$$[1-2P_2(\Delta t)]\,|\psi_1\rangle\langle\psi_1|+2P_2(\Delta t)\,|\psi_2\rangle\langle\psi_2|.$$

После n таких шагов мы получим матрицу плотности

$$[1-nP_2(\Delta t)]\,|\psi_1\rangle\langle\psi_1|+nP_2(\Delta t)\,|\psi_2\rangle\langle\psi_2|=$$
$$=[1-n^{-1}(\Omega_2T)^2]\,|\psi_1\rangle\langle\psi_1|+n^{-1}(\Omega_2T)^2\,|\psi_2\rangle\langle\psi_2|. \qquad (7)$$

Это означает, что с вероятностью $1-n^{-1}(\Omega_2T)^2$ валентный партон будет на уровне 1, а с вероятностью $n^{-1}(\Omega_2T)^2$ — на уровне 2.

Если после этого лазер с частотой ω_{12} отключить и включить световой импульс с частотой ω_{13}, то валентные партоны с уровня 1 будут постепенно перегоняться на уровень 3, а в результате их спонтанного перехода на уровень 1 испустятся вторичные фотоны с частотой ω_{13}. Из формулы (7) видно, что вероятность испускания таких фотонов порядка n^{-1}. Именно этот факт наблюдался в эксперименте IHBW.

Подводя итог, можно констатировать, что все результаты эксперимента IHBW в рамках модели с памятью находят естественное объявление. При этом существенным оказывается не факт измерения, а то, что в результате воздействия классических полей на квантовый объект нарушается когерентность между носителем корпускулярных свойств этого объекта (валентным партоном) и частью волнового поля (носителя памяти). Следует подчеркнуть, что в разрушении этой когерентности принимает участие не только «измеряющий» световой импульс, но и «приготавливающий» поток фотонов, создаваемый лазером длительного действия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Халфин Л. А.//ДАН СССР. 1957. **115**. С. 277.
2. Халфин Л. А.//УФН. 1990. **160**, № 10. С. 185.
3. Misra B., Sudarshan E. C. G.//J. Math. Phys. 1977. **18**. P. 756.
4. Itano W. H., Heinzen D. J., Bollinger J. J., Wineland D. J.//Phys. Rev. 1990. **A 41**. P. 2295.
5. Ballentine L. E.//Phys. Rev. 1991. **A 43**. P. 5156.
6. Petrosky T., Tasaki S., Prigogin I.//Phys. Lett. 1990. **A 151**. P. 109.
7. Славнов Д. А.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. № 1. С. 24 (Moscow University Phys. Bull. 1996. N 1).
8. Славнов Д. А//Там же. № 2. С. 13 (Ibid. N 2).

Поступила в редакцию
31.05.95

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 3

УДК 530.12

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

В. И. Денисов, Б. В. Мехта

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Показано, что в скалярно-тензорной теории гравитации со специальным выбором уравнения связи космологическая модель позволяет описать закон Хаббла, а также наблюдаемое значение параметра замедления $q=5$ при существующей плотности вещества $3\cdot10^{-31}$ г/см^3 во Вселенной.

В настоящее время в научной литературе вновь обсуждаются скалярно-тензорные теории гравитации. Одной из причин повышенного внимания к этим теориям являются их более широкие возможности для построения космологических моделей.

Как известно, космологические модели общей теории относительности достаточно хорошо описывают закон Хаббла — красное смещение галактик, пропорциональное их расстоянию от Земли. Однако параметр замедления q расширяющейся Вселенной в этой теории оказывается жестко связанным со средней плотностью энергии вещества ε во Вселенной:

$$q = \frac{4\pi G\varepsilon}{3H^2c^2},$$

где G — постоянная тяготения, H — постоянная Хаббла.

В теории гравитации Эйнштейна параметр замедления является одной из важнейших величин, характеризующих однородную Вселенную в целом: при параметре замедления $q<1/2$ модель Вселенной открытая, а при $q>1/2$ закрытая, имеющая конечный объем, но не имеющая границ. Из оценок массы вещества в галактиках [1] следует, что $\varepsilon/c^2=3\cdot 10^{-31}$ г/см^3. В этом случае параметр замедления в теории Эйнштейна должен быть равен $q=0{,}03$ и Вселенная должна быть открытой, расширяющейся неограниченно. Однако измерения величины параметра замедления дали иной результат.

Так, например, в работе [2] сделан вывод, что значение q находится в диапазоне от 2 до 32, наиболее вероятно значение $q=5$. Таким образом, в теории Эйнштейна получающаяся из наблюдений величина параметра замедления вступает в противоречие с наблюдаемой плотностью вещества в галактиках, которая значительно меньше, чем требуется для соответствия. Для устранения этого несоответствия между характеристиками космологического решения теории Эйнштейна и значениями, получаемыми из наблюдений, в настоящее время предпринимаются попытки как по увеличению величины ε (поиск недостающего вещества в галактиках, тайна «скрытого вещества»), так и по уменьшению значения q, получаемого из эксперимента (предположение о наличии сильной эволюции функции светимости от величины красного смещения). Эти попытки не внесли пока определенности в решение данного вопроса в общей теории относительности.

В скалярно-тензорном обобщении теории гравитации из-за наличия дополнительного скалярного гравитационного поля космологическая модель не требует такой жесткой связи между плотностью вещества Вселенной и параметром замедления. Поэтому скалярно-тензорные теории гравитации могут оказаться в состоянии описать наблюдаемое значение параметра замедления без привлечения гипотезы скрытого вещества. В настоящей работе мы проанализируем одну из таких космологических моделей.

В соответствии с идеологией скалярно-тензорных теорий гравитации будем считать, что наряду с метрическим тензором g_{ik} псевдориманова пространства-времени существует второй метрический тензор $\tilde{g}_{ik}$, который зависит от метрического тензора g_{ik} и скалярного гравитационного поля φ. Функцию действия для материи и гравитационного поля выберем в виде

$$S = -\frac{c^3}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\,R + \frac{1}{c}\int d^4x L_M(\tilde{g}_{ik}, \psi_A), \qquad (1)$$

где R — скалярная кривизна, соответствующая метрическому тензору g_{ik}, g — определитель этого тензора, φ_A — остальные поля материи.

Из выражения (1) следует, что тензор $\tilde{g}_{ik}$ является метрическим тензором эффективного псевдориманова пространства-времени для вещества, в то время как метрический тензор g_{ik} определяет естественную геометрию только для себя.

Одним из наиболее интересных уравнений, связывающих эти два тензора, является уравнение, не требующее введения специальной функции Лагранжа для скалярного гравитационного поля:

$$\tilde{g}_{ik} = I^{2s} g_{ik}, \tag{2}$$

где $I = 1 + \alpha \partial_n \varphi \partial_l \varphi g^{nl}$, α — некоторая постоянная с размерностью длины, s — числовой параметр.

Варьируя функцию действия (1) с учетом соотношения (2), получим следующие уравнения:

$$\partial_k \left\{ \frac{\alpha s}{c} \tilde{T}^{nl} \sqrt{-\tilde{g}}\, g_{nl} I^{2s-1} g^{mk} \partial_m \varphi \right\} = 0, \tag{3}$$

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} \tilde{T}^{nl} \{ g_{ni} g_{ik} I^{6s} - 2\alpha s g_{nl} I^{6s-1} \partial_i \varphi \partial_k \varphi \}, \tag{4}$$

где $\tilde{T}^{nl}$ — тензор энергии-импульса материи. Несложный анализ показывает, что в принятой нами формулировке скалярное гравитационное поле практически не оказывает влияния на постньютоновское движение тел, в результате чего данная теория описывает все известные эксперименты, выполненные с постньютоновской степенью точности.

Однако в глобальном смысле наличие скалярного гравитационного поля способно кардинальным образом изменить ход эволюции Вселенной. Для того чтобы в этом убедиться, построим космологическую модель данной теории. Так как наблюдательные данные [2] свидетельствуют в пользу закрытой Вселенной ($q > 1/2$), то компоненты метрического тензора g_{nl} следует выбрать в виде

$$g_{00} = -g_{11} = a^2(\eta),\ g_{22} = -a^2(\eta) \sin^2\chi,\ g_{33} = g_{22} \sin^2\theta. \tag{5}$$

При построении модели однородной и изотропной Вселенной вещество будем рассматривать как идеальную жидкость, тензор энергии-импульса которой имеет вид

$$\tilde{T}^{nm} = (\varepsilon + p) u^n u^m - g^{nm} p, \tag{6}$$

где p — изотропное давление, u^n — 4-скорость идеальной жидкости. В силу однородности и изотропности Вселенной имеем

$$\varepsilon = \varepsilon(\eta),\ p = p(\eta),\ u^\alpha = 0,\ u^0 = 1/\sqrt{\tilde{g}_{00}},\ \varphi = \varphi(\eta). \tag{7}$$

Метрический тензор $\tilde{g}_{nm}$ в силу соотношения (2) принимает вид

$$\tilde{g}_{00} = U^2,\ \tilde{g}_{11} = -U^2,\ \tilde{g}_{22} = -U^2 \sin^2\chi,\ \tilde{g}_{33} = \tilde{g}_{22} \sin^2\theta, \tag{8}$$

где

$$U = a(\eta) \left[1 + \frac{\alpha \dot{\varphi}^2}{a^2(\eta)} \right]^s,$$

а точка обозначает производную по η.

Символы Кристоффеля для метрики g_{nm} имеют вид

$$\tilde{\Gamma}^0_{00} = \tilde{\Gamma}^1_{01} = \tilde{\Gamma}^2_{02} = \tilde{\Gamma}^3_{03} = \tilde{\Gamma}^0_{11} = \frac{\dot{U}}{U}, \quad \tilde{\Gamma}^0_{22} = \frac{\dot{U}}{U}\sin^2\chi,$$

$$\tilde{\Gamma}^0_{33} = \tilde{\Gamma}^0_{22}\sin^2\theta, \quad \tilde{\Gamma}^1_{22} = -\sin\chi\cos\chi, \quad \tilde{\Gamma}^2_{12} = \tilde{\Gamma}^3_{13} = \operatorname{ctg}\chi, \tag{9}$$

$$\tilde{\Gamma}^1_{33} = \tilde{\Gamma}^1_{22}\sin^2\theta, \quad \tilde{\Gamma}^2_{33} = -\sin\theta\cos\theta, \quad \tilde{\Gamma}^3_{23} = \operatorname{ctg}\theta.$$

Сравнивая выражения (5) и (8), несложно установить, что символы Кристоффеля Γ^m_{ln} для метрики g_{nl} могут быть получены из выражений (9) простой заменой U на $a(\eta)$.

Из выражений (6)—(8) мы получим

$$\tilde{T}^{00} = \varepsilon/U^2, \quad \tilde{T}^{\beta\nu} = -p\tilde{g}^{\beta\nu}.$$

Уравнение для скалярного поля (3) в рассматриваемом случае принимает вид

$$\partial_0\left\{\frac{(\varepsilon - 3p)\, U^4\dot{\varphi}}{a^2 + \alpha\dot{\varphi}^2}\right\} = 0.$$

Поэтому

$$\frac{(\varepsilon - 3p)\;U^4\dot{\varphi}}{a^2 + \alpha\dot{\varphi}^2} = \text{const}. \tag{10}$$

Из ковариантного закона сохранения тензора энергии-импульса материи следует, что

$$\int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon + p\,(\varepsilon)} = -3\ln U. \tag{11}$$

И наконец, уравнения Эйнштейна (4) для метрического тензора g_{ik} в данном случае дают

$$1 + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^4}\left\{\frac{\varepsilon U^4}{a^2} - \frac{2\alpha s\,(\varepsilon - 3p)\,U^4\dot{\varphi}}{a^2\,[a^2 + \alpha\dot{\varphi}^2]}\right\}, \tag{12}$$

$$1 - \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{2\ddot{a}}{a} = -\frac{8\pi G p U^4}{c^4 a^2}.$$

Рассмотрим сначала решение уравнений (10)—(12) в окрестности настоящего момента времени, когда давление p пренебрежимо мало по сравнению с плотностью энергии вещества во Вселенной: $p \ll \varepsilon$. Из выражения (11) получим

$$\varepsilon = \varepsilon_0/U^3,$$

где ε_0 — постоянная интегрирования.

В этом случае из соотношения (10) следует, что

$$\dot{\varphi} = k_0 a,$$

где k_0 — постоянная интегрирования. Тогда уравнения Эйнштейна примут форму

$$1 - \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{2\ddot{a}}{a} = 0, \tag{13}$$

$$1+\frac{\dot a^2}{a^2}=\frac{8\pi G\varepsilon_0}{3c^4a}(1+\alpha k_0^2)^{s-1}[1+(1-2s)\alpha k_0^2].$$

Складывая эти уравнения, получим линейное дифференциальное уравнение

$$\ddot a+a=\frac{4\pi G\varepsilon_0}{3c^4}(1+\alpha k_0^2)^{s-1}[1+(1-2s)\alpha k_0^2]. \tag{14}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$a=B+A\cos(\eta+\eta_0),$$

где A и η_0 — постоянные интегрирования и для сокращения записи введено обозначение

$$B=\frac{4\pi G\varepsilon_0}{3c^4}(1+\alpha k_0^2)^{s-1}[1+(1-2s)\alpha k_0^2].$$

Подставляя полученное решение во второе из уравнений системы (13), несложно убедиться, что оно выполняется, если $A=\pm B$. Для наших целей удобно выбрать нижний знак, в результате чего будем иметь

$$a(\eta)=B[1-\cos(\eta+\eta_0)].$$

Следовательно,

$$U=U_0[1-\cos(\eta+\eta_0)], \tag{15}$$

где

$$U_0=B(1+\alpha k_0^2)^s. \tag{16}$$

Для выбора начальных условий для уравнения (14) и в то же самое время для определения константы интегрирования η_0 потребуем, чтобы рассматриваемая модель Вселенной удовлетворяла закону Хаббла. Для этого необходимо, чтобы при $\eta=0$ выполнялось следующее соотношение: $H=C\dot U/U^2$.
Из (15) мы получим

$$H=\frac{c\sin\eta_0}{U_0[1-\cos\eta_0]^2}. \tag{17}$$

Параметр замедления, как известно, имеет вид

$$q=1-U\ddot U/\dot U^2.$$

Подставляя в это соотношение выражение (15), получим

$$q=[1-\cos\eta_0]^{-1}.$$

Так как экспериментальные данные дают для q значение 5, подставим $q=5$. Отсюда следует, что $\cos\eta_0=4/5$.

В этом случае выражение (17) дает

$$U_0=5c/27H.$$

Используя определение (16) и вводя обозначение $y=1+\alpha k_0^2$, мы получим следующее уравнение для определения y:

$$(2s-1)\,y^{2s}-2sy^{2s-1}+\frac{5c^5}{36\pi G\varepsilon_0 H}=0.$$

Как показывает анализ, это уравнение дает физически приемлемые решения в трех областях значений s:

$$-\infty < s < -1/2,\ 0 < s < 1/2,\ 1 < s < \infty.$$

Таким образом, при s, заключенном в одной из этих областей, из космологической модели скалярно-тензорной теории гравитации следует закон Хаббла и наблюдаемое значение $q=5$ параметра замедления без предположения о существовании скрытой массы во Вселенной.

Рассмотрим теперь поведение модели в окрестности сингулярного состояния, когда $p=\varepsilon/3$. В этом случае из уравнения (11) будем иметь

$$\varepsilon = \varepsilon_1/U^4.$$

Подставляя это выражение в уравнение Эйнштейна, получим

$$\dot{a}^2 + a^2 = \frac{8\pi G\varepsilon_1}{3c^4},$$

$$a^2 - \dot{a}^2 + 2a\ddot{a} = -\frac{8\pi G\varepsilon_1}{3c^4}.$$

Несложно убедиться, что решение этой системы уравнений имеет вид

$$a(\eta) = \sqrt{\frac{8\pi G\varepsilon_1}{3c^4}}\sin(\eta+\eta_1), \tag{18}$$

где η_1 — постоянная интегрирования, определяющая выбор начала отсчета параметра η. Из выражений (8) и (18) следует, что

$$U = a(\eta)\,(1+\alpha k_0^2)^s.$$

Поэтому при $\eta=-\eta_1$ в этой модели, как и в стандартной космологии, реализуется сингулярное состояние. Переходя к собственному времени и учитывая, что в окрестности сингулярного состояния Вселенной $|\eta+\eta_1|\ll 1$, найдем зависимость плотности энергии вещества от собственного времени:

$$\varepsilon = \frac{9c^8}{64\pi^2 G^2\varepsilon_1 (1+\alpha k_0^2)^{4s}\sin^4(\eta+\eta_1)}.$$

Отсюда следует, что плотность энергии вещества в окрестности сингулярного состояния Вселенной в данной модели зависит от констант α и k_0 скалярного гравитационного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саакян Г. С. Пространство-время и гравитация. Ереван, 1985.
2. Turner E. L.//Astrophys. J. 1979. 230. P. 291.

Поступила в редакцию
22.09.95