Результаты расчетов ряда характеристик электронного газа вблизи поверхности раздела металл—вакуум, энергий адсорбции атомов и ионов водорода, а также расстояния, на котором адсорбированный протон находится на поверхности металла, полученные в рамках предлагаемого метода [1—3], существенно лучше согласуются с экспериментальными данными, чем результаты одночастичного метода. Это указывает на преимущество обобщенного подхода для описания свойств неоднородных ферми-систем с корреляциями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еркович О. С., Комаров В. В., Попова А. М. и др.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1991. **32**, № 4. С. 42.
2. Еркович О. С., Комаров В. В., Попова А. М. и др.//Поверхность. 1993. № 2. С. 5.
3. Гаджиев А. М., Еркович О. С., Комаров В. В., Попова А. М.// //Вестн. Моск. ун-та, Физ. Астрон. 1990. **31**, № 4. С. 14.
4. Теория неоднородного электронного газа/Под ред. Ф. Лундквиста, Н. М. Марча. М., 1987.
5. Dreizler R. M., Gross E. K. U. Density Functional Theory. Springer-Verlag, 1990.
6. Киржниц Д. А. Полевые методы теории многих частиц. М., 1963.
7. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М., 1986.
8. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 4: Анализ операторов. М., 1982.

Поступила в редакцию
16.03.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

УДК 621.372.2

НОВАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЕТА МОД ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. Н. Боголюбов, А. Л. Делицын

(кафедра математики)

Предложена новая трехкомпонентная векторная постановка задачи расчета мод диэлектрических волноводов. В качестве собственного значения выступает непосредственно постоянная распространения. Предложенный метод существенно уменьшает требуемый объем машинной памяти и время счета.

Несмотря на то что применение метода конечных элементов к задаче расчета мод диэлектрических волноводов вызывает постоянный интерес, к настоящему времени отсутствуют достаточно эффективные алгоритмы, построенные на его основе [1]. Для волновода с произвольным кусочно-непрерывным профилем показателя преломления, сложной геометрией сечения и идеально проводящими стенками задача расчета мод формулируется следующим образом. Требуется найти решения вида $\mathbf{H}=\mathbf{H}(x, y)e^{i\beta z}$ уравнения

$$\operatorname{rot}\varepsilon^{-1}\operatorname{rot}\mathbf{H}-k^2\mu\mathbf{H}=0,\quad (x, y)\in D, \tag{1}$$

удовлетворяющие условиям

$$\varepsilon^{-1}\operatorname{rot}\mathbf{H}\times\mathbf{n}|_{\partial D}=0, \tag{2}$$

$$\mathbf{H}\times\mathbf{n}|_{C+}=\mathbf{H}\times\mathbf{n}|_{C-}, \tag{3}$$

$$\varepsilon^{-1}\operatorname{rot}\mathbf{H}\times\mathbf{n}|_{C+}=\varepsilon^{-1}\operatorname{rot}\mathbf{H}\times\mathbf{n}|_{C-}, \qquad (4)$$

где $\varepsilon(x, y)$, $\mu(x, y)$ — кусочно-непрерывные функции; C — линии разрыва функций ε, μ; D — поперечное сечение волновода, ∂D — его граница.

Расписывая уравнение (1) покомпонентно и сокращая на множитель $e^{i\beta z}$, приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial H_x}{\partial y}-k^2\mu H_x+\beta^2\varepsilon^{-1}H_x+\dfrac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial H_y}{\partial x}+i\beta\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial H_z}{\partial x}=0, \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial H_x}{\partial y}-\dfrac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial H_y}{\partial x}-k^2\mu H_y+\beta^2\varepsilon^{-1}H_y+i\beta\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial H_z}{\partial y}=0, \\ i\beta\dfrac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}H_x+i\beta\dfrac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}H_y-\dfrac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial H_z}{\partial x}-\dfrac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial H_z}{\partial y}-k^2\mu H_z=0. \end{cases} \qquad (5)$$

Возможно рассматривать данную задачу как задачу на собственные значения либо относительно параметра k^2, либо относительно входящей нелинейно постоянной распространения β. Постановка, в которой в качестве собственного значения выступает k^2, при применении метода конечных элементов малоэффективна. Это связано с тем, что нулевому собственному значению отвечает бесконечномерное подпространство собственных функций вида $\mathbf{H}=\nabla\varphi$ [2]. Поскольку $k^2\in[0,\infty)$ и $k^2=0$ является внешней точкой спектра, преимущества использования разреженных матриц в значительной степени теряются.

В работе [3] предлагается сделать замену переменных

$$\begin{aligned} \widetilde{H}_x&=i\beta H_x, \\ \widetilde{H}_y&=i\beta H_y. \end{aligned} \qquad (6)$$

В результате получается обобщенная задача на собственные значения

$$A\mathbf{H}=\beta^2 B\mathbf{H}, \qquad (7)$$

где матричные операторы A и B имеют вид

$$A=\begin{pmatrix} -\dfrac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial}{\partial y}-k^2\mu & \dfrac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial}{\partial y} & -\dfrac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial}{\partial x}-k^2\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (8)$$

$$B=\begin{pmatrix} -\varepsilon^{-1} & 0 & \varepsilon^{-1}\dfrac{\partial}{\partial x} \\ 0 & -\varepsilon^{-1} & \varepsilon^{-1}\dfrac{\partial}{\partial y} \\ -\dfrac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1} & -\dfrac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1} & \dfrac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial}{\partial x}+\dfrac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}\dfrac{\partial}{\partial y}+k^2\mu \end{pmatrix}.$$

Однако данная постановка предъявляет весьма высокие требования к памяти. Несмотря на то что матрицы A и B являются симметричными, они не знакоопределенные. Кроме того, матрица дифференциального оператора B не является диагональной. Все это существенно снижает эффективность подобного подхода.

В данном сообщении предлагается метод, приводящий систему (7) к задаче на собственные значения с диагональной матрицей B. Отметим, что практически единственным методом решения задачи на собственные значения с разреженными матрицами является метод Ланцоша, который требует факторизации матрицы, соответствующей оператору B. Применение для факторизации стандартного ленточного метода требует в 9 раз меньшего объема памяти, чем в случае постановки (7). Предлагаемый в данном сообщении метод основан на следующей факторизации матрицы B:

$$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\varepsilon^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & k^2\mu \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 1 & -\frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Таким образом, получено LDL^+-разложение матрицы B:

$$B=LDL^+, \tag{10}$$

где

$$L=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 1 \end{pmatrix}, \quad D=\begin{pmatrix} -\varepsilon^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & k^2\mu \end{pmatrix}.$$

Сделаем замену

$$\tilde{\mathbf{H}}=L^+\mathbf{H}$$

и перейдем от задачи (7) к задаче

$$\tilde{A}\tilde{\mathbf{H}}=\beta^2 D\tilde{\mathbf{H}}, \tag{11}$$

где

$$\tilde{A}=L^{-1}A(L^+)^{-1}=$$

$$=\begin{pmatrix} -\frac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}\frac{\partial}{\partial y}-k^2\mu & \frac{\partial}{\partial y}\varepsilon^{-1}\frac{\partial}{\partial x} & k^2\mu\frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}\frac{\partial}{\partial y} & -\frac{\partial}{\partial x}\varepsilon^{-1}\frac{\partial}{\partial x}-k^2\mu & k^2\mu\frac{\partial}{\partial y} \\ -k^2\frac{\partial}{\partial x}\mu & -k^2\frac{\partial}{\partial y}\mu & k^2\frac{\partial}{\partial x}\mu\frac{\partial}{\partial x}+k^2\frac{\partial}{\partial y}\mu\frac{\partial}{\partial y} \end{pmatrix}.$$

Подчеркнем, что в новых переменных условия (2)—(4) сохраняют свой вид. Особо отметим, что, как это видно из формулы (11), порядок производных в матричном операторе $\tilde{A}$ не увеличился, а сохранился равным 2.

В отличие от постановки (7) в данной постановке уже невозможно использовать конформные конечные элементы типа элементов Куранта и необходимо применять смешанные конечные элементы для точной аппроксимации нулевого собственного значения. Это связано с тем, что множество собственных функций вида $(0\ 0\ H_z)^T$ переходит в функции вида $\left(-\frac{\partial H_z}{\partial x}\ -\frac{\partial H_z}{\partial y}\ H_z\right)^T$. Однако последнее обстоятельство в еще большей степени увеличивает эффективность предлагаемого подхода, поскольку дополнительно уменьшает запросы к объему памяти.

ЛИТЕРАТУРА

1. Свешников А. Г., Боголюбов А. Н., Минаев Д. В., Сычкова А. В.//Радиотехн. и электроника. 1993. **36**, № 5. С. 804.
2. Hano M.//IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1984. **MTT-32**. P. 1275.
3. Lee J. F., Sun D. K., Cendes Z. J.//Ibid. 1991. **MTT-39**. P. 1262.

Поступила в редакцию
24.10.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 2

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.373

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОМОДУЛЯЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В СИСТЕМЕ ДВУХ ОПТИЧЕСКИ СВЯЗАННЫХ ИНЖЕКЦИОННЫХ ЛАЗЕРОВ

Д. А. Грибков, В. В. Грибкова, Ю. И. Кузнецов

(кафедра физики колебаний)

Численными методами исследованы процессы автомодуляции излучения в системе двух оптически связанных инжекционных лазеров, в каждом из которых возможна хаотическая автомодуляция. Приводятся бифуркационные диаграммы динамических процессов в зависимости от связи и тока накачки.

Автомодуляция (АМ) излучения инжекционных лазеров (ИЛ) является весьма распространенным явлением [1—7]. К настоящему времени автомодуляционные процессы в ИЛ, в том числе хаотические, изучались в следующих случаях: а) при модуляции добротности резонатора ИЛ внешним периодическим воздействием [2], б) при наличии запаздывающей обратной связи по току накачки [3], в) при учете явления диффузии носителей в область, обедненную ими после выжигания [4], г) в системах связанных ИЛ [5—7]. В работах [5—7] рассматривались системы связанных ИЛ, каждый из которых в отдельности находится в режиме стационарной генерации излучения, хотя известно, что хаотическая АМ возможна и в отдельном ИЛ [3, 4]. Кроме того, при исследовании нерегулярных режимов АМ излучения в работах [5—7] не использовались методы нелинейной динамики и не изучались бифуркационные явления.

В данной работе численными методами исследуются динамические процессы АМ излучения в системе двух оптически связанных ИЛ, в каждом из которых может существовать хаотическая АМ [4]. В качестве базовой модели взята модель ИЛ, учитывающая явление диффузии носителей в область, обедненную ими после выжигания [4]. Система дифференциальных уравнений, описывающая два оптически связанных ИЛ, в этом случае имеет вид

$$dX_1/dt = R(Y_1-1)X_1 - \theta X_1 + \beta Y_1 + S_1 X_2,$$
$$dY_1/dt = I_1 - \gamma Y_1 - R(Y_1-1)X_1 + kR(Y_{1\tau}-1)X_{1\tau},$$
$$dX_2/dt = R(Y_2-1)X_2 - \theta X_2 + \beta Y_2 + S_2 X_1,$$
$$dY_2/dt = I_2 - \gamma Y_2 - R(Y_2-1)X_2 + kR(Y_{2\tau}-1)X_{2\tau}.$$

Здесь $X_{1,2}$ — средние нормированные концентрации фотонов в каждом ИЛ, $Y_{1,2}$ — средние нормированные концентрации носителей в этих