6. Канавец В. И., Мозговой Ю. Д., Слепков А. И. Излучение мощных электронных потоков в резонансных замедляющих системах. М., 1993.
7. Канавец В. И.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 4. С. 26 (Moscow University Phys. Bull. 1994. N 4. P. 20).

Поступила в редакцию
04.12.95

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 4

УДК 537.86

НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ЭКВИВАЛЕНТ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

А. В. Гусев

(ГАИШ)

Обсуждается принципиальная возможность синтеза низкочастотного эквивалента параметрического электродинамического преобразователя по чувствительности. Таким эквивалентом является линейный двухполюсник с постоянными параметрами и соответствующими генераторами шума. Получены формулы для расчета энергетических спектров этих источников.

1. Необходимость измерения слабых воздействий на механические системы с малой диссипацией возникает во многих фундаментальных физических экспериментах [1]. Чувствительность в подобных экспериментах на современном этапе определяется преимущественно шумами электромеханического преобразователя (ЭП) и системы регистрации. При обобщенном анализе чувствительности ЭП такие системы целесообразно рассматривать как линейные (для слабого сигнала) четырехполюсники [2]. Для стационарных ЭП (пьезопреобразователь и др.), относящихся к классу линейных четырехполюсников с постоянными параметрами, разработана специальная методика расчета пороговой чувствительности [3]. В основе этой методики заложена возможность замены реального прибора при расчете его чувствительности эквивалентным двухполюсником с соответствующими шумовыми генераторами.

Для наиболее перспективных параметрических ЭП непосредственное применение подобной методики расчета чувствительности невозможно. Действительно, выходной сигнал параметрического ЭП представляет собой узкополосное колебание на частоте накачки ω_p:

$$V = V_1 \cos\omega_p t - V_2 \sin\omega_p t = \mathrm{Re}\,\tilde{V} e^{j\omega_p t}. \tag{1}$$

Введение комплексной огибающей $\tilde{V} = V_1 + jV_2$ позволяет при анализе динамических характеристик параметрического ЭП формально заменить подобное устройство линейной системой, относящейся к классу линейных четырехполюсников с постоянными параметрами (как это делается, например, при расчете преобразователя частоты на переменной емкости [2]). Однако функция корреляции комплексной огибающей шума $\tilde{B}(\tau) = M\{\tilde{V}(t)\tilde{V}(t+\tau)\,|\,S=0\}$ ($M\{...\}$ — статистический оператор усреднения) не учитывает специфических особенностей шума в параметрических системах как периодически-нестационарного процесса [4]. Поэтому при анализе пороговой чувствительности параметрического ЭП необходимо рассматривать квадратурные составляющие как компоненты двумерного вектора $\mathbf{V} = (V_1, V_2)'$. Теория обнаружения векторных сигналов [5] позволяет определить отношение сигнал/шум на выходе параметрического ЭП в общем случае, которое затем можно использовать для синтеза низкочастотного эквивалента с той же чувствительностью.

Цель работы: синтез низкочастотного эквивалента параметрического ЭП (по чувствительности).

2. Эквивалентная схема параметрического ЭП приведена на рис. 1. На этом рисунке $Z_{ik}(p, t)$ — характеристические Z-параметры ЭП как

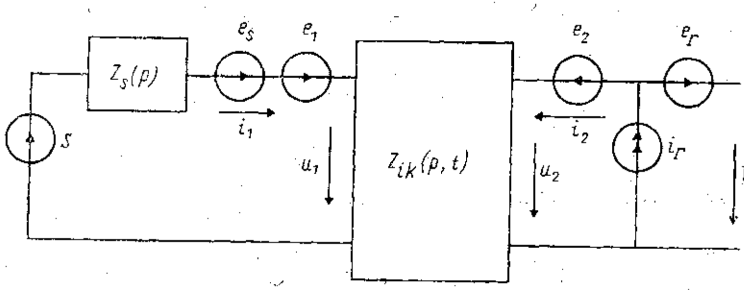

Рис. 1

линейного четырехполюсника с периодически изменяющимися параметрами; уравнения движения системы следующие:

$$
\begin{gathered}
u_1 = Z_{11}(p)\, i_1 + Z_{12}(p,\ t)\, i_2,\ \ u_2 = z_{21}(p,\ t)\, i_1 + Z_{22}(p)\, i_2, \\
Z_{12}(p,\ t) = Z_{21}(p,\ t) = A\cos\omega_p t\,(1/p),\ \ p = d/dt,
\end{gathered}
\tag{2}
$$

где $p=d/dt$, $Z_s(p)$ — импеданс источника сигнала. Источники шумов представлены шумовыми генераторами e_s, (e_1, e_2) и (i_r, e_r), относящимися к механической системе, ЭП как линейному четырехполюснику [3] и системе регистрации соответственно.

В дальнейшем предполагаем, что e_s, e_1 и e_2 — источники тепловых (вакуумных) шумов в системе, связанные с диссипативными потерями. Энергетические спектры этих источников в символической записи [4] могут быть представлены следующим образом:

$$
\begin{gathered}
N_s = M\{|e_{s\omega}|^2\} = 2E(\omega,\ T)\operatorname{Re} Z_s(j\omega),\ \ N_1 = M\{|e_{1\omega}|^2\} = \\
= 2E(\omega,\ T)\operatorname{Re} Z_{11}(j\omega),\ \ N_2 = M\{|e_{2\omega}|^2\} = \\
= 2E(\omega,\ T)\operatorname{Re} Z_{22}(j\omega),\ \ M\{e_{1\omega} e^*_{2\omega}\} = 0,
\end{gathered}
\tag{3}
$$

где $E(\omega, T)$ — энергия квантового осциллятора: $E(\omega, T) = (\hbar\omega/2)\times \times\operatorname{cth}(\hbar\omega/k_B T)$, k_B — постоянная Больцмана, T — температура термостата. Шумовые генераторы i_r и e_r при ланжевеновском подходе можно рассматривать как «причину» внутренних шумов системы регистрации. В дальнейшем предполагаем, что i_r и e_r — стационарные и стационарно-связанные гауссовские широкополосные шумы с известными энергетическими спектрами

$$
N_i = M\{|i_{r\omega}|^2\},\ \ N_{ie} = M\{i_{r\omega} e^*_{r\omega}\}\ \text{и}\ N_e = M\{|e_{r\omega}|^2\}. \tag{4}
$$

Принимая во внимание, что в 1-й системе электромеханических аналогий механическому перемещению соответствует электрический заряд, при анализе чувствительности ЭП целесообразно перейти к переменной $q_1=p^{-1}i_1$. Тогда из уравнений движения (2) находим

$$V=Aq_1\cos\omega_p t+\eta,\ \ q_1=K_0(p)(S+e_s+\xi), \tag{5}$$

$$\eta=e_\eta-e_2+D(p)\,q_r,\ \ \xi=e_1-Aq_r\cos\omega_p t, \tag{6}$$

$$D(p)=Z_{22}(p)\,p,\ \ K_0(p)=[Z_0(p)\,p]^{-1} \tag{7}$$

— передаточная функция механической системы в режиме холостого хода,

$$Z_0(p)=Z_s(p)+Z_{11}(p),\ \ q_r=p^{-1}i_r.$$

Из (6) находим энергетический спектр стационарного шума $N_\eta=$ $=M\{|\eta_\omega|^2\}$, а также взаимный энергетический спектр $N_{q\eta}=M\{q_{r_\omega}\overset{*}{\eta}_\omega\}$

$$N_\eta=N_e+N_2+|\dot D|^2N_q+2\,\mathrm{Re}\,(\dot DN_{qe}),\ \ N_{q\eta}=N_{qe}+\dot D^*N_q,\ \ \dot D=D(j\omega),$$

где $N_q=M\{|q_{r\omega}|^2\}=\omega^{-2}N_i,\ N_{qe}=M\{q_{r\omega}\overset{*}{e}_{r\omega}\}=(j\omega)^{-1}N_{ie}$.

3. Для параметрического ЭП в одночастотном режиме (1) представим случайные процессы q_r и η в виде узкополосных колебаний:

$$q_r=\mathrm{Re}\,\tilde\varkappa\,e^{j\omega_p t},\ \ \eta=\mathrm{Re}\,\tilde\eta\,e^{j\omega_p t}, \tag{8}$$

где $\tilde\varkappa$ и $\tilde\eta$ — комплексные огибающие: $\tilde\varkappa=\varkappa_1+j\varkappa_2$, $\tilde\eta=\eta_1+j\eta_2$.

Подстановка (8) в (5) с учетом (1) дает

$$V_1=AQ_1,\ Q_1=S_0+n_1;\ V_2=AQ_2,\ Q_2=n_2;\ S_0=K_0(p)\,S,$$

$$n_1=K_0(p)(e_s+\hat\xi)+A^{-1}\eta_1,\ \ \eta_2=A^{-1}\eta_2,\ \ \hat\xi=M_t\{\xi\}=M_t\{e_1\}-(A/2)\,\varkappa_1, \tag{9}$$

где $M_t\{...\}$ — временной оператор.

Отношение сигнал/шум $\rho_{\rm opt}$ при оптимальной обработке векторного сигнала $(Q_1,Q_2)'$ определяется следующей формулой [5]:

$$\rho_{\rm opt}=(2\pi)^{-1}\int\limits_{-\infty}^{\infty}|S_{0\omega}|^2\,(N_Q)_p^{-1}\,d\omega, \tag{10}$$

где $(N_Q)_p+N_{11}-|N_{12}|^2/N_{22}$, $N_{ik}=M\{n_{i\omega}\overset{*}{n}_{k\omega}\}$ — взаимный энергетический спектр стационарных и стационарно-связанных гауссовских шумов n_i и n_k, $i,k=1,2$, $S_{0\omega}\leftrightarrow S_0$.

Пусть L_e, α_e и $\omega_e\approx\omega_p$ — эквивалентные параметры электрической системы в одночастотном режиме (1). Тогда можем записать, что

$$D(p)=L_e(p^2+2\alpha_e p+\omega_e^2).$$

В дальнейшем с целью упрощения анализа физических процессов в системе ограничимся резонансной накачкой. При $\omega_p=\omega_e$ находим

$$(N_Q)_p=|\dot K_0|^2\,(N_s+N_1+A^2N_q(\omega_e)\,[N_e(\omega_e)+N_2(\omega_e)]\,N_E^{-1})+$$

$$+2\,\mathrm{Re}\,[-\dot K_0N_{qe}(\omega_e)]+A^{-2}N_E;\ \ \dot K_0=K_0(j\omega). \tag{11}$$

4. Уравнения (5), (6) можно использовать и для расчета чувствительности стационарного ЭП, относящегося к классу линейных четырехполюсников с постоянными параметрами. При $\omega_p=0$ находим

$$V_0=AQ_0,\ Q_0=K_0(p)(S+e_s+\xi_0)+n_0,\ \xi_0=e_1-Aq_r,\ n_0=A^{-1}\eta. \qquad (12)$$

Блок-схема линейной системы, описываемой уравнениями движения (12) и эквивалентной по чувствительности исходному стационарному ЭП, приведена на рис. 2. Отношение сигнал/шум для переменной

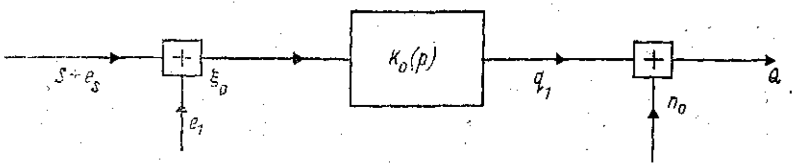

Рис. 2

Q при неограниченном интервале наблюдения определяется следующей формулой [6, 7]:

$$\rho=(2\pi)^{-1}\int_{-\infty}^{\infty}|S_{0\omega}|^2(N_Q)_0^{-1}\,d\omega, \qquad (13)$$

$$(N_Q)_0=|\dot K_0|^2N_s+M\{|\dot K_0|^2|\xi_{0\omega}|^2+2\,\mathrm{Re}\,(\dot K_0\xi_{0\omega}\overset{*}{n}_{0\omega})+|n_{0\omega}|^2\}. \qquad (14)$$

Сравнение формул (10) и (13) показывает, что формулу (13) можно использовать и для расчета отношения сигнал/шум на выходе параметрического ЭП при условии, что $(N_Q)_0=(N_Q)_p$. Отсюда, принимая во внимание (11) и (14), находим энергетические спектры эквивалентных генераторов шума ξ_p и n_p:

$$M\{|\xi_{p\omega}|^2\}=N_1+(A/\omega_e)^2N_i(\omega_e)[N_e(\omega_e)+N_2(\omega_e)]N_E^{-1},$$
$$M\{\xi_{p\omega}\overset{*}{n}_{p\omega}\}=-(j\omega)^{-1}N_{ie}(\omega_e),\ M\{|n_{p\omega}|^2\}=A^{-2}N_E. \qquad (15)$$

Таким образом, линейная система, блок-схема которой приведена на рис. 2, может быть использована в качестве низкочастотного эквивалента параметрического ЭП (по чувствительности), если генераторы шума ξ_0 и n_0 заменить на эквивалентные генераторы ξ_e и n_e, энергетические спектры которых определяются формулами (15).

5. Введение низкочастотного эквивалента параметрического ЭП дает возможность использовать результаты работы [7] для расчета чувствительности подобного устройства. Пусть $\Delta\omega\ll\alpha_e$ — ширина спектра полезного сигнала. Тогда

$$N_E\approx 2[N_E(\omega_e)+N_2(\omega_e)+(2L_e\alpha_e)^2N_i(\omega_e)]=\mathrm{const}. \qquad (16)$$

Подстановка (15) в (14) позволяет рассматривать эквивалентные генераторы ξ_p и $\dot{n}_e$ как генераторы дельта-коррелированных шумов. Эффективная шумовая температура T_e при дельта-коррелированных шумах измерительного прибора определяется следующей формулой [6]:

$$k_B T_e = [M\{|\xi_{p\omega}|^2\} M\{|v_{p\omega}|^2\} - |M\{\xi_{p\omega} v^*_{p\omega}\}|^2],$$

где $v_p = p n_p$ — механическая скорость как аналог электрического тока в 1-й системе электромеханических аналогий. Принимая во внимание (15), при пренебрежимо малых шумах механической системы находим

$$k_B T_e \approx |\omega/\omega_e| \, [N_i(\omega_e)[N_e(\omega_p) + N_2(\omega_p)] - |N_{ie}(\omega_p)|^2]^{1/2}.$$

Для идеального фазонечувствительного измерительного прибора (например, идеальный усилитель напряжения [6])

$$[N_i(\omega_e) N_e(\omega_e)]^{1/2} \approx (\hbar\omega_e), \quad N_{ie}(\omega_e) = 0.$$

Тогда $k_B T_e \approx \hbar|\omega|$; при этом чувствительность параметрического ЭП ограничена квантовыми шумами [6]. Наличие взаимной корреляции между ланжевеновскими источниками шума системы регистрации e_r и i_r приводит к уменьшению эффективной шумовой температуры T_e, которая в пределе может быть сколь угодно малой (чувствительность в этом случае ограничена тепловыми шумами механической системы). Классическим примером системы регистрации с коррелированными ланжевеновскими источниками шума оказываются измерительные системы циркуляторного типа «на отражение», где принципиально неустранимыми являются только шумы согласованной нагрузки. В оптическом диапазоне аналогом согласованной нагрузки оказывается фотодетектор как чернотельный поглотитель.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский В. В., Митрофанов В. П., Панов В. И. Системы с малой диссипацией. М., 1983.
2. Айнбиндер И. М. Входные каскады радиоприемников. М., 1972.
3. Айнбиндер И. М. Шумы радиоприемников. М., 1974.
4. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. М., 1974.
5. Сосулин Ю. Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М., 1993.
6. Воронцов Ю. И. Теория и методы макроскопических измерений. М., 1991.
7. Гусев А. В., Цыганов А. В.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1993. № 4. С. 44 (Moscow University Phys. Bull. 1993. N 4. P. 38).

Поступила в редакцию
24.11.95

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 4

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 534.26:535

КВАЗИКОЛЛИНЕАРНАЯ ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКЕ

В. Н. Парыгин, А. В. Вершубский

(кафедра физики колебаний)

Выведена система уравнений, описывающая квазиколлинеарное акустооптическое взаимодействие и связывающая фурье-спектры амплитуд прошедшего и дифрагированного световых пучков в случае их распространения в анизотропной среде со сносом акустической энергии. Решение этих уравнений с соответствующими граничными