в двух указанных выше системах отсчета, разумеется, не совпадает. В инерциальной системе отсчета центра масс Земли $\mathscr{K}$ магнитного поля приливного происхождения попросту нет: ведь в этой системе отсчета вектор $\mathbf{n}$ является постоянным (напомним, что относительно медленные изменения $\mathbf{n}$, обусловленные движением Земли вокруг Солнца и Луны вокруг Земли, в обсуждаемом приближении не учитываются). Поэтому не меняющейся во времени оказывается и напряженность бароэлектрического поля внутри планеты, а значит, и связанная с ним плотность электрических зарядов. Постоянство же плотности зарядов, а следовательно и статичность ситуации в инерциальной системе отсчета, очевидным образом означает, что отсутствуют электрические токи и магнитные поля.

В собственной системе отсчета Земли положение иное. Здесь вектор $\mathbf{n}$ переменный, по отношению к земному наблюдателю он вращается, так что переменной оказывается и напряженность «приливного» электрического поля, и плотность связанных с ним электрических зарядов. В собственной системе отсчета Земли $\mathscr{K}'$ имеются, конечно, электрические токи: по отношению к $\mathscr{K}'$ все те заряды, которые были покоящимися по отношению к $\mathscr{K}$, вращаются с угловой скоростью $-\boldsymbol{\omega}$. Все это вызывает появление магнитного поля в $\mathscr{K}'$. Его напряженность $\mathbf{H}'$ можно найти, пользуясь уравнениями Максвелла, которые в линейном по β приближении записываются в $\mathscr{K}'$ в виде [2]

$$\operatorname{rot}\{\mathbf{H}' - [\boldsymbol{\beta} \times \mathbf{E}']\} = \frac{1}{c}\,\frac{\partial \mathbf{E}'}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\,\rho'\,[\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}], \tag{3}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{H}' = 0,$$

где $\rho' = (1/4\pi)\operatorname{div}\mathbf{E}'$. Выражение для E' во внутренней области планеты было приведено в [1]. Однако для нахождения $\mathbf{H}'$ удобнее двигаться более простым путем, а именно воспользоваться законом преобразования тензора поля.

В инерциальной системе отсчета центра масс Земли ковариантный тензор поля F_{nm} имеет следующие отличные от нуля компоненты:

$$F_{01} = -F_{10} = E_x;\ F_{02} = -F_{20} = E_y;\ F_{03} = -F_{30} = E_z. \tag{4}$$

Выпишем также ненулевые компоненты контравариантного тензора поля:

$$F^{01}=-F^{10}=-E_x;\ F^{02}=-F^{20}=-E_y;\ F^{03}=-F^{30}=-E_z. \tag{5}$$

Пересчет компонент тензоров поля при переходе из $\mathscr{K}$ в $\mathscr{K}'$ осуществляется по известным формулам:

$$F'_{nm}=\frac{\partial x^p}{\partial x^{n'}}\frac{\partial x^q}{\partial x^{m'}}F_{pq};\ F^{nm'}=\frac{\partial x^{n'}}{\partial x^p}\frac{\partial x^{m'}}{\partial x^q}F^{pq}, \tag{6}$$

где зависимость между x^n и $x^{n'}$ дается следующими соотношениями:

$$\begin{gathered}
x^1=x^{1'}\cos\alpha'-x^{2'}\sin\alpha',\ x^{1'}=x^1\cos\alpha+x^2\sin\alpha,\\
x^2=x^{1'}\sin\alpha'+x^{2'}\cos\alpha',\ x^{2'}=-x^1\sin\alpha+x^2\cos\alpha,\\
x^3=x^{3'};\ x^0=x^{0'};\ \alpha'=\frac{\omega}{c}x^{0'},\ x^{3'}=x^3;\ x^{0'}=x^0;\ \alpha=\frac{\omega}{c}x^0.
\end{gathered} \tag{7}$$

По последним формулам, кстати, видно, что ось x^3 предполагается направленной по ω.

Пользуясь (6), находим компоненты F'_{nm} ковариантного тензора поля в $\mathscr{K}'$; выпишем вновь только отличные от нуля компоненты:

$$\begin{gathered}
E'_{01}=-E'_{10}=E_x\cos\alpha+E_y\sin\alpha;\\
F'_{02}=-F'_{20}=-E_x\sin\alpha+E_y\cos\alpha;\ F'_{03}=-F'_{30}=E_z.
\end{gathered} \tag{8}$$

Все отличие этого тензора от F_{nm} исчерпывается только тем, что координатные оси системы $\mathscr{K}$ вращаются по отношению к осям системы $\mathscr{K}'$ с угловой скоростью $-\omega$. Впрочем, такой результат заранее очевиден: ведь компоненты ковариантного тензора поля равны $F_{nm}=\partial A_m/\partial x^n-\partial A_n/\partial x^m$, где A_n — ковариантный 4-вектор-потенциал, а это выражение для F_{nm} есть не что иное, как четырехмерный общековариантный эквивалент однородных уравнений Максвелла, вид которых, как известно, не зависит от вида метрики, т. е. сохраняется одинаковым во всех системах отсчета.

Пользуясь (5) и (6), найдем компоненты контравариантного тензора поля $F^{nm'}$ в $\mathscr{K}'$:

$$\begin{gathered}
F^{01'}=-F^{10'}=-(E_x\cos\alpha+E_y\sin\alpha);\\
F^{02'}=-F^{20'}=-(E_y\cos\alpha-E_x\sin\alpha);\\
F^{12'}=-F^{21'}=\frac{1}{c}[[\omega\times\mathbf{r}]\,\mathbf{E}]_z;\ F^{13'}=-F^{31'}=-\frac{1}{c}[[\omega\times\mathbf{r}]\,E]_y;\\
F^{23'}=-F^{32'}=\frac{1}{c}[[\omega\times\mathbf{r}]\,\mathbf{E}]_z
\end{gathered} \tag{9}$$

Заметим, что к нахождению $F^{nm'}$ можно было бы подойти и поиному, а именно поднимая индексы по известному правилу $F^{nm'}=g^{nk'}g^{ml'}F'_{kl}$ и подставляя в качестве компонент контравариантного метрического тензора $g^{nm'}$ в $\mathscr{K}'$ (в линейном по β приближении) выражения

$$g^{nm'}=\begin{pmatrix}
1 & \frac{\omega}{c}x^{2'} & -\frac{\omega}{c}x^{1'} & 0\\
\frac{\omega}{c}x^{2'} & -1 & 0 & 0\\
-\frac{\omega}{c}x^{1'} & 0 & -1 & 0\\
0 & 0 & 0 & -1
\end{pmatrix}. \tag{10}$$

Полученные компоненты тензора $F^{nm'}$ нуждаются в физическом истолковании. Оно, как всегда в физике, связывает определение физической величины с той измерительной процедурой, которая предлагается для ее нахождения.

Поскольку магнитное поле проявляется через его воздействие на ток, нужно найти силу, которая действует на элемент тока во вращающейся системе отсчета. Если записать уравнение движения заряженной материальной точки в электромагнитном поле в общековариантном виде:

$$mc^2\left\{\frac{d^2x^{n'}}{ds^2}+\Gamma^{n'}_{km}u^{k'}u^{m'}\right\}=eF^{nm'}u'_m, \tag{11}$$

подставить соответствующие значения символов Кристоффеля $\Big($из них отличными от нуля в обсуждаемой задаче являются $\Gamma^{1'}_{00}=\frac{\omega^2}{c^2}x$; $\Gamma^{1'}_{02}=-\frac{\omega}{c}$; $\Gamma^{2'}_{01}=\frac{\omega}{c}$ и $\Gamma^{2'}_{00}=-\frac{\omega^2}{c^2}y\Big)$, а также записать в линейном по $|\mathbf{v}|/c$ и по $|[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}]|/c$ приближении компоненты 4-вектора скорости u'_m и $u^{m'}$, то (11) в этом приближении принимает в наглядных векторных обозначениях вид

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt}=m[\boldsymbol{\omega}\times[\mathbf{r}\times\boldsymbol{\omega}]]+2m[\mathbf{v}\times\boldsymbol{\omega}]+e\left\{\mathbf{E}'+\frac{1}{c}[\mathbf{V}\times\mathbf{H}']\right\}, \tag{12}$$

где v обозначает скорость материальной точки относительно системы $\mathcal{K}'$, а $\mathbf{V}=\mathbf{v}+[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}]$.

Если обратиться теперь к рассмотрению силы воздействия электромагнитного поля на электронейтральный проводник, по которому протекает ток, то суммарная сила будет определяться только напряженностью поля $\mathbf{H}'$ и скоростями зарядов относительно системы $\mathcal{K}'$, что и позволяет сохранить для истолкования $\mathbf{H}'$ такие же представления, что и в инерциальных системах отсчета.

Поскольку компоненты вектора $\mathbf{E}=\mathbf{E}'$ уже известны (2), остается, подставив для напряженности «приливного» магнитного поля выражение

$$\mathbf{H}'=\frac{1}{c}[\mathbf{E}\times[\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}]], \tag{13}$$

получить

$$\mathbf{H}'=\frac{\mathcal{P}}{c}\left\{-\frac{9}{2}\frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})}{r^5}-\frac{3\mathbf{r}(\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{n})(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})}{r^5}+\right.$$
$$\left.+\frac{3\boldsymbol{\omega}}{2r^3}-\frac{3\mathbf{r}(\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{r})}{2r^5}+\frac{15\mathbf{r}(\boldsymbol{\omega}\cdot\mathbf{r})(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})^2}{2r^7}\right\}. \tag{14}$$

По отдельности выпишем вертикальную H_r' и горизонтальную H_θ' компоненты напряженности этого «приливного» магнитного поля над поверхностью Земли:

$$\begin{aligned} H'_r&=\frac{3\mathcal{P}\omega}{cr^3}(\cos^2\theta\cos\alpha-\cos\theta_0\cos\theta),\\ H'_\theta&=\frac{3\mathcal{P}\omega}{2cr^3}(3\cos^2\theta-1)\sin\alpha, \end{aligned} \tag{15}$$

где α — угол между направлениями $\boldsymbol{\omega}$ и $\mathbf{r}$, т. е. угол широты точки наблюдения *), θ_0 — угол между направлениями $\mathbf{n}$ и $\boldsymbol{\omega}$ (отметим, что он не зависит от времени) и θ — угол между направлениями $\mathbf{n}$ и $\mathbf{r}$. Для косинуса этого последнего угла можно выписать выражение

$$\cos\theta = \sin\theta_0 \sin\alpha \cos(\omega t + \varphi) + \cos\theta_0 \cos\alpha, \tag{16}$$

в котором φ — угол географической долготы точки наблюдения. Из (15) видно, что обе компоненты $\mathbf{H}'$ зависят от положения точки наблюдения, причем вертикальная компонента имеет части, меняющиеся во времени как с суточным периодом, так и с периодом в половину суток, тогда как горизонтальная составляющая $\mathbf{H}'$ имеет и переменную и постоянную части.

Подставляя численные значения всех необходимых параметров, можно оценить амплитуду «приливных» вариаций напряженности магнитного поля. Она оказывается порядка $10^{-7} \div 10^{-8}$ Э. Из этой оценки видно, что, хотя приливные эффекты оказывают влияние на магнитное поле, они не полностью определяют его вариации (см., напр., [3, 4]). Другие механизмы, могущие вызывать вариации полей, в особенности магнитного, пока еще не изучены в достаточной мере, хотя есть основания полагать, что некоторые из них также связаны с приливными воздействиями, в частности с влиянием этих воздействий на дифференциальные внутрипланетные движения, а также с влиянием приливных сил на пьезоэлектрическое перераспределение зарядов.

Заметим в заключение, что Солнце оказывает на Землю такое же по порядку величины приливное воздействие, как и Луна, так что нужно учитывать наложение полей, обусловленных обоими этими воздействиями. Кроме вариаций, связанных с суточным обращением Земли, имеются и еще более медленные изменения полей, обуславливаемые изменением угла θ_0 и расстояний R_0 от источников приливных воздействий до Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев В. И., Григорьева Е. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1991. **32**, № 5. С. 68.
2. Григорьева Е. В.//Изв. АН СССР. Физика Земли. 1990. № 10. С. 24.
3. Краев А. П. Основы геоэлектрики. М.; Л., 1951.
4. Яновский Б. М. Земной магнетизм. Л., 1978.

Поступила в редакцию
24.02.94

*) В отличие от географического угла широты α отсчитывается от направления $\boldsymbol{\omega}$, а не от экваториальной плоскости.

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

АСТРОНОМИЯ

УДК 524.77

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ГРУПП ГАЛАКТИК. КОРРЕЛЯЦИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЦВЕТА

В. В. Демин
(ГАИШ)

На основе имеющихся в литературе наблюдательных данных изучаются фотометрические свойства близких групп галактик из списка Караченцева. Показано, что ярчайшие галактики этих систем имеют близкие значения интегральных показателей цвета $(U-V)_T^0$, и это свидетельствует о близости звездного состава компонентов в