

УДК 535.417

## ЗАВИСИМОСТЬ ОПТИЧЕСКИХ И СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОНКОСЛОЙНЫХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ СТРУКТУР ОТ УГЛА ПАДЕНИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

А. В. Козарь, Е. В. Путрина, О. В. Фионова

*(кафедра радиофизики)*

На основе численного эксперимента для тонкослойных интерференционных структур с двумя слоями в периоде исследовано смещение экстремумов пропускания, а также проведено сравнение ширины угловой полосы пропускания для тонкослойных и четвертьволновых структур при различных параметрах структуры. Получены соотношения для определения толщин слоев тонкослойных интерференционных структур, необходимых для согласования подложки при заданном угле падения. Показана возможность как просветления одной подложки при двух различных параметрах одного из слоев в отличие от  $\lambda/4$ -структур, так и согласования одной структурой двух различных подложек. Показана также возможность согласования на заданной длине волны с помощью одной тонкослойной структуры одновременно при двух различных углах падения.

В проводившихся ранее исследованиях свойств тонкослойных интерференционных структур (ТИС) рассматривалось лишь нормальное падение электромагнитной волны на структуры такого класса [1, 2]. Однако на практике часто приходится иметь дело с наклонным падением волн на слоистые среды и структуры. В связи с этим в настоящей работе и проведено исследование зависимости оптических и спектральных свойств ТИС от угла падения на нее плоской волны. При анализе были сделаны следующие общие допущения:

- 1) среда, из которой падает излучение, однородна и полубесконечна;
- 2) тонкослойная структура, просветляющая подложку, такова, что все ее слои однородны и ограничены только вдоль оси  $z$ , т. е. краевые эффекты отсутствуют;
- 3) волна плоская и монохроматическая;
- 4) потери в слоях отсутствуют.

### 1. Анализ спектральных характеристик ТИС

Под спектральными характеристиками ТИС будем понимать зависимости коэффициентов пропускания от длины волны  $T(\lambda)$ .

В данной работе рассчитывались спектральные характеристики  $T(\lambda)$  при различных углах падения  $(\theta=0, 30^\circ, 50^\circ, 70^\circ)$  плоской волны на ТИС, состоящую из двух слоев с показателями преломления  $n_1=1,45$  и  $n_2=2,55$ . Подложкой служил кремний с  $n_s=3,42$ . Здесь и далее индексом «1» помечены характеристики слоя, граничащего со средой, из которой распространяется волна. Для сравнения рассматривались также спектральные характеристики четвертьволнового просветляющего слоя для той же подложки.

В результате численного эксперимента были получены графические зависимости, представленные на рис. 1—3. Анализ полученных зависимостей приводит к следующим результатам.

1. Для длинноволновой (см. [2]) области спектра:

а) при увеличении угла падения пик согласования смещается в сторону коротковолновой области спектра;

б) в случае  $s$ -поляризованной волны форма пика приблизительно сохраняется; в случае  $p$ -поляризованной волны крутизна характеристики в левой части меняется слабо, а правая часть характеристики из-

меняется заметно, стремясь к асимптотическому значению коэффициента пропускания от подложки при данном угле падения.

2. Для коротковолновой области спектра:

а) при увеличении угла падения все пики смещаются так же, как и длинноволновый пик;

б) может происходить селекция частот; так, например, на рис. 1, а уменьшается левый локальный максимум и увеличивается правый, соответствующий прилегающему к подложке слою.

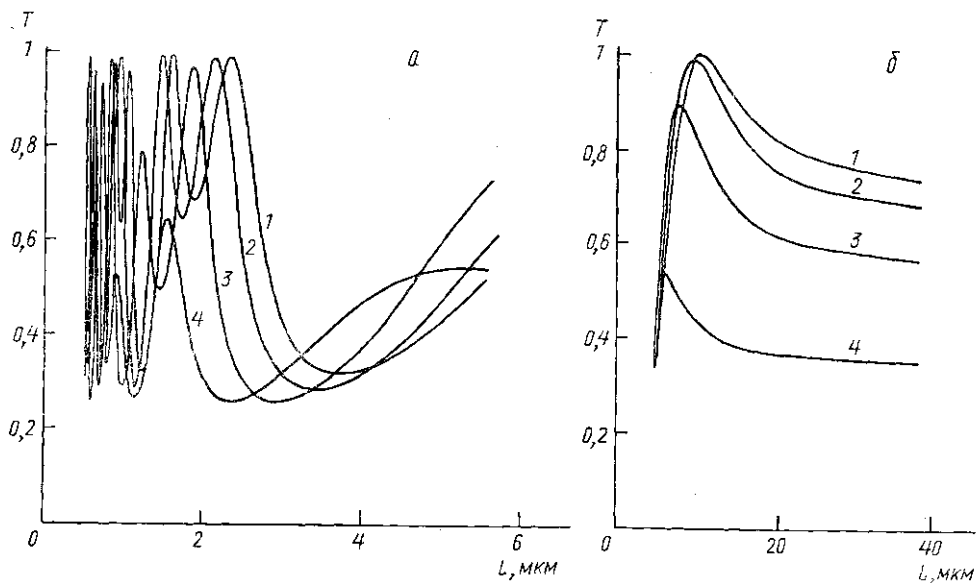


Рис. 1. Зависимость коэффициента пропускания двухслойной ТИС от длины  $s$ -поляризованной волны при  $n_1 > n_2$  для коротковолновой (а) и длинноволновой (б) областей спектра при углах падения  $\theta = 0$  (1),  $30^\circ$  (2),  $50^\circ$  (3) и  $70^\circ$  (4)

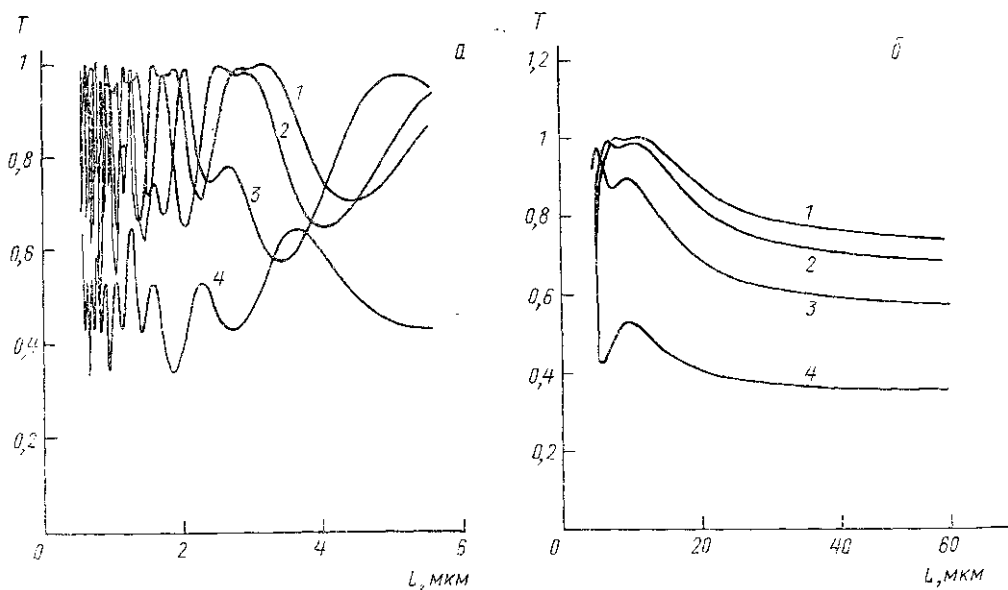


Рис. 2. То же, что на рис. 1, при  $n_1 < n_2$

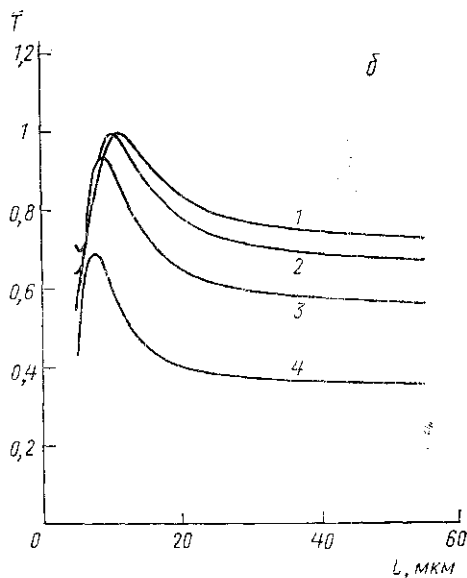
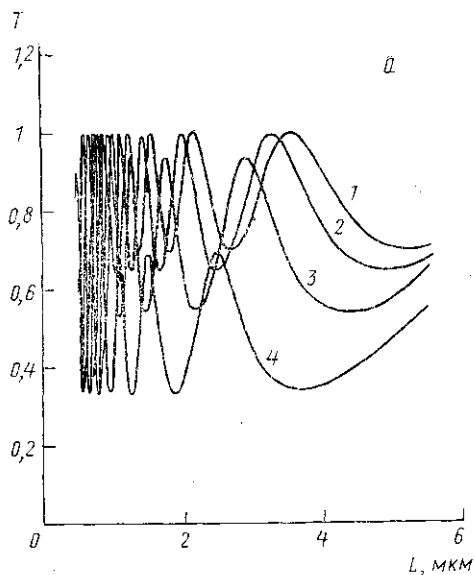


Рис. 3. Зависимость коэффициента пропускания четвертьволнового слоя от длины  $s$ -поляризованной волны для коротковолновой (а) и длинноволновой (б) областей спектра при углах падения  $\theta=0$  (1),  $30^\circ$  (2),  $50^\circ$  (3) и  $70^\circ$  (4)

## 2. Зависимость оптических характеристик ТИС от угла падения плоской волны

Численный анализ зависимости  $T(\theta)$  в случае  $s$ -поляризации позволяет сделать следующие выводы.

1. Сравнение зависимостей  $T(\theta)$  для двухслойных ТИС и четвертьволнового слоя показывает, что ширина угловой полосы пропускания ТИС и четвертьволнового слоя одинакова в случае  $n_1=n_2$  и угловая характеристика ТИС шире (уже) аналогичного параметра для  $\lambda/4$ -слоя в случае  $n_1 < n_2$  ( $n_1 > n_2$ ).

Соответствующие графики представлены на рис. 4.

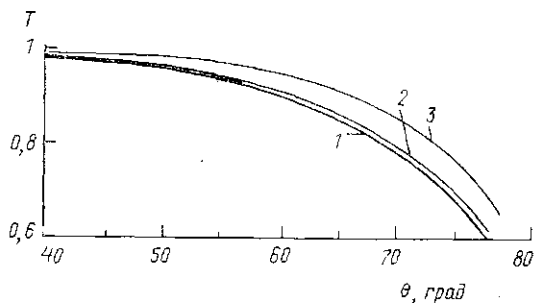


Рис. 4. Зависимость коэффициента пропускания от угла падения  $s$ -поляризованной волны для двухслойных ТИС с  $n_1 > n_2$  (1),  $n_1 < n_2$  (3) и четвертьволнового слоя (2)

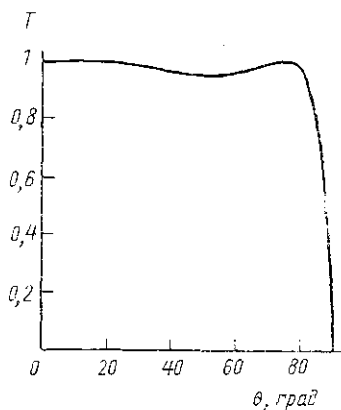


Рис. 5. Зависимость коэффициента пропускания от угла падения  $p$ -поляризованной волны для двухслойной ТИС с  $n_1=n_s=3,698$ ,  $n_2=n_L=1$

2. Для периодической структуры ширина угловой полосы пропускания ТИС меньше, чем  $\lambda/4$ -структуры, и при увеличении числа пар слоев стремится к значению аналогичного параметра для четвертьволнового слоя.

Аналитический расчет с помощью матричной методики [3] условий равенства нулю коэффициента отражения в общем случае двухслойной периодической структуры (четное число слоев) приводит к системе

$$\rho_L \rho_s = \frac{{}^2m_{21}}{{}^2m_{12}}, \quad (1)$$

$$\frac{\rho_s}{\rho_L} = \frac{{}^2m_{11}U_{K-1}(x_N) - U_{K-2}(x_N)}{{}^2m_{22}U_{K-1}(x_N) - U_{K-2}(x_N)}, \quad (2)$$

где  ${}^2m_{i,j}$  — элементы характеристической матрицы двухслойного ( $N=2$ ) периода структуры,  $U_{K-1}(x_N)$ ,  $U_{K-2}(x_N)$  — полиномы Чебышева второго рода,  $K$  — число периодов,

$$\rho_i = n_i \cos(\theta_i) \quad (3)$$

для  $s$ -поляризованной волны,

$$\rho_i = \cos(\theta_i)/n_i \quad (4)$$

для  $p$ -поляризованной волны,

индекс « $L$ » относится к среде, из которой распространяется волна, индекс « $s$ » — к материалу подложки. Отсюда для данного угла при заданных  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_L$ ,  $n_s$  и  $\lambda$  для толщин слоев имеем соотношения, аналогичные полученным ранее [1]:

$$d_1 = \frac{\lambda}{2\pi n_1 \cos(\theta_1)} \operatorname{arctg}(K(P+Q(K-1)))^{-1/2}, \quad (5)$$

$$d_2 = \frac{\lambda}{2\pi n_2 \cos(\theta_2)} \operatorname{arctg}(AT_1),$$

где

$$T_1 = \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi p_1 d_1}{\lambda}\right), \quad Q = \frac{\rho_L \rho_s (\rho_1^2 - \rho_2^2)^2}{2\rho_1 (\rho_L \rho_s - \rho_1^2)^2},$$

$$A = \frac{\rho_2 (\rho_1^2 - \rho_L \rho_s)}{\rho_1 (\rho_L \rho_s - \rho_2^2)}, \quad P = \frac{(\rho_1^2 - \rho_L \rho_s) (\rho_L \rho_2^2 - \rho_s \rho_1^2)}{\rho_1^2 (\rho_L - \rho_s) (\rho_L \rho_s - \rho_2^2)},$$

$$\theta_1 = \arcsin\left(\frac{n_L}{n_1} \sin(\theta)\right), \quad \theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_L}{n_2} \sin(\theta)\right).$$

Представляет интерес рассмотреть структуру, на оптические толщины которой наложено требование, аналогичное условию равенства оптических толщин при нормальном падении волны:

$$n_1 d_1 \cos(\theta_1) = n_2 d_2 \cos(\theta_2), \quad \text{т. е. } T_1 = T_2 = T. \quad (6)$$

При этом заданными будем считать значения  $n_1$ ,  $d_1$ ,  $n_L$  и  $\lambda$ . В этом случае из (1) — (2) получаем систему

$$\rho_2 = \frac{1 + (\rho_1^2/\rho_L^2) T^2}{T^2 + (\rho_1^2/\rho_L^2)} \rho_1, \quad (7)$$

$$p_s = \frac{p_1 p_2}{p_L}, \quad (8)$$

$$d_2 = \frac{n_1 \cos(\theta_1)}{n_2 \cos(\theta_2)} d_1, \quad (9)$$

где  $p_i$  определяется прежним образом (формулы (3), (4)) в случае  $s$ - и  $p$ -поляризации.

Для  $p$ -поляризованной волны из уравнений (7) получаем два необходимых для согласования значения показателя преломления второго слоя ( $n_{21}$  и  $n_{22}$ ), а из соотношения (8) — два значения показателя преломления среды, которая может быть согласована ( $n_{s1}$  и  $n_{s2}$ ):

$$n_{21} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4a^2 n_L^2 \sin^2(\theta)}}{2a^2}, \quad n_{22} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4a^2 n_L^2 \sin^2(\theta)}}{2a^2},$$

$$n_{s1} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4c^2 n_L^2 \sin^2(\theta)}}{2c^2}, \quad n_{s2} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4c^2 n_L^2 \sin^2(\theta)}}{2c^2},$$

где

$$a = \frac{1 + (p_1^2/p_L^2) T^2}{T^2 + (p_1^2/p_L^2)} p_1, \quad c = \frac{p_1 p_2}{p_L}. \quad (10)$$

Поскольку физический смысл имеют значения  $n_{22} \geq 1$  и  $n_{s2} \geq 1$ , то для наличия двух решений необходимо соответственно выполнение условий:

$$\sin^2(\theta) \geq \frac{1 - a^2}{n_L^2}, \quad (11)$$

$$\sin^2(\theta) \geq \frac{1 - c^2}{n_L^2}. \quad (12)$$

Надо отметить, что при заданных  $n_1$ ,  $d_1$ ,  $n_L$  и  $\lambda$  мы имеем 4 решения для показателя преломления согласуемой среды  $n_s$ , поскольку каждое из решений  $n_{s1}$  и  $n_{s2}$  может быть определено при двух значениях показателя преломления второго слоя  $n_{21}$  и  $n_{22}$  (и соответственно при двух значениях толщин  $d_2$  этого слоя). Однако, поскольку при этом выполняется условие  $n_{21}/\cos(\theta_{21}) = n_{22}/\cos(\theta_{22}) = a$ , а в соотношение (8) для  $n_s$  входит именно эта комбинация, то каждая из этих пар решений по  $n_s$  является вырожденной. Таким образом, при выполнении условия (11) одну и ту же среду мы можем согласовать двумя парами слоев с показателями преломления  $n_1$ ,  $n_{21}$  и  $n_1$ ,  $n_{22}$  (с толщинами соответственно  $d_1$ ,  $d_{21}$  и  $d_1$ ,  $d_{22}$ ). При выполнении также условия (12) каждая из двух структур с показателями преломления  $n_1$  и  $n_{2i}$ ,  $i=1, 2$  (и соответствующими толщинами) может согласовать одновременно две среды с показателями преломления  $n_{s1}$  и  $n_{s2}$  на заданной длине волны (при заданном угле падения  $\theta \neq 0$ ).

Особый интерес в случае падения  $p$ -поляризованной волны представляет структура с  $n_1 = n_s$ ,  $n_2 = n_L = 1$ . Поскольку, как следует из [1], а также уравнения (1) или (5), в случае равных оптических толщин амплитудное условие согласования при  $\theta = 0$  имеет вид

$$n_s = n_1 n_2 / n_L,$$

то, подобрав толщину  $d_2$  согласно условию (9) ( $d_1$  задана), получаем полное согласование среды с показателем преломления  $n_s$  при  $\theta = 0$  с помощью материала с тем же показателем преломления  $n_1 = n_s$ , от-

стоящим от подложки на расстояние  $d_2$ . Если теперь менять угол падения  $\theta$ , то, очевидно, получаем полное прохождение волны через структуру и при угле, равном углу Брюстера для данного материала с показателем преломления  $n=n_1=n_s$ . То есть угловая характеристика коэффициента прохождения  $T(\theta)$  для волны  $p$ -поляризации имеет два максимума, что, очевидно, не может быть выполнено для структуры с четвертьволновыми слоями, так как амплитудное условие согласования в этом случае имеет вид [3]

$$n = \sqrt{n_L n_s}$$

для одного  $\lambda/4$ -слоя,

$$n_s = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^{2N} n_L$$

для двухслойной периодической структуры (четное число слоев),

$$n_s = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^{2N} \frac{(n_1)^2}{n_L}$$

для двухслойной периодической структуры (нечетное число слоев), т. е. углы Брюстера для слоев и согласуемой среды в случае наличия согласования при  $\theta=0$  всегда различны. Кроме того, анализ показывает, что при согласовании с помощью одного или двух четвертьволновых слоев для любой поляризации условие точного равенства единице коэффициента прохождения при двух различных углах ни при каких значениях  $n_1$ ,  $n_2$  и  $n_s$  выполнено быть не может. Возможно лишь очевидное уширение угловой характеристики пропускания для  $p$ -поляризованной волны при  $n_s, n_L, n \rightarrow 1$  при согласовании с помощью одного четвертьволнового слоя или при  $n_1 \rightarrow n_s, n_2 \rightarrow n_L$  при согласовании с помощью двух четвертьволновых слоев [4].

На рис. 5 представлена зависимость  $T(\theta)$ , для тонкослойной структуры с  $n_s=n_1=3,698$ , для которой угол Брюстера  $\theta \cong 71,9^\circ$ . Как показывает численный эксперимент, при увеличении значения  $n_2$  и соответственно уменьшении  $n_1$  второй максимум смещается по углу влево и перестает быть абсолютным. Так, для структуры с  $n_s=3,698$  при  $n_2=1,1$ ,  $n_1=3,3618$  имеем максимум  $T(\theta)=99,09\%$  при  $\theta \cong 70^\circ$ , а при  $n_2=1,2$ ,  $n_1=3,0817$  второй максимум  $T(\theta)$  уже уменьшается до  $98,3\%$  и находится при  $\theta \cong 55^\circ$ , т. е. практически незаметен. С помощью небольшой,  $\sim 5-10\%$ , вариации длины волны можно также изменять положение первого максимума, смещая его по углу вправо, также с одновременным уменьшением величины коэффициента прохождения. Однако полученное выше решение для точного равенства этого коэффициента единице, как показывает анализ системы (7)–(9), является единственным.

Очевидно, что в случае, когда волна падает из среды с показателем преломления  $n_L \neq 1$ , подобная характеристика для коэффициента прохождения  $T(\theta)$  также может быть реализована при  $n_2=n_L$ ,  $n_1=n_s$ , причем в этом случае всегда имеем  $A=1$ , т. е. всегда справедливо условие (6). Необходимо лишь выполнение требования  $n_1 < \sqrt{n_s} [1]$ . Так, для случая  $n_L=n_2=1,52$  (SiO),  $n_s=n_1=4$  (Ge) имеем следующие значения толщин:  $d_1=0,049$  мкм,  $d_2=0,142$  мкм при длине волны  $\lambda=3$  мкм. При этом второй максимум имеет место при  $\theta = \arctg(n_1/n_2) \cong 71^\circ$ .

Для  $s$ -поляризованной волны с учетом выполнения условия (6) при заданных  $n_1$ ,  $d_1$ ,  $n_L$  и  $\lambda$  получаем следующие соотношения для по-

казателя преломления и толщины второго слоя, а также показателя преломления среды, которая может быть согласована:

$$n_2 = \sqrt{a^2 + n_L^2 \sin^2(\theta)},$$

$$n_s = \sqrt{c^2 + n_L^2 \sin^2(\theta)},$$

где « $a$ » и « $c$ » определяются прежними выражениями (10) с учетом соотношений для  $p_i$  в случае  $s$ -поляризации.

Отметим, что в случае заданных  $n_2$ ,  $d_2$ ,  $n_L$  и  $\lambda$  при выполнении условия (6) как для  $s$ -, так и для  $p$ -поляризованной волны при нахождении значения  $n_1$  из системы (1)—(2) получаем уравнение 3-й степени относительно  $p_1$ :

$$p_1^3 - \frac{p_2}{T^2} p_1^2 + \frac{p_L^2}{T^2} p_1 - p_2 p_L^2 = 0. \quad (13)$$

Однако решая его методом Кардано с помощью замены  $p = y - \alpha/3$ , можно видеть, что величина  $Q = (g/3)^3 + (q/2)^2 > 0$ , где  $g = -\alpha^2/3 + \beta$ ,  $q = 2(\alpha/3)^3 - (\alpha\beta/3) + \gamma$ ,  $\alpha, \beta, \gamma$  — коэффициенты при степенях  $p$ , начиная со второй, т. е. уравнение (13) имеет лишь один действительный корень относительно  $p_1$ .

Таким образом, при исследовании наклонного падения волны на ТИС можно отметить следующие особенности:

1. Для  $s$ -поляризованной волны при  $n_1 < n_2$  ( $n_1 > n_2$ ) угловая характеристика ТИС шире (уже), чем для четвертьволнового слоя.

2. При увеличении числа пар слоев ширина угловой полосы пропускания  $s$ -поляризованной волны стремится к значению аналогичного параметра для четвертьволнового слоя.

3. В случае  $p$ -поляризованной волны возможно в отличие от  $\lambda/4$ -структур согласование одной структурой двух различных сред на одной длине волны (при  $\theta \neq 0$ ).

4. При  $n_L = n_2$ ,  $n_s = n_1$  возможно синтезировать структуру с угловой характеристикой, имеющей два абсолютных максимума пропускания: при  $\theta = 0$  и при угле Брюстера для данной структуры.

5. В последнем случае при условии  $n_L = n_2 = 1$  (или  $\cong 1$ ),  $n_s = n_1$  (или  $n_s \cong n_1$ ) получаем возможность согласования излучения со средой с помощью слоя из того же материала, что и подложка (или близкого к нему).

Последние два свойства ТИС могут иметь практическое применение, например при согласовании со средой излучения, выходящего из световода: на торец световода наносится пленка из материала с тем же (или близким) показателем преломления, что и согласуемая среда, далее — пленка  $\text{SiO}_2$  (или другого соединения с близким к материалу световода показателем преломления). Очевидна также возможность применения таких согласователей в микроволновой волновой или квазиоптической технике.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Козарь А. В. // Опт. и спектр. 1985. 59, № 5. С. 1132.
2. Козарь А. В. // Опт. и спектр. 1988. 64, № 5. С. 1130.
3. Борн М., Вольф В. Основы оптики. М., 1973.
4. Козарь А. В., М. Фахим, Пирогов Ю. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1977. 18, № 6. С. 119.