Преобразуя переменные t^P по векторному закону:

$$t^P = L^P_Q \bar{t}^Q, \ \bar{t}^P = l^P_Q t^Q, \tag{26}$$

мы вследствие инвариантности $S(t) = S(\bar{t})$ функции (16) немедленно придем к выводу, что векторы (25) преобразуются тоже по закону вида (26):

$$l^P = L^P_Q \bar{l}^Q, \ \bar{l}^P = l^P_Q l^Q, \ l_P = l^Q_P \bar{l}_Q, \ \bar{l}_P = L^Q_P l_Q. \tag{27}$$

Принимая также во внимание лоренц-инвариантность тензора e_{PQ}, мы из (27) можем заключить, что тензор (23)—(24) имеет *лоренц-инвариантный* вид, т. е.

$$n^{PQ}(t) = n^{RS}(\bar{t}) L^P_R L^Q_S, \ n_{PQ}(t) = n_{RS}(\bar{t}) l^R_P l^S_Q.$$

Аналогично лоренц-инвариантный вид имеют объекты, введенные в разделе 3:

$$m^Q_P(t) = m^S_R(\bar{t}) L^Q_S l^R_P, \ f^Q_P(t) = f^S_R(\bar{t}) L^Q_S l^R_P,$$

$$f^R_{PQ}(t) = f^S_{TN}(\bar{t}) L^R_S l^T_P l^N_Q.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Asanov G. S. Finsler Geometry, Relativity and Gauge Theories. Dordrecht, 1985.
2. Асанов Г. С.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 1. С. 19 (Moscow University Physics Bulletin. 1994. N 1. P. 18); там же. 1995. N4 С. 7.
3. Асанов Г. С.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 2. С. 13 (Moscow University Physics Bulletin. 1994. N 2. P. 11).

Поступила в редакцию
21.04.95

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 2

УДК 530.145

ПАРАДОКС ЭЙНШТЕЙНА—ПОДОЛЬСКОГО—РОЗЕНА И НЕРАВЕНСТВО БЕЛЛА В КВАНТОВОЙ СИСТЕМЕ С ПАМЯТЬЮ

Д. А. Славнов

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

В квантовой модели с памятью рассмотрен парадокс Эйнштейна—Подольского—Розена и неравенство Белла. Показано, что в предположении о наличии нескольких уровней памяти можно получить те же результаты, что и в стандартной квантовой механике, при очень простой и наглядной физической интерпретации.

В работе [1] автором этой статьи была предложена новая модель квантовой теории, которая позволяет дать наглядную интерпретацию процесса квантовых измерений. В настоящей статье мы обсудим, как в рамках этой модели решаются две принципиально важные для квантовой теории проблемы. Первая — это так называемый парадокс Эйнштейна—Подольского—Розена [2], вторая — неравенство Белла [3] (см. также [4, 5]).

Основные положения модели, предложенной в работе [1], сводятся к следующему. Каждый квантовый объект состоит из волнового поля колебаний вакуума и ядер, также участвующих в колебательных движениях. Волновое поле нелокально, ядра точечны и бесструктурны, при этом они являются носителями корпускулярных свойств в латентной форме. Последнее означает, что наблюдаемые являются элементами некоторой некоммутативной алгебры (алгебры наблюдаемых).

В процессе взаимодействия квантового объекта с измерительным прибором происходит «проявление» некоторых наблюдаемых. Показания прибора — это явное значение соответствующей наблюдаемой. Процесс проявления детерминантный, но немарковский. Его конкретный результат для индивидуального квантового объекта определяется всей предысторией этого объекта. Предполагается, что сведения (неполные) о предыстории хранятся в памяти квантового объекта, носителем которой является волновое поле. Эти сведения зашифрованы в колебаниях поля, когерентных колебаниям ядер объекта.

Будем считать, что если квантовый объект состоит из n невзаимодействующих частиц, то у него имеется n уровней памяти. Верхний уровень — одночастичный, его носителями являются колебания волнового поля, когерентные колебаниям отдельных ядер. Память отдельной частицы хранит информацию об ее предыстории. В стандартной квантовой механике этой информации соответствует одночастичная волновая функция.

Все квантовомеханические предсказания целиком определяются волновой функцией и не зависят от предыстории. Чтобы этому не противоречили предсказания предлагаемой модели, следует предположить, что существует целый класс одночастичных объектов с одинаковой информацией в памяти и с разными предысториями, причем в этот класс входит одночастичный объект, никогда не участвовавший во взаимодействии.

Второй уровень памяти — двухчастичный, его носителями являются колебания волнового поля, когерентные колебаниям всевозможных отдельных пар ядер. Опять-таки должен существовать целый класс двухчастичных объектов с одинаковой информацией в памяти и с разными предысториями. В класс должен входить двухчастичный объект, никогда не испытывавший внешнего воздействия.

По этой же схеме можно описать более глубокие уровни памяти. Элементарным образом рассмотрение распространяется на квантовые объекты, состоящие из невзаимодействующих между собой комплексов, а не частиц.

Различные уровни памяти могут взаимно дополнять друг друга. Рассмотрим, например, квантовый объект, состоящий из двух невзаимодействующих частиц. Пусть между наблюдаемыми этих частиц имеется некоторая корреляция. Наиболее естественное объяснение этой корреляции — наличие генетической связи. Под этим подразумевается, что когда-то в прошлом эти частицы либо взаимодействовали между собой, либо имели общее происхождение.

Если нас интересует какая-то информация об этой корреляции, то ясно, что ее можно почерпнуть только из памяти двухчастичного уровня, так как информация одночастичного уровня совпадает с информацией в памяти двух никогда не взаимодействовавших частиц, у которых, естественно, никакой корреляции наблюдаемых нет.

С другой стороны, если нас интересуют сведения об одночастичных наблюдаемых, то бо́льшую информацию можно почерпнуть на одночастичном уровне. Действительно, поскольку информация в памяти позволяет сделать только вероятностные предсказания о дальнейшем поведении квантового объекта, то на основании двухчастичной памяти (источник корреляции!) можно описать только вероятность того или иного варианта распада двухчастичной *связной* системы на две свободные частицы. Каждому из этих вариантов соответствует свой вариант информации в одночастичной памяти. Это приводит к дополнительной неопределенности в предсказании явных значений наблюдаемых по сравнению с тем, когда для свободной частицы известна вся информация в ее памяти, которая в данном случае имеет только один уровень.

Приведенные рассуждения несправедливы при отсутствии корреляций, так как в этом случае рассматриваемые две частицы либо никогда не образовывали связного комплекса, либо информация об этом периоде их истории полностью утеряна. Поэтому двухчастичная память не дает дополнительной информации по сравнению с одночастичной. Из сказанного можно сделать вывод, что двухчастичная память дает бо́льшую информацию о древнем периоде истории, а одночастичная — более подробную о менее древнем.

Предположение о наличии многих уровней памяти позволяет просто разрешить знаменитый парадокс Эйнштейна—Подольского—Розена. Рассмотрим систему, предложенную Бомом [6] для иллюстрации парадокса. Эта система состоит из двух частиц со спином 1/2, возникших в результате распада синглетного состояния и разлетавшихся на большое расстояние друг от друга. Для таких частиц сумма спинов равна нулю:

$$\mathbf{s}(1)+\mathbf{s}(2)=0. \qquad (1)$$

Измерим какую-нибудь компоненту спина второй частицы, например $s_z(2)$. Пусть получится $s_z(2)=-1/2$, тогда в силу (1) мы можем заранее предсказать, что измерение компоненты спина первой частицы даст результат $s_z(1)=1/2$. Но это вовсе не означает, что хранящаяся в одночастичной памяти первой частицы информация соответствует одночастичной волновой функции, которая является собственной функцией оператора $\hat{s}_z(1)$ с собственным значением 1/2, и тем более не стала таковой в результате измерения, относящегося ко второй частице. Просто в силу наличия корреляции между наблюдаемыми мы с помощью измерения наблюдаемых второй частицы получили для данной *конкретной* квантовой системы (отдельного члена ансамбля) дополнительную информацию о первой частице. Эта информация содержится на двухчастичном уровне памяти, но отсутствует в одночастичной памяти первой частицы. С другой стороны, именно последней информации соответствует волновая функция квантовой системы, состоящей только из первой частицы.

Мы могли бы для второй частицы измерить какую-нибудь другую компоненту спина, например $s_x(2)$. Получив определенное значение, мы смогли бы заранее предсказать результат измерения компоненты $s_x(1)$ для первой частицы. Однако одночастичная волновая функция первой частицы при этом осталась бы той же, что и при измерении $s_z(2)$.

Наконец, мы можем провести опыт, в котором измеряются компоненты $s_x(2)$ и $s_z(1)$. Измерение $s_x(2)$ позволит нам заранее предсказать, как реагирует на первую частицу прибор, измеряющий x-ю компоненту спина, если бы соответствующее измерение проводилось. Однако реально для первой частицы проводится измерение компоненты $s_z(1)$, в котором для конкретной частицы получается определенный результат.

К парадоксу Эйнштейна—Подольского—Розена можно прийти, если отсюда сделать вывод, что первая частица находится в состоянии с определенными значениями $s_x(1)$ и $s_z(1)$. В действительности одночастичная волновая функция (в нашей модели ей соответствует информация в одночастичной памяти) вовсе не обязана быть собственной функцией хотя бы одного из операторов $\hat{s}_x(1)$ и $\hat{s}_z(1)$.

Все же последний опыт можно истолковать как одновременное измерение компонент $s_x(1)$ и $s_z(1)$ и формально вступить в противоречие с утверждением стандартной квантовой механики о невозможности одновременного измерения двух наблюдаемых, которым соответствуют некоммутирующие операторы. Однако в данном опыте реально производится измерение только величины $s_z(1)$, а для $s_x(1)$ делается лишь предсказание результата измерения, которое реально не проводится. Фактически мы приходим к спору о терминах, что понимать под одновременной измеримостью двух величин.

В связи с этим представляется, что упомянутое утверждение квантовой механики вообще лучше не излагать в терминах измерений, а, например, сформулировать так: не существуют состояния квантовой системы с равными нулю дисперсиями двух наблюдаемых, которым соответствуют некоммутирующие операторы.

Предположение о существовании нескольких уровней памяти позволяет легко решить проблемы, связанные с еще одной «проклятой» проблемой квантовой механики — неравенством Белла, которое позволяет на основании экспериментальных данных сделать выбор между стандартной квантовой механикой и теорией со скрытыми параметрами.

В теории со скрытым параметром λ неравенство Белла записывается для корреляционных функций $E(a, b)$ наблюдаемых a и b двух пространственно разнесенных частиц. Для описанной выше системы из двух частиц a и b — удвоенные проекции спинов на направления $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$. В простейшем случае предполагается, что каждая из двух наблюдаемых может принимать два значения:

$$A(a) = \pm 1, \quad B(b) = \pm 1,$$

где A — это значение наблюдаемой для первой частицы, а B — для второй. Величина $E(a, b)$ определяется как среднее значение произведения наблюдаемых a и b в рассматриваемом состоянии. Обозначим через $\mathcal{E}(a, b, \lambda)$ соответствующее произведение для фиксированного значения скрытого параметра λ. Тогда

$$E(a, b) = \int_\Lambda d\mu(\lambda)\, \mathcal{E}(a, b, \lambda), \tag{2}$$

где мера $d\mu(\lambda)$ и область Λ не зависят от a и b. Делается естественное предположение, что если теория локальна и частицы находятся в пространственноподобных областях, то

$$\mathcal{E}(a, b, \lambda) = A(a, \lambda)\, B(b, \lambda). \tag{3}$$

В этом случае легко доказывается справедливость неравенства Белла:

$$|E(a, b) - E(a, b')| + |E(a', b) + E(a', b')| \leqslant 2. \tag{4}$$

С другой стороны, величину $E(a, b)$ можно вычислить по правилам квантовой механики. Так, в ранее рассмотренном случае распада синглетного состояния

$$E(a, b) = -\cos \widehat{\mathbf{ab}}. \tag{5}$$

Легко подобрать такие направления $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{a}'$, $\mathbf{b}'$, чтобы формулы (4) и (5) противоречили друг другу.

Проделанные эксперименты [7] позволили сделать выбор в пользу стандартной квантовой механики, хотя на этот счет имеются некоторые возражения (см., напр., [8]).

На первый взгляд кажется, что неравенство Белла можно доказать и в нашей модели, приняв в качестве λ параметр, который отличает одну предысторию от другой. Однако такого параметра не существует. Дело в том, что каждая предыстория уникальна, мы не можем, например, один раз измерить наблюдаемые a и b, в другой раз — наблюдаемые a' и b' при одной и той же предыстории.

Тем не менее формулу (2) можно сохранить и у нас, только в ней параметру λ надо придать другой смысл. Следует считать, что λ отличает одну информацию в памяти от другой. Поскольку в формуле (2) мы имеем дело с корреляциями, то следует рассматривать двухчастичную память. Теперь мера $d\mu(\lambda)$ характеризует относительное число предысторий, приходящихся на интервал $d\lambda$ в памяти, а функция $\mathscr{E}(a, b, \lambda)$ — *вероятность* наблюдения соответствующей корреляции. Поскольку частицы, для которых проводятся измерения наблюдаемых a и b, связаны генетической связью, то $\mathscr{E}(a, b, \lambda)$ нельзя представить в виде (3). Это не позволяет доказать неравенство Белла.

Таким образом, квантовая модель с многоуровневой памятью для мысленного эксперимента Эйнштейна—Подольского—Розена и неравенства Белла дает те же результаты, что и стандартная квантовая механика. Вместе с тем эта модель имеет физическую интерпретацию, не уступающую по наглядности той, которую имеют модели со скрытыми параметрами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Славнов Д. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. № 1. С. 24 (Moscow University Phys. Bull. 1996. N 1).
2. Einstein A., Podolsky B., Rosen N.//Phys. Rev. 1935. 47. P. 777.
3. Bell J. S.//Physics (Long Island City, N. Y.). 1965. 1. P. 195.
4. Home D., Whitaker M. A. B.//Phys. Reports. 1992. 210. P. 223.
5. Namiki M., Pascazio S.//Phys. Reports. 1992. 232. P. 301.
6. Бом Д. Квантовая теория. М., 1965.
7. Lamoreaux S. K.//Intern. J. Mod. Phys. 1992. A7. P. 6691.
8. Santos E.//Phys. Rev. Lett. 1991. 66. P. 1388.

Поступила в редакцию
10.05.95

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 2

УДК 539.12.01

МЕТОД РЕНОРМГРУППЫ ДЛЯ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

В. В. Белокуров, В. В. Камчатный

(НИИЯФ)

Исследуются решения уравнений ренормгруппы, зависящие от двух или более безразмерных комбинаций некоторых размерных переменных. Показано, что в общем случае вид функциональной зависимости от отношения безразмерных аргументов методом ренормгруппы не определяется. Найдена структура таких решений в некоторых специальных случаях.