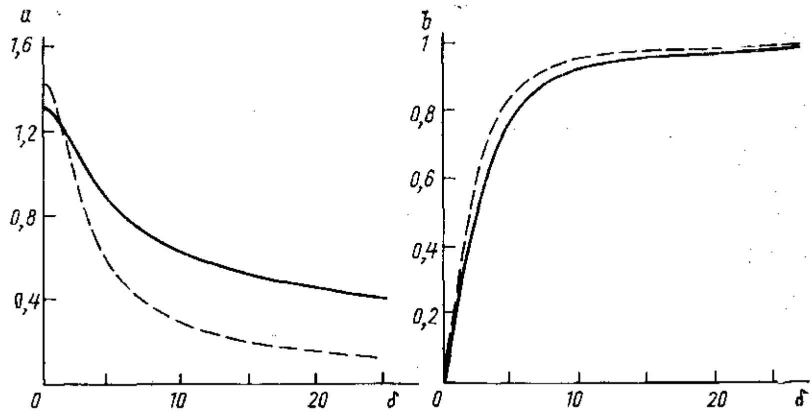
Зависимость параметров a и b от δ при $\beta=\gamma=1$ для двух значений α показана на рисунке.



Зависимости a и b от δ при $\beta=\gamma=1$ и $\alpha=1$ (штриховая линия) и 2 (сплошная)

Предложенный метод построения решений в виде нерасплывающихся пакетов позволяет получать решения и в тех случаях, когда неизвестна или не существует соответствующая обратная задача рассеяния [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Маханьков В. Г., Рыбаков Ю. П., Санюк В. И.//УФН. 1994. **164, № 2.** С. 121.
2. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С.//УФН. 1986. **149, № 3.** С. 449.
3. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М., 1979.
4. Халилов В. Р., Чижов Г. А. Динамика классических систем: Учеб. пособие. М., 1993.
5. Абловиц М., Сигур X. Солитоны и метод обратной задачи. М., 1987.

Поступила в редакцию 04.07.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 4

УДК 530.12:531.51

ФИНСЛЕРОВО ОБОБЩЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛОРЕНЦА

Г. С. Асанов

(кафедра теоретической физики)

Предложено обобщение гиперболических функций, позволяющее сформулировать обобщение преобразований Лоренца. Сохраняется закон простого сложения для быстрот. Обобщенные преобразования оставляют инвариантной специально-релятивистскую финслерову метрическую функцию.

1. Введение

Как хорошо известно, специальные преобразования Лоренца между двумя инерциальными системами отсчета S и S', движущимися в направлении общей оси x^1, могут быть записаны в виде

$$x^0 = x'^0 \operatorname{ch}\beta + x'^1 \operatorname{sh}\beta, \quad x^1 = x'^0 \operatorname{sh}\beta + x'^1 \operatorname{ch}\beta. \tag{1}$$

Соответствующий релятивистский закон сложения

$$w_3 = \frac{w_1 + w_2}{1 - w_1 w_2} \tag{2}$$

относительных скоростей w (мы полагаем универсальную постоянную — скорость света — равной единице) на языке углов β записывается в виде простого закона сложения:

$$\beta_3 = \beta_1 + \beta_2. \tag{3}$$

Угол β называют *быстротой движения.* Однородность пространства-времени (математической формулировкой которой является требование линейности кинематических преобразований) и сферическая симметрия трехмерного пространства (отсутствие выделенных направлений в собственно пространстве) предполагаются нами сохраняющимися при обобщении как два основополагающих принципа построения кинематики [1—4].

Ближайшее рассмотрение возможности обобщения преобразований (1) приводит к формулировке следующей интересной проблемы.

Проблема. Можно ли обобщить гиперболические функции $\operatorname{ch}\beta$ и $\operatorname{sh}\beta$ так, чтобы соответствующее обобщение преобразований (1) снова обладало групповым свойством и чтобы сохранялось правило простого сложения (3) для быстрот?

2. Решение проблемы

Оказывается, что искомое обобщение формулируется несложно. Действительно, пусть g — некоторый параметр. Введем величины

$$A = \sqrt{1 + \frac{1}{4} g^2}, \quad g_\pm = -\frac{1}{2} g \pm A, \quad g^+ = 1/g_+, \quad g^- = 1/g_-, \tag{4}$$

которые удовлетворяют тождествам

$$g_+ g_- = g^+ g^- = -1, \quad g^+ + g_- = g_+ + g^- = 0, \quad g_+ + g_- = -g, \tag{5а}$$

$$g_+ - g_- = g^+ - g^- = 2A, \quad g^- g_+ = -g_+^2, \quad g_- = -g^+, \quad g_+ = -g^-, \tag{5б}$$

$$g_+^2 + 1 = 2A g_+, \quad (g^+)^2 + 1 = 2A g^+, \quad 1 - g_\pm^2 = g g_\pm. \tag{5в}$$

Требуемое обобщение гиперболического косинуса и синуса имеет вид

$$\operatorname{Ch}\beta = \frac{1}{2A} \left(g^+ e^{g_+\beta} - g^- e^{g_-\beta}\right), \quad \operatorname{Sh}\beta = \frac{1}{2A} \left(e^{g_+\beta} - e^{g_-\beta}\right), \tag{6}$$

$$\operatorname{Ch}^*\beta = \frac{1}{2A} \left(g_+ e^{g_+\beta} - g_- e^{g_-\beta}\right), \quad \operatorname{Sh}^*\beta = \operatorname{Sh}\beta. \tag{7}$$

Как легко проверить непосредственно (используя (4)—(5)), эти функции обладают следующими свойствами:

$$\operatorname{Ch}\alpha \operatorname{Ch}\beta + \operatorname{Sh}\alpha \operatorname{Sh}\beta = \operatorname{Ch}(\alpha + \beta), \quad \operatorname{Sh}\alpha \operatorname{Ch}\beta + \operatorname{Ch}^*\alpha \operatorname{Sh}\beta = \operatorname{Sh}(\alpha + \beta), \tag{8}$$

$$\operatorname{Ch}\alpha \operatorname{Sh}\beta + \operatorname{Sh}\alpha \operatorname{Ch}^*\beta = \operatorname{Sh}(\alpha + \beta), \quad \operatorname{Sh}\alpha \operatorname{Sh}\beta + \operatorname{Ch}^*\alpha \operatorname{Ch}^*\beta = \operatorname{Ch}^*(\alpha + \beta), \tag{9}$$

а также

$$\Delta \overset{\text{def}}{=} \operatorname{Ch}\beta \operatorname{Ch}^*\beta - \operatorname{Sh}^2\beta = e^{(g_+ + g_-)\beta} = e^{-g\beta}, \tag{10}$$

$$\mathrm{Ch}^*\beta - \mathrm{Ch}\,\beta = -g\,\mathrm{Sh}\,\beta, \tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{Ch}^*\beta}{\mathrm{Ch}\,\beta} = 1 - g\,\frac{\mathrm{Sh}\,\beta}{\mathrm{Ch}\,\beta},$$

$$\mathrm{Ch}\,\beta - g^+\,\mathrm{Sh}\,\beta = e^{g_-\beta}, \quad g^+\,\mathrm{Ch}^*\beta - \mathrm{Sh}\,\beta = g^+ e^{g_-\beta}, \tag{12}$$

$$\mathrm{Ch}\,\beta - g^-\,\mathrm{Sh}\,\beta = e^{g_+\beta}, \quad g^-\,\mathrm{Ch}^*\beta - \mathrm{Sh}\,\beta = g_- e^{g_+\beta}. \tag{13}$$

Если ввести определение

$$\mathrm{Th}\,\beta = \mathrm{Sh}\,\beta / \mathrm{Ch}\,\beta, \tag{14}$$

то из (8), (9), (11) и (14) последует

$$\mathrm{Th}\,(\alpha+\beta) = \frac{\mathrm{Th}\,\alpha + \mathrm{Th}\,\beta - g\,\mathrm{Th}\,\alpha\,\mathrm{Th}\,\beta}{1 + \mathrm{Th}\,\alpha\,\mathrm{Th}\,\beta}. \tag{15}$$

Используя это наблюдение, мы предлагаем следующее обобщение преобразований (1):

$$x^0 = x'^0\,\mathrm{Ch}\,\beta + x'^1\,\mathrm{Sh}\,\beta, \quad x^1 = x'^0\,\mathrm{Sh}\,\beta + x'^1\,\mathrm{Ch}^*\beta. \tag{16}$$

Если ввести здесь в правую часть последующее преобразование из S' в S'':

$$x'^0 = x''^0\,\mathrm{Ch}\,\alpha + x''^1\,\mathrm{Sh}\,\alpha, \quad x'^1 = x''^0\,\mathrm{Sh}\,\alpha + x''^1\,\mathrm{Ch}^*\alpha, \tag{17}$$

то, используя (8)—(9), получим результат

$$x^0 = x''^0\,\mathrm{Ch}\,(\alpha+\beta) + x''^1\,\mathrm{Sh}\,(\alpha+\beta), \quad x^1 = x''^0\,\mathrm{Sh}\,(\alpha+\beta) + x''^1\,\mathrm{Ch}^*(\alpha+\beta), \tag{18}$$

который говорит, что преобразования вида (16) обладают групповым свойством.

Обозначим

$$w_1 = \mathrm{Th}\,\beta, \quad w_2 = \mathrm{Th}\,\alpha, \quad w_3 = \mathrm{Th}\,(\alpha+\beta). \tag{19}$$

По смыслу коэффициентов в кинематических преобразованиях (16), (17) и (18) w_1, w_2 и w_3 являются скоростями движения соответственно S' относительно S, S'' относительно S' и S'' относительно S. Отсюда сразу вытекает, что предлагаемое обобщение сохраняет в точности закон сложения (3) для быстрот. При этом, однако, изменяется определение быстроты, а именно относительная скорость w теперь равна не обычному гиперболическому тангенсу $\mathrm{th}\,\beta$ от быстроты β, а обобщенному гиперболическому тангенсу $\mathrm{Th}\,\beta$. Подставляя (19) в (15), можно найти w_3 как функцию w_1 и w_2. В общем случае, когда w_1 и w_2 могут быть любого знака, результат имеет вид

$$w_3 = \frac{w_2 + w_1 - g w_2 |w_1|}{1 + w_2 w_1} \equiv w_2 \oplus w_1. \tag{20}$$

Последняя формула представляет собой обобщение лоренцева закона сложения (2) (и переходит в него в пределе $g \to 0$). Она переписывается в виде следующего закона вычитания:

$$w_2 = \frac{w_3 - w_1}{1 - w_1 w_3 - g\,|w_1|} \equiv w_3 \ominus w_1,$$

Справедливо тождество

$$\frac{1}{w_3 \ominus w_1} + \frac{1}{w_1 \ominus w_3} = g\,\frac{|w_3| - |w_1|}{w_3 - w_1},$$

которое с новой точки зрения указывает на природу параметра g.

Существует ли функция $F(x^0, x^1)$, инвариантная относительно преобразований вида (16)? Заметим, что

$$x^0 - g^+ x^1 = (x'^0 - g^+ x'^1)\, e^{g_- \beta}, \quad x^0 - g^- x^1 = (x'^0 - g^- x'^1)\, e^{g_+ \beta} \tag{21}$$

в силу (12)—(13) и что справедливо тождество

$$(e^{g_- \beta})^{g_+ C} (e^{g_+ \beta})^{-g_- C} = 1 \tag{22}$$

при любом C. Следовательно, преобразования (16) оставляют инвариантной функцию

$$F(x^0,\ x^1) = (x^0 - g^+ x^1)^{g_+ C} (x^0 - g^- x^1)^{-g_- C}. \tag{23}$$

Эта функция положительно однородна степени 1 по своим аргументам (обладает свойством $F(kx^0, kx^1) = kF(x^0, x^1)$, $k > 0$), *когда*

$$C = 1/2A. \tag{24}$$

Функция (23)—(24) *является в точности двумерным случаем специально-релятивистской финслеровой метрической функции, введенной в* [1]. После такого вывода неудивительно, что выведенный выше обобщенный закон сложения скоростей (20) идентичен финслерову закону сложения (формула (6) в [1]).

3. Сопряженные обобщенные гиперболические функции и преобразования

Имеется естественная операция сопряжения

$$g_+ \to g^+, \ g^+ \to g_+, \ g_- \to g^-, \ g^- \to g_-, \tag{25}$$

которую мы будем обозначать символом «$\wedge$», так что

$$\widehat{\mathrm{Ch}}\, \beta = \frac{1}{2A} (g_+ e^{g^+ \beta} - g_- e^{g^- \beta}), \quad \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta = \frac{1}{2A} (e^{g^+ \beta} - e^{g^- \beta}), \tag{26}$$

$$\widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \beta = \frac{1}{2A} (g^+ e^{g^+ \beta} - g^- e^{g^- \beta}), \quad \widehat{\mathrm{Sh}}{}^*\, \beta = \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta. \tag{27}$$

Аналогично (6)—(13) справедливы тождества

$$\widehat{\mathrm{Ch}}\, \alpha\, \widehat{\mathrm{Ch}}\, \beta + \widehat{\mathrm{Sh}}\, \alpha\, \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta = \widehat{\mathrm{Ch}}\, (\alpha + \beta), \quad \widehat{\mathrm{Sh}}\, \alpha\, \widehat{\mathrm{Ch}}\, \beta + \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \alpha\, \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta = \widehat{\mathrm{Sh}}\, (\alpha + \beta), \tag{28}$$

$$\widehat{\mathrm{Ch}}\, \alpha\, \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta + \widehat{\mathrm{Sh}}\, \alpha\, \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \beta = \widehat{\mathrm{Sh}}\, (\alpha + \beta), \quad \widehat{\mathrm{Sh}}\, \alpha\, \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta + \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \alpha\, \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \beta = \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, (\alpha + \beta), \tag{29}$$

$$\widehat{\Delta} \overset{\text{def}}{=} \widehat{\mathrm{Ch}}\, \beta\, \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \beta - \widehat{\mathrm{Sh}}{}^2\, \beta = e^{(g^+ + g^-)\beta} = e^{g\beta} = \Delta^{-1}, \tag{30}$$

$$\widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \beta - \widehat{\mathrm{Ch}}\, \beta = g\, \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta, \tag{31}$$

$$\widehat{\mathrm{Ch}}\, \beta + g^- \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta = e^{g^- \beta}, \quad g_- \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \beta + \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta = g_- e^{g^- \beta}, \tag{32}$$

$$\widehat{\mathrm{Ch}}\, \beta + g^+ \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta = e^{g^+ \beta}, \quad g_+ \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \beta + \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta = g_+ e^{g^+ \beta}. \tag{33}$$

Связь между сопряженными и несопряженными функциями устанавливают соотношения

$$e^{g\beta}\, \mathrm{Sh}\, \beta = \widehat{\mathrm{Sh}}\, \beta, \quad e^{g\beta}\, \mathrm{Ch}\, \beta = \widehat{\mathrm{Ch}}{}^*\, \beta, \quad e^{g\beta}\, \mathrm{Ch}^*\, \beta = \widehat{\mathrm{Ch}}\, \beta, \tag{34}$$

$$\widehat{\mathrm{Ch}}\,\beta\,\mathrm{Ch}\,\beta-\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta\,\mathrm{Sh}\,\beta=1,\ \widehat{\mathrm{Ch}}\,\beta\,\mathrm{Sh}\,\beta-\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta\,\mathrm{Ch}^*\,\beta=0, \tag{35}$$

$$\widehat{\mathrm{Ch}^*}\,\beta\,\mathrm{Sh}\,\beta-\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta\,\mathrm{Ch}\,\beta=0,\ \widehat{\mathrm{Ch}^*}\,\beta\,\mathrm{Ch}^*\,\beta-\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta\,\mathrm{Sh}\,\beta=1,\ \widehat{\mathrm{Ch}^*}\,\beta\,\mathrm{Ch}^*\,\beta=$$

$$=\widehat{\mathrm{Ch}}\,\beta\,\mathrm{Ch}\,\beta, \tag{36}$$

а также равенства

$$\mathrm{Sh}\,(-\beta)=-\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta,\ \mathrm{Ch}\,(-\beta)=\widehat{\mathrm{Ch}}\,\beta,\ \mathrm{Ch}^*\,(-\beta)=\widehat{\mathrm{Ch}^*}\,\beta, \tag{37}$$

из которых немедленно вытекает, что

$$\mathrm{Th}\,(-\beta)=-\mathrm{Th}\,\beta/(1-g\,\mathrm{Th}\,\beta), \tag{38}$$

или в другом виде

$$\widehat{\mathrm{Th}}\,\beta=-\mathrm{Th}\,(-\beta).$$

В записи (16) x^0 и x^1 понимаются как компоненты некоторого контравариантного вектора (например, четырехмерного радиус-вектора). Альтернативно, пусть P_0 и P_1 — компоненты некоторого ковариантного вектора (например, четырехмерного импульса). Тогда преобразование P_0 и P_1 из S в S' следует определить с помощью закона

$$P_0=P_0'\widehat{\mathrm{Ch}}\,\beta-P_1'\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta,\ P_1=-P_0'\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta+P_1'\widehat{\mathrm{Ch}^*}\,\beta, \tag{39}$$

сопряженного к (16). Действительно, при заданном преобразовании (16) именно закон преобразования (39) (и никакой другой) обеспечивает инвариантность

$$x^0P_0+x^1P_1=x'^0P_0'+x'^1P_1' \tag{40}$$

свертки векторов (x^0, x^1) и (P_0, P_1) (равенство (40) получается после использования (28)—(29)). Более того, как следствие (32)—(33) получается аналог формул (21)—(23), а именно

$$P_0-g_+P_1=(P_0'-g_+P_1')\,e^{g^+\beta},\ P_0-g_-P_1=(P_0'-g_-P_1')\,e^{g^-\beta}, \tag{41}$$

$$(e^{g^+\beta})^{g^+C}\,(e^{g^-\beta})^{-g^-C}=1, \tag{42}$$

$$H\,(P_0,\ P_1)=(P_0-g_+P_1)^{g^+C}\,(P_0-g_-P_1)^{-g^-C}, \tag{43}$$

где константу C следует взять снова в виде (24), чтобы функция H была положительно однородна степени 1 по своим аргументам (P_0, P_1). Преобразование (39) оставляет инвариантной функцию H, которая является точным двумерным случаем гамильтоновой финслеровой метрической функции, введенной в [2].

Полезно также заметить, что преобразования, обратные к (16), имеют вид

$$x'^0=x^0\,\widehat{\mathrm{Ch}}\,\beta-x^1\,\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta,\ x'^1=-x^0\,\widehat{\mathrm{Sh}}\,\beta+x^1\,\widehat{\mathrm{Ch}^*}\,\beta, \tag{44}$$

в котором коэффициенты идентичны коэффициентам, входящим в (39).

4. Четырехмерный вид обобщенных кинематических преобразований

По-прежнему мы считаем, что система отсчета S' движется вдоль или против направления x^1-оси системы отсчета S и что эта ось параллельна x'^1-оси системы отсчета S'. Обозначим через w^1 алгебраическое значение скорости движения S относительно S', так что

$$w^1 = wE, \ w \geqslant 0, \ E = \pm 1 \tag{45}$$

($E=1$ отвечает случаю движения системы отсчета S' в направлении x^1-оси системы отсчета S, а $E=-1$ — случаю движения в противоположном направлении). В предыдущих разделах мы рассматривали только двумерные преобразования. Рассмотрим теперь полные четырехмерные наборы x^P и P_P компонент в S и соответствующие им компоненты x'^P и P'_P в S'; индексы P и Q будут пробегать значения 0, 1, 2, 3. Предположим также, что x^2-ось и x^3-ось системы отсчета S параллельны соответственно x'^2-оси и x'^3-оси системы отсчета S' и что кинематическое преобразование не содержит отражений. При таких условиях обобщенные кинематические преобразования

$$x^P = H^P_{(Q)} x'^Q, \ P_P = H_P^{(Q)} P'_Q \tag{46}$$

можно назвать собственными. Вид входящих в них коэффициентов однозначно (и легко) выводится из двумерных преобразований (16) и (39) после учета предполагаемой нами сферической симметричности трехмерного пространства. Результат имеет вид

$$H^0_{(0)} = k, \ H^1_{(0)} = H^0_{(1)} = kwE, \ \ H^1_{(1)} = (1-gw)\,k, \tag{47а}$$

$$H^2_{(2)} = H^3_{(3)} = [(1-g^+w)/(1-g^-w)]^{g/4A} \equiv |b_2|^{-1/2}, \tag{47б}$$

$$k = (1-g^+w)^{-g_+/2A}\,(1-g^-w)^{g_-/2A}, \tag{48}$$

$$H_0^{(0)} = K, \ \ H_1^{(0)} = H_0^{(1)} = -KpE, \ H_1^{(1)} = (1+gp)\,K, \tag{49а}$$

$$H_2^{(2)} = H_3^{(3)} = [(1-g_+p)/(1-g_-p)]^{-g/4A} \equiv |b_2|^{1/2}, \tag{49б}$$

$$K = (1-g_+p)^{-g^+/2A}\,(1-g_-p)^{g^-/2A}. \tag{50}$$

Компоненты коэффициентов $H^Q_{(P)}$ и $H_Q^{(P)}$, не указанные в (47) и (49), равны нулю. Коэффициенты (49) записаны в импульсном представлении, так что $p=w/(1-gw)$ (ср. [2]); при $E=1$ они эквивалентны коэффициентам (4) из [1]. Величины $H^Q_{(P)}$ и $H_Q^{(P)}$ взаимны друг другу, т. е. $H^Q_{(R)}H_P^{(R)} = \delta^Q_P$, где δ — символ Кронекера; в частности, $H_2^{(2)} = 1/H^2_{(2)}$. Симметричность $H_Q^{(P)} = H_P^{(Q)}$ и $H^Q_{(P)} = H^P_{(Q)}$ сохраняется. В пределе $g \to 0$ преобразования (45)—(50) переходят в обычные лоренцевы преобразования. Величины $1/k$ и $1/K$ равны соответственно нормированным функциям V и W, введенным в [1, 2].

Интересно отметить, что $H_2^{(2)} \neq 1$, так что если при попытке обобщить преобразования Лоренца сохранять «как очевидный» принцип, что «масштабы, перпендикулярные направлению движения, не должны деформироваться», то обобщение получиться не может. То же самое можно сказать и про классический принцип взаимности относительных скоростей, который гласит, что скорость $\ominus w^a$ движения S относительно S' и скорость w^1 движения S' относительно S связаны равенством $\ominus w^a = -w^1\delta_1{}^a$. Причину нарушения последнего равенства можно видеть просто в том, что классическое соотношение $\operatorname{th}(-\beta) = -\operatorname{th}\beta$ заменяется на обобщенное соотношение (38). Немедленным следствием (38) является соотношение $\ominus w^a = -w^1(1-gw)^{-1}\delta_1{}^a$ (выведенное ранее в [1], формула (8)).

ЛИТЕРАТУРА

1. Асанов Г. С.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. 35. № 1. С. 19.
2. Асанов Г. С.//Там же. № 2. С. 13.
3. Бюклинг Е., Каянти К. Кинематика элементарных частиц. М., 1975.
4. French A. P. Special Relativity. N. Y., 1968.

Поступила в редакцию
29.08.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 4

УДК 530.145

СВОЙСТВА СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТИПА БЕТЕ—СОЛПИТЕРА ДЛЯ ДВУХ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ 1/2

Н. П. Клепиков

(кафедра теоретической физики)

Рассмотрены релятивистская инвариантность системы уравнений, переход к импульсному представлению, центро-отделительное преобразование и предельные переходы к системе свободных частиц, к уравнению Дирака для одной частицы в кулоновском поле неподвижного центра и к уравнению Шрёдингера для двух частиц.

1. Введение

В предыдущей статье [1] автором предложена система двух уравнений для связанной системы двух частиц со спином 1/2 и электромагнитным взаимодействием, заменяющая уравнение Бете—Солпитера. Эта система имеет вид

$$\begin{gathered}\left(i\gamma^{\sigma}\frac{\partial}{\partial x_1^{\sigma}}-\frac{m_1c}{\hbar}\right)\chi(x_1,\ x_2)=\\=\frac{e_1e_2}{i\hbar c}\int dx_2'\gamma^{\mu}\mathscr{D}_{\mu\nu}(x_1-x_2')\,\chi(x_1,\ x_2')\,\widetilde{\gamma^{\nu}\mathscr{G}^{(2)}}(x_2-x_2'),\\ \chi(x_1,\ x_2)\left(i\widetilde{\gamma}^{\tau}\frac{\partial}{\partial x_2^{\tau}}-\frac{m_2c}{\hbar}\right)=\\=\frac{e_1e_2}{i\hbar c}\int dx_1'\mathscr{G}^{(1)}(x_1-x_1')\,\gamma^{\mu}\mathscr{D}_{\mu\nu}(x_1'-x_2)\,\chi(x_1',\ x_2)\,\widetilde{\gamma^{\nu}}.\end{gathered}\tag{1}$$

Использованы обычные обозначения квантовой электродинамики. Тильда означает транспонирование. Волновая функция $\chi(x_1, x_2)$ есть матрица 4×4, нормировка которой исследована в [1].

Ниже мы рассмотрим некоторые свойства системы (1), показывающие, что эта система уравнений накладывает на волновую функцию более сильные требования, чем уравнение Бете—Солпитера, которое может рассматриваться как условие разрешимости системы (1), а также удовлетворяет ряду предельных условий. В [1] рассмотрены некоторые принципы построения системы волновых уравнений для системы из $N\geqslant3$ частиц, но структура этих уравнений и их свойства исследованы недостаточно полно.

2. Предельный переход к случаю системы невзаимодействующих частиц

Уравнение Бете—Солпитера не допускает предельного перехода к системе двух уравнений Дирака для невзаимодействующих частиц