

УДК 517.958:621.372.8

О РЕЗОНАНСНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ НАПРАВЛЯЕМЫХ МОД ПЕРИОДИЧЕСКОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА ВНЕШНЕЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНОЙ

А. А. Быков, В. Ю. Попов, А. Г. Свешников, И. О. Волкова, А. В. Тихонравов

(кафедра математики; НИВЦ МГУ)

Рассматривается задача о резонансном возбуждении направляемых мод в периодическом диэлектрическом волноводе внешней плоской волной, угол падения которой меняется в определенном интервале так, что обеспечивается выполнение условий фазового синхронизма. Решение задачи ищется в виде ряда по степеням глубины модуляции поверхности. Коэффициенты ряда и матрица рассеяния вычисляются аналитически с использованием гипотезы Рэлея. Описана диаграмма направленности в случае резонансного взаимодействия полей падающей плоской волны и двух направляемых волноводных мод.

Введение

Резонансному рассеянию электромагнитных волн на поверхностных и объемных неоднородностях, которое приводит к значительному возрастанию полей в окрестности неоднородности, посвящено большое число публикаций. Подробно исследованы резонансные эффекты, связанные с аномалиями Вуда [1—3]. Интерес представляет резонансное возбуждение направляемых волноводных мод (НВМ) в модулированных плоскостойких волноводах [4—7]. В работе [8] сообщается об экспериментальном наблюдении волноводного эффекта в многослойных оптических покрытиях, обусловленного резонансным рассеянием внешней волны малыми поверхностными и объемными неоднородностями, возникающими в процессе нанесения слоев, причем амплитуда резонансного поля НВМ может значительно превышать амплитуду возбуждающего поля. В связи с этим актуальна задача расчета зависимости резонансных полей от различных характеристик многослойной волноведущей структуры. Некоторые результаты получены в [9—11]. Однако многие важные особенности процесса резонансного возбуждения НВМ не исследованы. Интерес представляет изучение зависимости характеристик поля, рассеянного модулированной поверхностью волновода, от глубины модуляции. Случай резонансного взаимодействия внешней плоской волны с одной НВМ исследован в [12]. В настоящей работе изучается резонансное рассеяние плоской волны на периодическом волноводе при взаимодействии двух НВМ друг с другом и с внешней волной.

1. Постановка задачи рассеяния

Рассмотрим рассеяние плоской волны на поверхности диэлектрической пленки (рис. 1), однородной вдоль оси z (перпендикулярной плоскости рисунка). Граница раздела пленка — покрывающая среда модулирована по периодическому закону $y=f(x) \equiv hF(x)$ с периодом a (см. рис. 1). Амплитуда модуляции h — малый параметр. Границей раздела пленка — подложка является плоскость $y=-b$. Показатели преломления подложки (s), пленки (f) и покрывающей среды (c) равны n_s, n_f и n_c ; $n_f > \max(n_c, n_s)$. Пленка облучается извне плоской волной ТЕ-поляризации, падающей под углом φ по отношению к отрица-

тельному направлению оси y (длина волны в вакууме равна λ_0). Зависимость полей от времени имеет вид $\exp(i\omega t)$, где $\omega = k_0 c$, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ — волновое число, c — скорость света. Вектор напряженности электрического поля перпендикулярен плоскости падения. Электрическое поле имеет только z -компоненту, не зависящую от переменной z . Обозначим $u(x, y) \equiv E_z(x, y)$. Все компоненты полей \mathbf{E} и \mathbf{H} удовлетворяют условиям Флоке, которые для функции $u(x, y)$ можно записать в виде $u(x \pm a, y) \equiv \exp(\pm ik_0 \tau_0 a) u(x, y)$, где $\tau_0 \equiv n_c \sin(\varphi)$ — параметр Флоке.

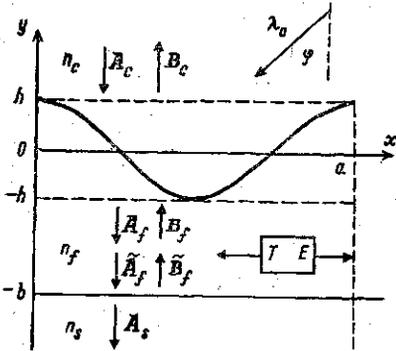


Рис. 1. Схема планарного периодического диэлектрического волновода: $n_s = 1,5$, $n_f = 1,8$, $n_c = 1,0$, $a = 1$, $b = 1$, $\varphi_{\min} = 0,0001^\circ$, $\varphi_{\max} = 0,01^\circ$, $\tau_{\min} = -0,000008^\circ$, $\tau_{\max} = 0,000008^\circ$

Уравнения Максвелла позволяют представить рассеянное поле в виде суперпозиции однородных и неоднородных плоских волн. В покрывающей среде ($y > f(x)$) поле представляется суммой падающей волны с амплитудой a_0 и отраженных плоских волн:

$$u(x, y) = a_0 \exp(ik_0(\tau_0 x + \gamma_0^{(c)} y)) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m^{(c)} \exp(ik_0(\tau_m x - \gamma_m^{(c)} y)). \quad (1)$$

В пленке ($-b < y < f(x)$)

$$u(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp(ik_0 \tau_m x) (a_m^{(f)} \exp(ik_0 \gamma_m^{(f)} y) + b_m^{(f)} \exp(-ik_0 \gamma_m^{(f)} y)). \quad (2)$$

В подложке ($y < -b$)

$$u(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m^{(s)} \exp(ik_0(\tau_m x + \gamma_m^{(s)}(y + b))). \quad (3)$$

В (1)–(3) $\tau_m = \tau_0 + m\lambda_0/a$, $\gamma_m^{(j)} = ((n_j)^2 - (\tau_m)^2)^{1/2}$ ($j = s, f, c$). Коэффициенты $b_m^{(j)}$ и $a_m^{(j)}$ в (1)–(3) — это амплитуды волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях оси y в различных областях ($j = s, f, c$). При малой глубине гофрирования h справедлива гипотеза Рэлея [13–14]. Поэтому представления (1)–(3) верны вплоть до границ раздела, что позволяет определить $b_m^{(j)}$ и $a_m^{(j)}$ из условий непрерывности для u .

2. Аналитические исследования процесса рассеяния

Введем бесконечные вектор-столбцы амплитудных коэффициентов плоских волн:

$$\mathbf{A}_j = \{\dots, a_{-1}^{(j)}, a_0^{(j)}, a_1^{(j)}, \dots\}^T, \quad \mathbf{B}_j = \{\dots, b_{-1}^{(j)}, b_0^{(j)}, b_1^{(j)}, \dots\}^T, \\ j \in \{s, f, c\},$$

« T » — символ транспонирования. Вектор \mathbf{A}_c описывает возбуждающую волну и имеет только один ненулевой элемент $a_0^{(c)} = a_0$, вектор \mathbf{B}_s — нулевой, так как отсутствует плоская волна, приходящая со стороны

подложки. Введем бесконечную диагональную матрицу с элементами $\gamma_m^{(f)}$, $-\infty < m < \infty$, $\Gamma_f = \text{diag} \{ \dots, \gamma_{-1}^{(f)}, \gamma_0^{(f)}, \gamma_1^{(f)}, \dots \}$ и «парциальные» матрицы рассеяния для обеих границ пленки. Матрицы T_{fc} и R_{fc} описывают рассеяние плоской волны на границе между пленкой и покрывающей средой при падении волны со стороны пленки. Матрицы T_{cf} и R_{cf} отличаются от T_{fc} и R_{fc} тем, что волна падает со стороны покрывающей среды. Матрицы T_{fs} и R_{fs} описывают рассеяние на границе между пленкой и подложкой при падении плоской волны со стороны пленки. Все эти матрицы вычисляются без учета рассеяния на другой границе.

Из рис. 1 следуют соотношения

$$\mathbf{V}_c = T_{fc} \mathbf{V}_f + R_{cf} \mathbf{A}_c, \quad \mathbf{A}_f = T_{cf} \mathbf{A}_c + R_{fc} \mathbf{V}_f, \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_f = R_{fs} \tilde{\mathbf{A}}, \quad \mathbf{A}_s = T_{fs} \tilde{\mathbf{A}}_f, \quad (5)$$

$\tilde{\mathbf{A}}_f$ и $\tilde{\mathbf{V}}_f$ — амплитудные векторы при $y = -b$:

$$\tilde{\mathbf{A}}_f = \exp(-i\Gamma_f b) \mathbf{A}_f, \quad \tilde{\mathbf{V}}_f = \exp(i\Gamma_f b) \mathbf{V}_f. \quad (6)$$

Из (4)–(6) выразим \mathbf{V}_c , \mathbf{A}_f , \mathbf{V}_f , $\tilde{\mathbf{A}}_f$, $\tilde{\mathbf{V}}_f$, \mathbf{A}_s через известный вектор \mathbf{A}_c . Например,

$$\mathbf{A}_f = S T_{cf} \mathbf{A}_c; \quad S = C^{-1}; \quad C = I - R_{fc} \exp(-i\Gamma_f b) R_{fs} \exp(-i\Gamma_f b), \quad (7)$$

I — единичная матрица. Так как граница раздела волновод—подложка плоская, то R_{fs} — диагональная матрица, элементы которой равны коэффициентам отражения Френеля для парциальных однородных и неоднородных плоских волн: $(R_{fs})_{m,m} = (\gamma_m^{(f)} - \gamma_m^{(s)}) / (\gamma_m^{(f)} + \gamma_m^{(s)})$. Точные выражения для R_{fc} и T_{cf} получены для некоторых видов профиля $f(x)$ [15–16]. Для синусоидального профиля точное выражение получить не удастся. Однако, считая амплитуду модуляции границы h малой и используя гипотезу Рэлея [13–14], можно вычислить R_{fc} и T_{cf} в виде рядов по степеням h :

$$\begin{aligned} R_{fc} &= R_{fc}^{(0)} + h R_{fc}^{(1)} + h^2 R_{fc}^{(2)} + \dots, \\ T_{cf} &= T_{cf}^{(0)} + h T_{cf}^{(1)} + h^2 T_{cf}^{(2)} + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $R_{fc}^{(0)}$, $T_{cf}^{(0)}$ — диагональные матрицы, вычисляемые по формулам Френеля, а элементы матриц $R_{fc}^{(j)}$, $T_{cf}^{(j)}$, $j = 1, 2, \dots$, выражаются через коэффициенты Фурье функции $F(x)$.

Из (7), (8) следует, что матрица C также представима в виде ряда Тейлора по степеням h :

$$C = C^{(0)} + h C^{(1)} + h^2 C^{(2)} + \dots, \quad (9)$$

причем $C^{(0)}$ — диагональная матрица. Если все диагональные элементы $C^{(0)}$ не равны нулю, то для матрицы S и для рассеянных полей также справедливы представления в виде рядов Тейлора по степеням малого параметра h . В этом случае рассеяние является нерезонансным, т. е. при $h \rightarrow 0$ рассеянные поля определяются формулами Френеля и амплитуда НВМ стремится к нулю.

Если же один или несколько диагональных элементов $C^{(0)}$ равны нулю, то зависимость матрицы рассеяния S от h не может быть представлена рядом Тейлора вида (9). В работе [12] показано, что это условие эквивалентно условию фазового синхронизма поля внешней волны с полями НВМ и означает, что выполняется характеристическое

уравнение для планарного диэлектрического волновода [7, 17]. В [12] также показано, что если на диагонали $C^{(0)}$ имеется хотя бы один нулевой элемент, то зависимость S от h определяется рядом Лорана

$$S = h^{-2}S^{(-2)} + h^{-1}S^{(-1)} + S^{(0)} + hS^{(1)} + \dots,$$

где все матрицы $S^{(i)}$ не зависят от h . Если при выполнении условий фазового синхронизма элемент матрицы $(C^{(0)})_{m,m}$ обращается в нуль, то для резонансного возбуждения НВМ необходимо, чтобы вектор A_c , описывающий возбуждающую плоскую волну, имел один ненулевой элемент с номером $(m+1)$ или $(m-1)$ [12]. Тогда при стремлении h к нулю m -й элемент вектора A_2 стремится к бесконечности пропорционально $1/h$. Если же на диагонали $C^{(0)}$ при определенных значениях параметров волновода и длины волны имеется более одного нулевого элемента, то аналитическое вычисление коэффициентов аналогичного ряда Лорана становится неоправданно сложным. Поэтому был создан эффективный комплекс программ, позволяющий численно решать поставленную задачу. Некоторые результаты компьютерного исследования приведены в следующем разделе.

3. Численное изучение резонансного эффекта

Резонансное взаимодействие плоских волн и НВМ на периодических поверхностях сложной формы сопровождается появлением целого ряда эффектов, связанных с выполнением условия фазового синхронизма сразу для нескольких НВМ. Рассмотрим резонансное взаимодействие двух НВМ, бегущих в противоположных направлениях, между собой и с внешней волной. Для исследования основных особенностей этого явления рассмотрим тонкую пленку, поверхность которой описывается функцией $f(x) = h \sin(2\pi x/a)$. Пусть угол падения плоской волны ТЕ-поляризации, длина которой в вакууме равна λ_0 , изменяется в определенном интервале, причем центру интервала соответствует резонансное возбуждение. При этом на координатной плоскости (φ, h) (φ — угол падения, h — глубина модуляции) можно отметить линию максимума интенсивности НВМ. Кратные резонансы имеют место при пересечении двух таких линий.

Показатели преломления подложки, пленки и покрывающей среды равны $n_s = 1,5$, $n_f = 1,8$, $n_c = 1,0$. Период модуляции поверхности и толщина пленки равны $a = 1$ и $b = 1$.

Длину волны λ_0 определим из условия фазового синхронизма для основной НВМ и плоской волны, падающей почти вертикально:

$$n_{\text{eff}} = n_c \sin \varphi + m \frac{\lambda_0}{a}. \quad (10)$$

Здесь n_{eff} — эффективный показатель преломления НВМ планарного диэлектрического волновода [7]. При выбранных значениях параметров волновода это условие выполняется для $\lambda_0 = 1,704964$ и $m = \pm 1$, $\varphi = \mp 0,000002^\circ$. Верхний знак соответствует моде, бегущей вправо, нижний — влево. Глубина модуляции поверхности h меняется в пределах от 0,0001 до 0,01. Угол падения плоской волны φ при каждом фиксированном h меняется от $-0,000008^\circ$ до $0,000008^\circ$.

Интенсивность бегущей вправо НВМ как функция переменных h и φ представлена на рис. 2, а. Полагается, что амплитуда возбуждающей плоской волны $a_0 = 1$. Глубина профиля модуляции h и интенсивность НВМ I даны в десятичном логарифмическом масштабе. Максимум интенсивности равен 10^8 . Зависимость интенсивности НВМ I от

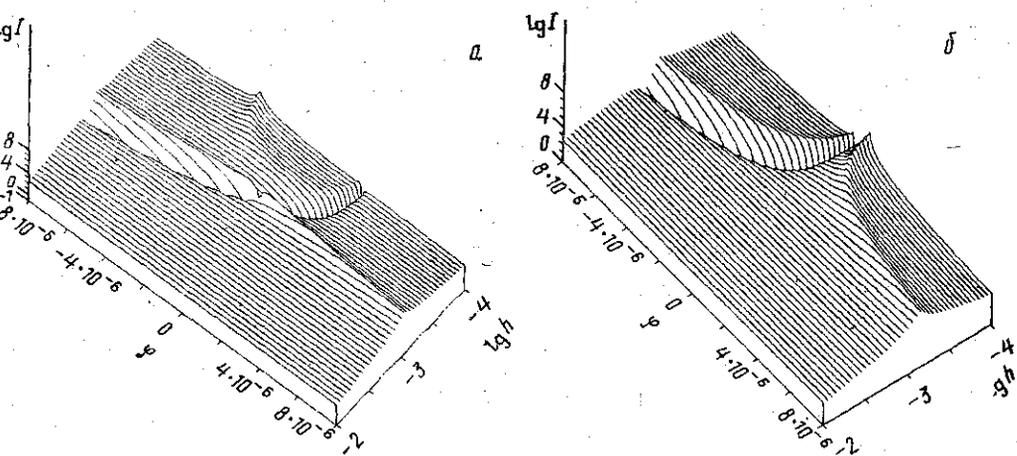


Рис. 2. Десятичный логарифм интенсивности бегущей вправо НВМ с $\lambda_0=1,704964$ (а) и $1,70496405$ (б)

угла падения φ при фиксированном значении h назовем диаграммой направленности (ДН) периодического волновода в режиме приема. На рис. 2, а показано, таким образом, семейство ДН, соответствующих различным значениям h .

Остановимся на характерных особенностях графика. Рассмотрим сначала малые значения h . При угле падения, близком к $\varphi=-0,000002^\circ$, амплитуда правой НВМ имеет максимум, соответствующий резонансному возбуждению этой моды. Ширина лепестка ДН уменьшается с уменьшением h как h^{-1} , амплитуда моды растет пропорционально h^{-1} , а интенсивность — пропорционально h^{-2} . Левая мода возбуждается в пределах данного лепестка с относительно небольшой амплитудой, так что при малых h имеет место однократный резонанс.

В области малых значений h форма лепестка ДН, зависимость ширины лепестка и максимального значения амплитуды от глубины модуляции не имеют отличия от аналогичных зависимостей для однократного резонанса [12]. При малых значениях h и при углах, близких к резонансному углу для левой моды ($\varphi=0,000002^\circ$), на ДН видны пик и провал, возникающие из-за резонансного возбуждения левой моды. Величины уменьшения и увеличения амплитуды правой моды одинаковы. На рисунке величины пика и провала кажутся различными из-за выбора логарифмической шкалы для интенсивности. За счет слабого взаимодействия левой и правой мод в амплитуду правой моды вносится вклад, причем фаза добавленного поля в пределах лепестка диаграммы направленности левой моды изменяется на π .

При увеличении h ширина лепестка диаграммы направленности возрастает и одновременно происходит смещение центра лепестка в сторону положительных углов. Одновременно лепесток ДН для левой моды изменяет свое положение аналогичным образом. Центральные углы лепестков ДН для левой и правой НВМ постепенно сближаются и при некотором значении h становятся равными. В определенном достаточно узком диапазоне h лепесток ДН правой моды отсутствует. При значениях $h \approx 0,002$ имеет место сильное взаимодействие левой и правой волн. Ширина лепестков ДН в этот момент равна расстоянию между их центральными углами. При дальнейшем увеличении h на ДН снова появляется лепесток, ширина которого пропорциональна h^{-2} , амплитуда в центре пропорциональна h^{-1} . На рис. 3, а представлена

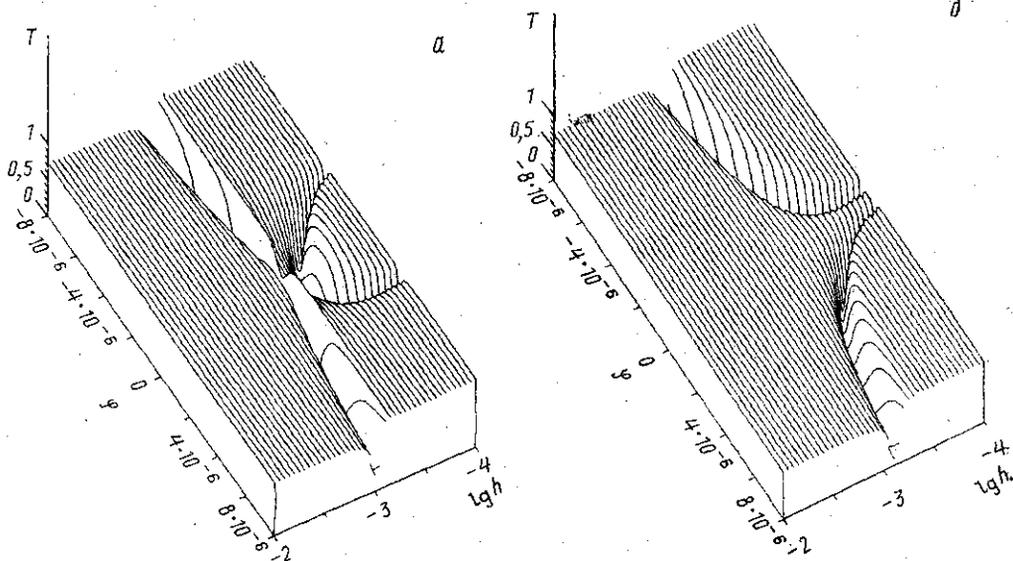


Рис. 3. Полный коэффициент прохождения для $\lambda_0=1,704964$ (а) и $1,70496405$ (б)

зависимость полного коэффициента прохождения от глубины модуляции и угла падения. В целом рис. 2, а и рис. 3, а характерны тем, что на плоскости (φ, h) имеются две пересекающиеся кривые, одна из которых определяет зависимость резонансного угла падения от глубины модуляции для правой моды, а другая — для левой.

Небольшое изменение параметров приведет к тому, что точка пересечения сдвинется или в область больших значений h , или в область еще меньших значений h . В первом случае графики останутся качественно теми же, изменится лишь масштаб угловой переменной и уменьшится интенсивность моды. Во втором случае точка пересечения может вовсе исчезнуть (стать комплексной). Вид ДН качественно изменится, поэтому приведем соответствующие графики. Слегка изменим λ_0 , положив ее равной $\lambda_0=1,70496405$. Условия фазового синхронизма (10) выполняются при $m=\pm 1$ и $\varphi=\pm 0,0000014^\circ$ (верхний знак для моды, бегущей вправо, нижний — для моды, бегущей влево). Соответствующие этому случаю графики для интенсивности правой НВМ и полного коэффициента пропускания T приведены на рис. 2, б и рис. 3, б соответственно. Теперь невозможно одновременное резонансное возбуждение правой и левой НВМ.

В заключение отметим, что изучение резонансного рассеяния на периодических волноведущих структурах позволило обнаружить и описать ряд новых интересных эффектов. В частности, интерес представляет эффект резонансного взаимодействия плоских волн через НВМ в различных дифракционных порядках.

Данная работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-01-01284а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hessel A., Oliner A. A. // Appl. Opt. 1965. 4, N 10. P. 1275.
2. Ахманов С. А., Семиногов В. Н., Соколов В. И. // ЖЭТФ. 1987. 93, № 5. С. 1654.

3. Семиногов В. Н., Соколов В. И. // Квант. электроника. 1989. 16, № 7. С. 1481.
4. Волноводная оптоэлектроника/Ред. Т. Тамир. М., 1991.
5. Wang S. S., Magnusson R., Bagby J. S., Moharam M. G. // J. Opt. Soc. Am. 1990. A8. P. 1470.
6. Введение в интегральную оптику/Ред. М. Барноски. М., 1978.
7. Унгер Х.-Г. Плоские и волоконные оптические волноводы. М., 1980.
8. Carnaglia C. K., Black J. P., Watkins S. E., Pond V. J. // Appl. Opt. 1993. 32, N 28. P. 5504.
9. Eison J. M., DeSandre L. F., Stanford J. L. // J. Opt. Soc. Am. 1988. A5, N 1. P. 74.
10. Wang S. S., Magnusson R. // Appl. Opt. 1993. 32, N 10. P. 2606.
11. Moharam M. G., Gaylord T. K. // J. Opt. Soc. Am. 1986. A3, N 11. P. 1780.
12. Быков А. А., Попов В. Ю., Свешников А. Г. // ЖВМ и МФ. 1994. 34, № 7. С. 1038.
13. Electromagnetic Theory of Gratings/Ed. R. Petit. Berlin, 1980.
14. Solimeno S., Crosignali B., Diporto P. Guiding Diffraction and Confinement of Optical Radiation. N. Y., 1986. Chapt. 6.10.
15. Шестопалов В. П., Сиренко Ю. К. Динамическая теория решеток. Киев, 1989.
16. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. Харьков, 1973.
17. Marcuse D. Theory of dielectric optical waveguides. N. Y., 1991. Chapt. 1.

Поступила в редакцию
13.01.95

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 5

УДК 530.12:550.831

«СВОБОДНОЕ» РАСШИРЕНИЕ ПЫЛЕВОГО СКАЛЯРНОГО ШАРА С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАРЯДОМ

А. А. Власов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Найдено точное решение для расширяющегося шара из частиц, заряженных скалярным и электрическим зарядом. Это решение отвечает расширению шара без ускорения. Отмечены особенности полученного решения.

Модель скалярного поля в силу своей простоты полезна для обнаружения и исследования некоторых особенностей поведения классических полевых схем, в том числе и гравитационной теории в подходе РТГ [1]. В частности, в [2] было показано, что для расширяющейся оболочки поведение скалярного и гравитационного полей качественно сходны. В настоящей работе будет рассмотрена другая задача, которая, возможно, окажется полезной для выяснения деталей сферически симметричного коллапса в РТГ. Это задача о поведении шара из скалярных частиц, взаимное притяжение которых в модели скалярного поля в некоторой степени компенсируется наличием у частиц одноименного электрического заряда.

Пусть n — плотность частиц, несущих скалярный заряд Q и электрический заряд e . Если u^p — 4-скорость частиц ($u^p = dx^i/ds = u^0(1, \mathbf{v})$), ds — интервал в пространстве Минковского), то закон сохранения плотности частиц гласит

$$D_m(nu^m) = 0, \quad (1)$$

где D — ковариантная по метрике γ_{mn} пространства Минковского производная.