ктрического поля E_{x1} приводит к возбуждению поперечных осцилляций электронов, наиболее сильному вблизи циклотронного резонанса $\omega=kv_z=\omega_B$, где $\omega_B=eB/(m\gamma)$ — релятивистская циклотронная частота [8]. Отметим, что это условие обычно совпадает с условием циклотронного поглощения встречной волны в генераторах черенковского типа. В соответствии с результатами работы [8] ширина резонанса по магнитному полю $\Delta B/B$ и максимальный поперечный импульс $p_{\max}$ (безразмерный, нормированный на mc) определяются выражениями

$$\Delta B/B\approx 3\cdot 2^{1/3}a^{2/3}, \quad p_{\max}=p\cdot 2^{5/3}a^{1/3},$$

$$a=eE_{x1}\gamma/(2\,mc^2kp^2), \quad p=(\gamma^2-1)^{1/2}.$$

Проведенные оценки показали, что при энергии электронов 0,511 МэВ ($\gamma=2$), линейной плотности тока $I=100$ А/см, периоде структуры $d=1{,}6$ см и нормированных размерах электродов $x_1=1$, $x_{2,3}=10$ ширина резонанса на полувысоте по поперечному импульсу составляет $\Delta B/B\approx 4\%$, а максимальный поперечный импульс $p_{\max}\approx 0{,}55$.

Очевидно, что при возбуждении поперечных колебаний предельный ток пучка снижается по сравнению с оценками (7), так как продольная скорость электронов дополнительно уменьшается.

Таким образом, в периодических структурах лестничного и гофрированного типов возможна значительная автомодуляция РЭП за счет собственных кулоновских полей. Приведенные результаты приближенно справедливы и в аксиально-симметричных структурах большого по сравнению с периодом d диаметра с трубчатыми РЭП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бугаев С. П., Канавец В. И., Кошелев В. И., Черепенин В. А. Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы. Новосибирск, 1991.
2. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Денисов Г. Г.//Релятивистская высокочастотная электроника. Вып. 2. Горький (ИПФ АН СССР), 1981. С. 237.
3. Александров А. Ф., Кубарев В. А., Луговской А. В.//Радиотехн. и электроника. 1992. **37**, № 4. С. 705.
4. Александров А. Ф., Кубарев В. А., Луговской А. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1993. **34**, № 3. С. 19.
5. Александров А. Ф., Кубарев В. А., Луговской А. В.//Радиотехн. и электроника. 1994. **39**, № 5. С. 828.
6. Богданкевич Л. С., Желязков И. И., Рухадзе А. А.//ЖЭТФ. 1969. **57**, № 2. С. 315.
7. Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М., 1984.
8. Александров А. Ф., Кубарев В. А., Черепенин В. А.//Радиотехн. и электроника. 1992. **37**, № 12. С. 2265.

Поступила в редакцию
11.01.95

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 5

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.3

ВОЗМУЩЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ КОМБИНАЦИОННЫМИ РЕЗОНАНСАМИ

В. А. Алешкевич, В. А. Выслоух

(кафедра общей физики)

Рассмотрена задача о комбинационном самопреобразовании частоты фемтосекундных оптических солитонов. Развит метод спектральных возмущений, позволивший

получить аналитические оценки для сдвига частоты при произвольном соотношении между параметрами солитона и линии комбинационного рассеяния.

Оптические солитоны, формирующиеся в волоконных световодах благодаря устойчивой компенсации дисперсионного расплывания импульсов нелинейным самосжатием, являются объектом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований. В качестве побудительных мотивов здесь следует упомянуть применение солитонов в информационных системах, спектроскопии сверхбыстрых процессов и устройствах управления света светом [1].

По мере уменьшения длительности солитонов существенное влияние на их распространение и взаимодействие начинает оказывать эффект комбинационного самопреобразования частоты. Широкий спектр фемтосекундного импульса содержит спектральные компоненты, разность частот которых соизмерима с резонансной частотой молекулярных колебаний, что приводит к перекачке энергии из высокочастотного крыла спектра в низкочастотное. В результате возникает монотонный по расстоянию сдвиг спектра в красную область. Этот эффект был экспериментально обнаружен авторами [2]. При характерной длительности импульса в 100 фс и длине световода 100 м зарегистрированный сдвиг частоты достигал 9 ТГц.

Простое феноменологическое описание комбинационного самопреобразования частоты, применимое в случае широкополосных комбинационных резонансов, изложено в работе [3]. Более последовательная математическая модель развита в [4]. Результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие влияние комбинационной компоненты нелинейной восприимчивости на распространение фемтосекундного солитона, приведены в [5].

Целью настоящей работы является разработка аналитического описания, дающего возможность проследить количественные закономерности самопреобразования частоты солитона, без ограничивающих предположений о соотношении параметров комбинационного резонанса и спектра импульса. Для решения поставленной задачи мы развиваем метод спектральных возмущений, позволяющий непосредственно выразить вариации солитонных параметров через возмущения спектра.

Математическое описание

Наше рассмотрение базируется на нелинейном уравнении Шрёдингера для комплексной амплитуды импульса и классическом уравнении динамики молекулярных колебаний [4]

$$i\frac{\partial q}{\partial \rho}=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q}{\partial \tau^2}+(1-\beta)\,|q|^2 q+\beta Q q, \tag{1}$$

$$\mu^2\frac{\partial^2 Q}{\partial \tau^2}+2\mu\gamma\frac{\partial Q}{\partial \tau}+Q=|q|^2. \tag{2}$$

Напомним, что первое слагаемое в правой части (1) описывает дисперсионное расплывание импульса, второе — его фазовую самомодуляцию, обусловленную практически безынерционным электронным эффектом Керра. Третье слагаемое учитывает нетривиально зависящий от времени комбинационный вклад в нелинейную восприимчивость. Применимость системы уравнений (1), (2) подтверждена сравнением результатов компьютерного моделирования с экспериментальными данными [4].

Поясним физический смысл введенных переменных и параметров. В уравнениях (1)—(2) бегущее время $\tau=(t-z/u)$ нормировано на начальную длительность импульса τ_0, расстояние ζ — на дисперсионную длину $L_d=\tau^2_0/|k_2|$, u — групповая скорость, $k_2=\partial^2k/\partial\omega^2$. Комплексная амплитуда q выражена в солитонных единицах

$$|q_0|=[8\pi k_2/(\tau_0^2k_0\tilde{n}_2cn_0)]^{1/2},$$

$\tilde{n}_2$ — коэффициент нелинейности (в кварцевом световоде $\tilde{n}_2\simeq3{,}2\times\times10^{-16}$ см^2/Вт), n_0 — показатель преломления. Колебательная координата $Q(\zeta,\tau)$ в уравнении (2) нормирована на $Q_0=\alpha'_Q|q_0|^2/(4M\omega_R^2)$, где $\alpha'_Q=\partial\alpha/\partial Q$, $\alpha(Q)$ — электронная поляризуемость молекулы, параметрически зависящая от Q, M — эффективная масса.

Параметр $\mu=(\tau_0\omega_R)^{-1}$ характеризует отношение ширины спектра импульса к частоте комбинационного резонанса ω_R, а параметр $\gamma==(T_2\omega_R)^{-1}$ — отношение ширины линии комбинационного резонанса, определяемой временем T_2, к ω_R. Для кварцевых световодов типичны значения $\omega_R\simeq8{,}3\cdot10^{13}$ с$^{-1}$, $T_2\simeq50$ фс. Влияние молекулярных колебаний на динамику солитона определяется параметром $\beta=(g/k\tilde{n}_2)/(\omega_RT_2)$, где g — коэффициент усиления в центре линии комбинационного резонанса, выраженный в см/Вт (при длине волны излучения $\lambda=1{,}55$ мкм $g=0{,}62\cdot10^{-11}$ см/Вт, $\beta\simeq0{,}2$). При $\tau_0=100$ фс параметр $\mu\simeq0{,}12$, характерное значение приведенной ширины линии для плавленого кварца $\gamma\simeq0{,}3$.

Метод спектральных возмущений

Известно (см., напр., [1]), что невозмущенное нелинейное уравнение Шрёдингера (1) имеет односолитонное решение

$$\begin{aligned} &q_s(\zeta,\tau)=\varkappa\,\mathrm{sech}\,[\varkappa(\tau-\tau_s)+\Omega_s\zeta]\exp[i\Phi(\zeta,\tau)],\\ &\Phi(\zeta,\tau)=\Omega_s(\tau-\tau_s)-(\varkappa^2-\Omega_s^2)\zeta/2+\varphi_s, \end{aligned}\tag{3}$$

где параметр $\varkappa$, называемый формфактором, характеризует амплитуду солитона и его длительность, Ω_s — нормированная на τ_0 частота солитона, τ_s — временная координата его центра, φ_s — фаза. В подавляющем большинстве практически интересных случаев комбинационный вклад в нелинейную восприимчивость имеет характер малого возмущения [6]. Это обстоятельство, а также структурная устойчивость солитона, дают основания искать решение системы (1), (2) в виде (3), но с параметрами, зависящими от эволюционной переменной $\zeta:\varkappa=\varkappa(\zeta)$, $\Omega_s=\Omega_s(\zeta)$, и т. д.

Для вычисления вариации наиболее важных параметров $\delta\varkappa$ и $\delta\Omega_s$ воспользуемся развитой в [7] модификацией метода возмущений, основанной на аппарате обратной задачи рассеяния. Согласно этому подходу рассматривается малый участок трассы распространения $d\zeta$ и из уравнения (1) вычисляется возмущение комплексной амплитуды, обусловленное комбинационным вкладом в восприимчивость:

$$\delta q(\zeta,\tau)=-i\beta Q(\tau)q_s(\zeta,\tau)\,d\zeta.\tag{4}$$

Затем, используя полученные в [7] интегральные представления

$$\delta\varkappa=\varkappa\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{sech}\,(\varkappa\tau)\,\mathrm{Re}\,[\exp(-i\Omega_s\tau)\,\delta q(\tau)]\,d\tau,\tag{5}$$

$$\delta\Omega_s=\varkappa\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{sech}\,(\varkappa\tau)\,\mathrm{th}\,(\varkappa\tau)\,\mathrm{Im}\,[\exp(-i\Omega_s\tau)\,\delta q(\tau)]\,d\tau,\tag{6}$$

вычисляются искомые вариации параметров (для определенности формулы выписаны в случае, когда при $\zeta=0$ $\tau_s=0$, $\varphi_s=0$).

Однако для решения целого ряда задач более удобным представляется выразить $\delta\varkappa$, $\delta\Omega_s$ не через возмущения временной огибающей солитона $\delta q(\tau)$, а через фурье-спектр возмущения $\delta q(\Omega)$. С этой целью подставим в (5), (6) $\delta q(\tau)$ в виде обратного фурье-преобразования:

$$\delta q(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta q(\Omega)\exp(i\Omega\tau)\,d\Omega. \tag{7}$$

Вычисляя в (5), (6) внутренние интегралы по τ, запишем вариации солитонных параметров в спектральном представлении:

$$\delta\varkappa=\pi\int_{-\infty}^{\infty}\operatorname{sech}\left[\frac{\pi(\Omega-\Omega_s)}{2\varkappa}\right]\operatorname{Re}[\delta q(\Omega)]\,d\Omega, \tag{8}$$

$$\delta\Omega_s=\pi\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(\Omega-\Omega_s)}{\varkappa}\operatorname{sech}\left[\frac{\pi(\Omega-\Omega_s)}{2\varkappa}\right]\operatorname{Re}[\delta q(\Omega)]\,d\Omega. \tag{9}$$

Из полученных формул видно, что вариация формфактора определяется интегралом перекрытия спектров солитона и возмущения, а вариация частоты — первым моментом произведения спектров $q_s(\Omega)$ и $\delta q(\Omega)$ относительно точки Ω_s. Заметим, что при необходимости аналогичным образом могут быть вычислены вариации $\delta\tau_s$ и $\delta\varphi_s$.

Применительно к рассматриваемой нами задаче $\delta q(\Omega)$ находится путем фурье-преобразования выражения (4) и имеет вид свертки спектров

$$\delta q(\Omega)=-i\beta Q(\Omega)*q_s(\Omega)\,d\zeta, \tag{10}$$

где операция свертки обозначена звездочкой. Спектральная амплитуда колебательной координаты $Q(\Omega)$ находится из уравнения (2)

$$Q(\Omega)=K(\Omega)\,|q|_\Omega^2,$$
$$K(\Omega)=[(1-\mu^2\Omega^2)+i2\mu\gamma\Omega]^{-1}, \tag{11}$$

в котором

$$|q|_\Omega^2=\frac{\varkappa}{\pi}\,\frac{(\pi\Omega/2\varkappa)}{\operatorname{sh}(\pi\Omega/2\varkappa)}$$

— фурье-образ квадрата модуля солитонного решения (3). Подставляя (11) в (10), получаем для возмущения спектральной амплитуды солитона интегральное представление

$$\delta q(\Omega)=-\frac{\beta d\zeta}{2}\int_{-\infty}^{\infty}K(\omega)\,|q|_\omega^2\operatorname{sech}\left[\frac{\pi(\Omega-\omega)}{2\varkappa}\right]d\omega. \tag{12}$$

И наконец, подставляя (12) в формулы для вариаций солитонных параметров (8), (9) и вычисляя внутренние интегралы, убеждаемся в том, что комбинационный вклад в нелинейную восприимчивость не возмущает формфактор ($\delta\varkappa=0$), а скорость изменения частоты Ω_s с расстоянием имеет вид

$$\frac{d}{d\rho}\delta\Omega_s=-\frac{\beta\varkappa}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{2\mu\gamma\Omega^2}{(1-\mu^2\Omega^2)^2+4\mu^2\gamma^2\Omega^2}\,\frac{(\pi\Omega/2\varkappa)^2}{\operatorname{sh}^2(\pi\Omega/2\varkappa)}\,d\Omega, \tag{13}$$

где без ограничения общности мы предположили, что при $\zeta=0$ $\Omega_s=0$.

Отметим, что подынтегральное выражение в (13) разделяется на два сомножителя: первый из них определяется формой линии комбинационного рассеяния, а второй — спектром солитонного импульса. В общем случае нам не удалось выразить интеграл (13) в элементарных функциях. Однако два рассматриваемых ниже частных случая представляют особый интерес.

Если солитон является спектрально узким или, что эквивалентно, линия комбинационного рассеяния — широкой ($T_2 \ll \tau_0$), то для интеграла (13) сравнительно просто получить асимптотическую оценку. Для этого в подынтегральном выражении выделяется множитель вида $f(\Omega) = (\varepsilon\Omega)^4/\mathrm{sh}^2(\varepsilon\Omega)$ с параметром $\varepsilon = \pi/2\varkappa \gg 1$, который при $\varepsilon \to \infty$ путем соответствующей нормировки аппроксимируется δ-функцией: $f(\Omega) \approx \approx \delta(\Omega)$. Результирующая формула имеет вид

$$\frac{d}{d\zeta}\,\delta\sigma_s = -\frac{16}{15}\,\beta\mu\gamma\varkappa^4\left[\left(1-\frac{16}{\pi^2}\,\varkappa^2\mu^2\right)^2+\frac{64}{\pi^2}\,\varkappa^2\mu^2\gamma^2\right]^{-1}. \tag{14}$$

В другом важном частном случае узкого комбинационного резонанса ($T_2 \gg \tau_0$) δ-функцией удается аппроксимировать первый из сомножителей подынтегрального выражения (13) и записать соответствующее выражение для сдвига частоты:

$$\frac{d}{d\rho}\,\delta\Omega_s = -\beta\varkappa\Omega_R^2\,\frac{(\pi\Omega_R/2\varkappa)^2}{\mathrm{sh}^2(\pi\Omega_R/2\varkappa)}, \tag{15}$$

где $\Omega_R = \omega_R\tau_0 = \mu^{-1}$ — безразмерная частота комбинационного резонанса. В общем случае ($T_2 \sim \tau_0$) скорость сдвига частоты нетрудно найти численным интегрированием (13).

Анализ результатов

Для физического анализа полученных результатов вернемся к размерным переменным, учитывая номировки уравнений (1), (2). Упрощенная с учетом неравенства ($T_2 < \tau_0$) и переписанная в физических переменных формула (14) принимает вид

$$\frac{d}{dz}\,\delta\omega_s \approx -\frac{16}{15}\,\frac{g\,|k_2|\,\varkappa^4}{k\tilde{n}_2\omega_R^3 T_2\tau_0^4}\left(1+\frac{32\varkappa^2}{\pi^2\omega_R^2\tau_0^2}\right), \tag{16}$$

где ω_s, ω_R — размерные частоты солитона и комбинационного резонанса, z — расстояние в сантиметрах, а остальные параметры введены при обсуждении уравнений (1), (2). Заметим, что первое из слагаемых оценки (16) $\sim\tau_0^{-4}$ совпадает с известным результатом [3]. Примененный нами метод спектральных возмущений позволяет уточнить этот результат. Второе из слагаемых (16) $\sim\tau_0^{-6}$ становится существенным при длительностях импульса $\tau_0 < 10^2$ фс. Простые вычисления показывают, что оценка (16) хорошо описывает экспериментальные данные [2].

Для случая узкого комбинационного резонанса, когда δ-функцией можно аппроксимировать форму линии, интеграл (13) оценивается следующим образом:

$$\frac{d}{dz}\,\delta\omega_s = -\frac{g\,|k_2|\,\varkappa\omega_R}{k\tilde{n}_2\tau_0 T_2}\,\frac{(\pi\omega_R\tau_0/2\varkappa)^2}{\mathrm{sh}^2(\pi\omega_R\tau_0/2\varkappa)}. \tag{17}$$

Наиболее примечательная особенность этой формулы состоит в том, что скорость уменьшения частоты немонотонно зависит от частоты комбинационного резонанса. Простое исследование на экстремум показывает, что скорость уменьшения частоты максимальна при $\omega_R \simeq$

$\simeq 0{,}82\,\varkappa/\tau_0$, т. е. в том случае, когда центр линии комбинационного рассеяния расположен вблизи точки перегиба на низкочастотном крыле солитонного спектра. В этом случае максимальная скорость уменьшения частоты удовлетворяет неравенству

$$\frac{d}{d\zeta}\,\delta\omega_s \leqslant -\frac{g\,|k_2|\,\varkappa^2}{2k\,\widetilde{n}_2 T_2 \tau_0^2}. \qquad (18)$$

Так, например, при $g=0{,}62\cdot 10^{-11}$ см/Вт, $\lambda=1{,}55$ мкм, $\tilde{n}_2=3{,}2\cdot 10$ см/Вт, $|k_2|=10^{-28}$ с^2/см, $T_2=1$ пс, $\tau_0=100$ фс сдвиг частоты может достигать значения 25 ТГц на расстоянии 100 м.

Указанная особенность взаимодействия солитона с узкими комбинационными резонансами может найти практическое применение в схемах преобразования частоты, так как легирование сердцевины световода соответствующими комбинационно-активными добавками создает возможности для реализации значительных частотных сдвигов без потерь мощности.

Заключение

Подведем краткие итоги работы. Развитый нами метод спектральных возмущений является комплементарным по отношению к известным координатным представлениям и позволяет расширить круг рассматриваемых проблем. Применительно к задаче о комбинационном самопреобразовании частоты он дал возможность впервые проанализировать влияние узких комбинационных резонансов на динамику распространения фемтосекундных солитонов, расширить диапазон применимости соответствующих оценок для случая широких резонансов.

Работа выполнена при частичной поддержке Международного фонда научных исследований (ISF), грант MLV000.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М., 1988.
2. Mitshke F. M., Mollenauer L. F.//Opt. Lett. 1986. **11**, N 10. P. 659.
3. Gordon G. P.//Ibid. P. 662.
4. Afanasyev V. V., Vysloukh V. A., Serkin V. N.//Opt. Lett. 1990. **15**, N 9. P. 489.
5. Выслоух В. А., Матвеев А. Н., Петрова И. Ю.//Вестн. Моск. ун-та. **Физ. Астрон.** 1990. **31**, **№ 1**. С. 40.
6. Afanasyev V. V., Serkin V. N., Vysloukh V. A.//Sov. Lightwave. Commun. 1992. **2**. P. 35.
7. Выслоух В. А., Чередник И. В.//ТМФ. 1987. **71**, № 1. С. 13.

Поступила в редакцию
23.12.94

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1995. Т. 36, № 5

УДК 621.373.826

ГЕОМЕТРООПТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВИНТОВЫХ ПОЛЕЙ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Л. С. Корниенко, П. В. Короленко, Н. Н. Федотов, В. Ф. Шарков

(кафедра оптики и спектроскопии)

Рассмотрены возможности геометрооптических моделей для описания свойств световых внутрирезонаторных полей с винтовой структурой волнового фронта. Установлены правила квантования размеров лучевых пакетов винтовых мод оптических