УДК 531.51

N КОСМИЧЕСКИХ СТРУН В ПРОСТРАНСТВЕ РИМАНА — КАРТАНА

А. В. Прокофьев

(кафедра теоретической физики)

Показано, что для возникновения N параллельных космических струн в пространстве Римана—Картана с нетривиальным кручением условия на константы взаимодействия остаются теми же, что и в случае одной струны. Асимптотически на бесконечности пространство ведет себя как коническое.

1. Введение

Космические струны впервые были рассмотрены в работах Киббла [1], и после того как Зельдович указал на их возможные проявления в астрофизике и космологии [2], они стали предметом интенсивного исследования. В ставшей уже классической работе [3] был подведен итог работ, выполненных к 1985 г. В последующие годы изучение космических струн продолжалось по нескольким направлениям: поиск новых эффектов с целью экспериментальной проверки существования космических струн (кинематические эффекты [4], эффекты взаимодействия космических струн с другими полями [5]), поиск новых типов космических струн (сверхпроводящие струны [6] и др.), поиск решений типа космических струн в неэйнштейновских теориях гравитации [7, 8].

В [7] рассматривается теория Йордана—Бранса—Дикке, в которой космическая струна описывается конформно конической метрикой. В [8] был предложен механизм появления космической струны в результате спонтанного нарушения симметрии в пространстве Римана—Картана.

Целью данной работы является изучение мультиконического пространства с кручением, возникающего в теории Эйнштейна—Картана.

2. Космические струны в теории Эйнштейна—Картана

Рассмотрим пространство Римана—Картана U_4. Антисимметричная часть связности $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ называется тензором кручения:

$$Q^{\alpha}{}_{\mu\nu}=\frac{1}{2}\left(\Gamma^{\alpha}{}_{\mu\nu}-\Gamma^{\alpha}{}_{\nu\mu}\right). \qquad (1)$$

Пространство-время в этом подходе задается тензорами $g_{\mu\nu}$ и $Q^{\alpha}{}_{\mu\nu}$. Если лагранжиан теории выбран в виде

$$\mathfrak{L}=\frac{1}{16\pi}\widetilde{R}, \qquad (2)$$

где $\widetilde{R}$ — скаляр кривизны, то в ней не будет динамических уравнений для кручения. Поэтому возникает необходимость рассматривать теории с лагранжианом более общего вида. Из всех возможных лагранжианов в пространстве U_4, квадратичных по $\widetilde{R}$ и кручению [9], мы выберем лагранжиан, описывающий так называемую минимальную пуанкаре-калибровочную теорию гравитации, взаимодействующую неминимальным образом со скалярным полем φ:

$$\mathfrak{L}=\frac{1}{16\pi}\left(\frac{1}{2}\,\partial_{\mu}\varphi\partial^{\mu}\varphi-\xi\widetilde{R}\varphi^{2}+a_{3}Q_{\mu}Q^{\mu}\varphi^{2}\right). \qquad (3)$$

Тогда уравнения движения для этого лагранжиана

$$\frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta g_{\nu\mu}}=\xi\varphi^2\left(R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right)+(a_3-4\xi)\left(Q_\mu Q_\nu-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}Q_\alpha Q^\alpha\right)\varphi^2+$$

$$+\xi\left(K^\alpha{}_{\mu\beta}K^\beta{}_{\nu\alpha}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}K^{\alpha\gamma\delta}K_{\delta\gamma\alpha}\right)\varphi^2+$$

$$+4\xi\left((\partial_\mu\varphi^2)Q_\nu-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}(\partial_\alpha\varphi^2)Q^\alpha\right)-$$

$$-\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_\alpha\varphi\partial^\alpha\varphi\right)-\xi\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi^2+\nabla_\alpha\nabla^\alpha\varphi^2 g_{\mu\nu}=0, \qquad (4а)$$

$$\frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta\varphi}\equiv 2\varphi\left(\xi R-4\xi\nabla_\alpha Q^\alpha+(a_3-4\xi)Q_\alpha Q^\alpha+\xi K^{\alpha\beta\gamma}K_{\gamma\beta\alpha}\right)+\nabla_\alpha\nabla^\alpha\varphi=0, \qquad (4б)$$

$$\frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta Q_{\mu\nu\rho}}=\left[\xi\nabla_\alpha\varphi^2+\left(\frac{a_3}{4}-\xi\right)K_\alpha\varphi^2\right][g_{\rho\nu}\delta^\alpha_\mu-g_{\mu\nu}\delta^\alpha_\rho]+\xi\varphi^2(K_{\nu\mu\rho}-K_{\nu\rho\mu})=0. \qquad (4в)$$

Здесь R, $R_{\mu\nu}$, ∇_μ построены из символов Кристоффеля $\Gamma^\alpha{}_{\mu\nu}=\tilde{\Gamma}^\alpha{}_{\mu\nu}-K^\alpha{}_{\mu\nu}$, и $K^\alpha{}_{\mu\nu}=Q^\alpha{}_{\mu\nu}+Q_{\mu\nu}{}^\alpha+Q_{\nu\mu}{}^\alpha$ — тензор конторсии.

В нашей работе, которая готовится к печати, показано, что метрика, описывающая одну тонкую прямую бесконечную космическую струну с линейной плотностью μ, существует всегда, ее линейная плотность произвольна, но почти всегда кручение равно нулю, что практически означает редукцию U_4 в V_4. Нетривиальное кручение в этом случае имеет место, когда константы взаимодействия a_3 и ξ в (3) связаны одним из двух соотношений:

1) либо $a_3=(8/3)\xi(1/(1-12\xi))$, тогда метрика является конформно струнной (аналогично [7]), кручение и скалярное поле φ с удалением от струны уменьшаются по степенному закону;

2) либо $a_3=(8/3)\xi$, тогда метрика будет метрикой струны, скалярное поле φ-константой, а тензор кручения будет представлен только своим следом с одной динамической связью, наложенной на его 4 компоненты. Результаты работы [8] частично и являются этим случаем.

3. Мультиконическое пространство

Обычно метрику пространства, описывающего одну бесконечно тонкую прямую бесконечную струну, задают в цилиндрических координатах (t, r, ϑ, z), где ось Oz направлена вдоль струны:

$$ds^2=dt^2-dr^2-b^2r^2d\vartheta^2-dz^2,$$

$\mu=(1-b)/4$ — линейная плотность струны. Обобщение этой метрики на случай многих струн, сделанное Летельером [10], удобнее всего выразить в координатах (t, x, y, z). Замена переменных

$$r\to\frac{r^b}{b},\ \vartheta\to\vartheta,\ r\to\sqrt{x^2+y^2},\ \vartheta\to\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$$

приводит метрику с одной струной к виду

$$ds^2=dt^2-e^{-4V_1}(dx^2+dy^2)-dz^2,$$

где $V_1=2\mu\ln\sqrt{x^2+y^2}$ — ньютоновский потенциал бесконечного шнура линейной плотности μ. Это наблюдение позволяет легко выписать метрику для N космических струн, параллельных оси Oz:

$$ds^2=dt^2-e^{\Omega}(dx^2+dy^2)-dz^2, \tag{5}$$

$$\Omega=-\sum_{i=1}^{N}8\mu\ln\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}. \tag{6}$$

Здесь каждая i-струна проходит через точку $(x_i,\ y_i)$ плоскости $(x,\ y)$. Пространство-время в геометрии Римана—Картана, в котором метрика сводится к такому виду, мы и будем называть мультиконическим.

Рассмотрим, в каких случаях мультиконическое пространство (5)—(6) возникает в теории (3).

Метрика (5)—(6) описывает следующие геометрические объекты:

$$\Gamma^1_{11}=-\Gamma^1_{22}=\Gamma^2_{12}=\Gamma^2_{21}=\frac{1}{2}\Omega_x,$$

$$\Gamma^2_{22}=-\Gamma^2_{11}=\Gamma^1_{12}=\Gamma^1_{21}=\frac{1}{2}\Omega_y, \tag{7}$$

$$R_{11}=R_{22}=-\frac{1}{2}(\Omega_{xx}+\Omega_{yy}),$$

$$R=e^{-\Omega}(\Omega_{xx}+\Omega_{yy}).$$

Уравнение (4в) можно разрешить относительно кручения:

$$Q^{\alpha}{}_{\mu\nu}=\frac{1}{1-(3/8)(a_3/\xi)}\,\frac{\partial_\mu\varphi g^\alpha_\nu-\partial_\nu\varphi g^\alpha_\mu}{2\varphi}. \tag{8}$$

Обозначим $\tau=\dfrac{1}{1-(3/8)(a_3/\xi)}$. Тогда возможны далее два случая: либо $a_3/\xi=8/3$ и $\tau\to\infty$, либо $a_3/\xi\neq 8/3$ и τ конечно. Рассмотрим каждый из них отдельно.

1°. Значение τ конечно. В этом случае система уравнений движения (4а—б) с учетом (5), (7)—(8) принимает следующий вид:

$$e^{-\Omega}\left[-\frac{1}{2}\xi\varphi^2(\Omega_{xx}+\Omega_{yy})-2\xi\varphi(\varphi_{xx}+\varphi_{yy})+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{1}{4}(1-12\xi\tau)-2\xi\right)(\varphi_x^2+\varphi_y^2)\right]=0, \tag{9а}$$

$$-\frac{1}{4}(1-12\xi\tau)(\varphi_x^2-\varphi_y^2)+2\xi\left[\varphi_y^2+\varphi\varphi_{yy}+\frac{1}{2}\varphi(\Omega_x\varphi_x-\Omega_y\varphi_y)\right]=0, \tag{9б}$$

$$-\frac{1}{4}(1-12\xi\tau)(\varphi_y^2-\varphi_x^2)+2\xi\left[\varphi_x^2+\varphi\varphi_{xx}+\frac{1}{2}\varphi(\Omega_y\varphi_y-\Omega_x\varphi_x)\right]=0, \tag{9в}$$

$$-\frac{1}{2}(1-12\xi\tau)\varphi_x\varphi_y-2\xi\left[\varphi_x\varphi_y'+\varphi\varphi_{xy}-\frac{1}{2}\varphi(\Omega_x\varphi_y+\Omega_y\varphi_x)\right]=0, \tag{9г}$$

$$e^{-\Omega}[2\xi\varphi(\Omega_{xx}+\Omega_{yy})-(1-12\xi\tau)(\varphi_{xx}+\varphi_{yy})]=0. \tag{9д}$$

Из (5) следует, что $e^{-\Omega}\neq 0$ и тогда $e^{-\Omega}$ в (9а) и (9д) можно отбросить. В полученной системе уравнений, вычитая (9б) и (9в) из выражения в квадратных скобках (9а), получим

$$-\frac{1}{2}\xi\varphi^2(\Omega_{xx}+\Omega_{yy})+\frac{1}{4}(1-12\xi\tau)(\varphi_x^2+\varphi_y^2)=0.$$

Подставляя сюда явный вид (6), находим, что $R=0$, поэтому

$$\frac{1}{4}(1-12\xi\tau)(\varphi_x^2+\varphi_y^2)=0,$$

откуда получаем либо $\varphi=\text{const}$ и, значит, по (8) тензор кручения равен нулю, что приводит нас к обычному риманову пространству, в котором уже существует мультиконическое решение [10], либо $1-12\xi\tau=0$. В таком случае мы имеем вместо (9) следующую систему:

$$\varphi(\varphi_{xx}+\varphi_{yy})+\varphi_x^2+\varphi_y^2=0,$$

$$\varphi_y^2+\varphi\left(\varphi_{yy}+\frac{1}{2}\Omega_x\varphi_x-\frac{1}{2}\Omega_y\varphi_y\right)=0,$$

$$\varphi_x^2+\varphi\left(\varphi_{xx}+\frac{1}{2}\Omega_y\varphi_y-\frac{1}{2}\Omega_x\varphi_x\right)=0,$$

$$\varphi_x\varphi_y+\varphi\left(\varphi_{xy}-\frac{1}{2}\Omega_x\varphi_y-\frac{1}{2}\Omega_y\varphi_x\right)=0.$$

В этой системе первые три уравнения зависимы, и мы вычеркнем третье уравнение. Введем обозначение $f=\varphi^2$, тогда

$$f_{xx}+f_{yy}=0,$$

$$f_{yy}+\frac{1}{2}\Omega_x f_x-\frac{1}{2}\Omega_y f_y=0,$$

$$f_{xy}-\frac{1}{2}\Omega_x f_y-\frac{1}{2}\Omega_y f_x=0.$$

Решение этой системы легко найти, полагая, что f — комплексное число. В этом случае введем $z=x+iy$, $f=f(z)$ и тогда

$$f=C\int\prod_{i=1}^{N}(z-z_i)^{-8\mu_i}dz,$$

где $z_i=x_i+iy_i$ — точка, через которую проходит струна массой μ_i, C — константа интегрирования. Итак, мы видим, что нетривиальное мультиконическое решение существует, вообще говоря, только если $1-12\xi\tau=0$.

2°. Значение $\tau\to\infty$ ($a_3/\xi=8/3$). Здесь уравнение (4в) неразрешимо относительно кручения. В самом деле, свертка по индексам μ и ν дает

$$-3\nabla_\rho\varphi^2=0.$$

Это означает, что $\varphi=\text{const}$. Тогда (4в) приводит тензор кручения к векторному виду:

$$Q_{\nu\mu\rho}=\frac{1}{3}(g_{\mu\nu}Q_\rho-g_{\rho\nu}Q_\mu).$$

Поэтому уравнения движения (4а), (4б) принимают вид

$$\xi\left(R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right)=0,$$

$$\xi(R-4\nabla_\alpha Q^\alpha)=0.$$

Но тогда $R=0$, т. е. $\nabla_\alpha Q^\alpha=0$. В случае (5)—(6) $R=0$ автоматически, и тогда решение задачи имеет вид

$$ds^2=dt^2-e^\Omega(dx^2+dy^2)-dz^2,$$

$$\varphi=\text{const},$$

$$Q^\alpha{}_{\mu\nu}=\frac{1}{3}(Q_\mu\delta_\nu^\alpha-Q_\nu\delta_\mu^\alpha),$$

где единственными неизвестными являются 4 векторные компоненты кручения Q_α, удовлетворяющие уравнению

$$g^{\alpha\beta}\nabla_\alpha Q_\beta = Q_{0,0} - e^{-\Omega}(Q_{1,1}+Q_{2,2}) - Q_{3,3} = 0. \tag{10}$$

Пусть $Q_\mu = \nabla_\mu q$, тогда

$$q_{00} = q_{33} + e^{-\Omega}(q_{11}+q_{22}).$$

Разделяя переменные: $q = T(t)Z(z)Q(x, y)$, получим

$$T'' - (\varkappa+\lambda)T = 0,$$

$$Z'' - \varkappa Z = 0,$$

$$e^{-\Omega}(Q_{xx}+Q_{yy}) = \lambda Q(x, y),$$

где $\varkappa$ и λ — произвольные постоянные. По z и t решение очевидно. Уравнение для Q в явном виде выписывается следующим образом:

$$Q_{xx}+Q_{yy} = \lambda \prod_{i=1}^{N}\left[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2\right]^{-4\mu_i} Q.$$

При переходе к полярным координатам $r=\sqrt{x^2+y^2}$, $\vartheta = \operatorname{arctg}\ y/x$ найдем, что

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rQ_r) + \frac{1}{r^2}Q_{\vartheta\vartheta} = \lambda Q \prod_{i=1}^{N} d^{-8\mu_i}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i), \tag{11}$$

где $d(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = \sqrt{r^2+r_i^2-2rr_i\cos(\vartheta-\vartheta_i)}$ — расстояние от текущей точки плоскости до i-й струны. В предельном случае внешней краевой задачи $(r\to\infty)$ в последнем уравнении можно разделить переменные: $Q = R(r)\Phi(\vartheta)$. Тогда

$$\Phi'' = \nu^2\Phi = 0,$$

$$r^2R'' + rR' + (-\lambda r^{2-8\mu} - \nu^2)R = 0,$$

где $\mu = \sum_{i=1}^{N}\mu_i$ и

$$\Phi = a_\nu \cos\nu(\vartheta+\vartheta_\nu).$$

Условие периодичности требует, чтобы $\Phi(\vartheta+2\pi) = \Phi(\vartheta)$, что означает, что $2\pi\nu = 2\pi n$, откуда $\nu = n$.

Тогда для R находим [11]

$$R = \begin{cases} Z_{\frac{n}{1-4\mu}}\left(\frac{\sqrt{-\lambda}}{1-4\mu}r^{1-4\mu}\right), & \lambda\neq 0,\ n\text{ — любое},\\ C_1r^n + C_2r^{-n}, & \lambda = 0,\ n\neq 0,\\ C_1 + C_2\ln r, & \lambda = 0,\ n = 0.\end{cases}$$

Здесь Z_ξ — функция Бесселя ξ-го порядка.

Таким образом, на бесконечности

$$q \sim \sqrt{\frac{2(1-4\mu)}{\pi r^{1-4\mu}(-\lambda)}}\cos\left(\frac{\sqrt{-\lambda}}{1-4\mu}r^{1-4\mu} - \frac{\pi}{2}\frac{n}{1-4\mu} - \frac{\pi}{4}\right),$$

поэтому тензор кручения ведет себя как

$$Q^{\alpha}_{\ \mu\nu} \sim r^{-3/2+2\mu},$$

т. е. его компоненты медленно спадают при удалении от струны, а вся задача на асимптотике $r \to \infty$ воспринимается как задача с одной бесконечной струной, лежащей вдоль оси $0z$ и имеющей массу, равную суммарной массе всех N струн.

4. Заключение

В настоящей работе показано, что в пространстве Римана—Картана в модели с лагранжианом вида (3) существует нетривиальное решение, описывающее пучок из N параллельных космических струн и ненулевое кручение, только в следующих двух случаях связи констант взаимодействия.

1°. Значение $a_3 = (8/3)\xi(1/(1-12\xi))$. Здесь метрика описывается выражениями (4)—(5), кручение имеет векторный вид (8), а скалярное поле φ задается выражением

$$\varphi^2 = \mathrm{Re}\left[C \int \prod_{i=1}^{N} (z-z_i)^{-8\mu_i} dz\right].$$

2°. Значение $a_3 = (8/3)\xi$. Здесь метрика также описывается (4)—(5), тензор кручения имеет векторный вид и является решением уравнения (10), скалярное поле $\varphi = \mathrm{const}$. В частности, в цилиндрических координатах (t, r, ϑ, z) на асимптотике $r \to \infty$ кручение может иметь вид

$$Q^0_{10} = Q^2_{12} = Q^3_{13} = \frac{1}{3} \frac{Q}{r},$$

а все остальные компоненты равны нулю.

Из этого результата видно, что не появляется дополнительных ограничений на лагранжиан (3) при рассмотрении не одной, а многих космических струн. Однако в отличие от случая одной струны кручение в мультиконическом пространстве U_4 уже для двух струн имеет весьма сложный вид. Оно всегда зависит не только от радиус-вектора r, но и от угловой координаты ϑ, хотя при удалении от пучка струн на бесконечность зависимость от ϑ практически исчезает и, таким образом, кручение на асимптотике эффективно описывает одну космическую струну с массой, равной сумме масс N струн.

Итак, если имеется такая связь между константами a_3 и ξ, то в результате эволюции Вселенной возможно появление любого количества космических струн, причем пространство по-прежнему будет U_4. В случае, если a_3 и ξ не связаны указанным образом, космические струны могут образоваться, их массы могут быть произвольными, но кручение в теории будет отсутствовать, т. е. пространство фактически станет V_4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kibble T. W. B.//J. Phys. A: Math. Gen. 1976. **9**. P. 1387; Phys. Rep. 1980. **67**. P. 183.
2. Zel'dovich Ya. B.//Month. Not. R. Astron. Soc. 1980. **192**. P. 663.
3. Vilenkin A.//Phys. Rep. 1985. **121**. P. 263.
4. Gal'tsov D. V., Masár E.//Class. Quantum. Grav. 1989. **6**. P. 1313.
5. Audretsh J., Economou A.//Phys. Rev. 1991. **D44**. P. 3774.

6. W i t t e n E. M.//Nucl. Phys. 1985. **B249.** P. 557.
7. G u n d l a c h C., O r t i z E.//Phys. Rev. 1990. **D42.** P. 2521.
8. B a k e r W. M.//Class. Quantum. Grav. 1990. **7.** P. 717.
9. C h r i s t e n s e n S. M.//J. Phys. A: Math. Gen. 1980. **13.** P. 3001.
10. L e t e l i e r P. S.//Class. Quantum. Grav. 1987. **4.** P. L75.
11. К а м к е Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М., 1971. Гл. 2, 2.162(1а).

Поступила в редакцию
22.07.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 3

УДК 539.12.01

О СООТНОШЕНИИ ПАРАМЕТРИЗАЦИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ТОКОВ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

Е. В. Баландина, Н. П. Юдин

(НИИЯФ; кафедра физики элементарных частиц)

Рассмотрена связь теоретико-полевой параметризации матричных элементов векторных токов с параметризацией, предложенной Ю. М. Широковым. Широковская параметризация актуальна при больших спинах частиц и в развивающейся релятивистской квантовой механике составных систем с небольшим числом степеней свободы.

1. Настоящая заметка посвящена обсуждению некоторых неочевидных вопросов соотношения двух различных параметризаций матричных элементов типа $\langle \mathbf{p}'m'|J^\mu|\mathbf{p}m\rangle$ от векторных токов. Для определенности будем считать J^μ электромагнитным током; $\mathbf{p}m$, $\mathbf{p}'m'$ — импульсы и проекции спинов на ось квантования в системе покоя начальной и конечной частицы; нормировка векторов состояния предполагается инвариантной:

$$\langle \mathbf{p}'|\mathbf{p}\rangle = (2\pi)^3\, 2p_0 \delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}').$$

2. Наиболее распространенный способ параметризации тока $\langle \mathbf{p}'m'|J^\mu|\mathbf{p}m\rangle$ апеллирует к трансформационным свойствам полевых величин, и мы условно будем называть такую параметризацию полевой. Для частиц со спинами $s=1/2$ и 1 полевая параметризация тока имеет соответственно следующий хорошо известный вид [1]:

$$\langle \mathbf{p}'m'|J^\mu|\mathbf{p}m\rangle = \bar{u}'\left[F_1(q^2)\gamma^\mu - \frac{æ}{2M}\sigma^{\mu\nu}q_\nu F_2(q^2)\right]u,$$

$$\langle \mathbf{p}'m'|J^\mu|\mathbf{p}m\rangle = G_1(q^2)(\xi'^*\xi)\mathscr{P}^\mu +$$
$$+ G_2(q^2)\left[\xi^\mu(\xi'^*q) - \xi'^{*\mu}(\xi q)\right] - G_3(q^2)\frac{(\xi q)(\xi'^* q)}{2M^2}\mathscr{P}^\mu. \quad (1)$$

Здесь $F_{1,2}(q^2)$, $G_{1,2,3}(q^2)$ — формфакторы ($F_{1,2}$ называются дираковскими), $q^\mu=(p'-p)^\mu$, $\mathscr{P}^\mu=(p+p')^\mu$, γ^μ — дираковские матрицы, $\sigma^{\mu\nu}=1/2[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$,

$$u=u(p, m)=\sqrt{p_0+M}\begin{pmatrix} w_m \\ \dfrac{\sigma\mathbf{p}}{p_0+M}w_m\end{pmatrix},$$

$\bar{u}=u^+\gamma^0$, $u'=u(p', m')$ — 4-спиноры, $\xi'=\xi(p', m')$, $\xi=\xi(p, m)$ — единичные 4-векторы,