сюда ясно, почему при весьма небольшом числе известных вириальных коэффициентов для системы мягких сфер удается получить достаточно точные результаты. Из (15) следует, что при $y \rightarrow \infty$ $pV/(NkT) \sim y^4$. Поэтому естественно записать (19) в виде

$$\frac{pV}{NkT} = 1 + B_2 y + B_3 y^2 + B_4 y^3 + B_5 y^4 \omega(y),$$
(20)

где $\omega(y)$ ищется на классе аппроксимант Паде из условия наилучшего описания имеющихся экспериментальных данных при учете минимального числа коэффициентов разложения. Нами получено, что при выборе

$$\omega = \frac{1+0,6764y}{1+0,1440y}$$

мы описываем известные данные машинного эксперимента в пределах его точности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Calleja M., Rickayzen G.//Phys. Rev. Lett. 1995. 74, N 22. P. 4452.

- 2. Базаров И. П., Николаев П. Н.//Журн. физ. химии. 1995. **69**, № 10. С. 1758.
- 3. Николаев П. Н.//Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1995. № 5. С. 21 (Мозсоw University Phys. Bull. 1995. N 5).
- 4. Janse van Rensburg K. F.//J. Phys. A: Math. Gen. 1993. 26, N 19. P. 4805. 5. Cope J. N., Woodcock L. V.//J. Chem. Phys. 1980. 72, N 2. P. 976. 6. Kumbayashi S., Hivatari Y.//J. Phys. Soc. Japan. 1987. 56, N 8. P. 2788.

Поступила в редакцию 08.04.96

(21)

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 5

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.373

выбор параметров сложной автоколебательной системы при **ДРОБНО-КРАТНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ**

Н. В. Малетин, И. И. Минакова

(кафедра молекулярной физики и физических измерений)

Методами компьютерного моделирования исследовано изменение областей взаимной синхронизации при дробно-кратном соотношении частот генерации автоколе-бательной системы (АКС). Рассмотрена система двух генераторов, связанных посредством резонансного контура, у которых совпадают по частоте различные по номеру гармоники. Для этой системы определены области нараметров, при которых существует синхронный режим стабилизации частоты. Установлена связь между частотными характеристиками пассивной части АКС, спектральным составом колебаний генераторов и шириной полосы синхронизации.

Интерес к изучению сложных, в частности многоконтурных, автоколебательных систем при наличии больших нелинейных затуханий, приводящих к отличию автоколебаний от квазигармонических, определяется следующим обстоятельством. У таких систем в спектрах колебаний генераторов имеются сравнительно большие по амплитуде гармоники, что при наличии связей на частотах гармоник генераторов определяет существование в них различных режимов со сложными спектрами, в том числе и хаотических [1]. Такие системы могут быть использованы при создании различных радиотехнических устройств с управляемыми сложными спектрами, а также при моделировании разнообразных физических, химических и биологических процессов [2].

В сложной генерирующей системе могут быть выделены автоколебательные элементы — генераторы, а также пассивные элементы, как резонансные, так и нерезонансные. При близком к дробно-кратному соотношению частот генераторов в системе возможно установление режимов взаимной синхронизации. Резонансное усиление различных гармоник автоколебаний в пассивных элементах системы может существенно расширить область параметров, при которых существует заданный режим синхронизации. Спектры колебаний системы при этом состоят из достаточного числа сравнимых по амплитуде эквидистантно расположенных частотных составляющих [3].

Цель настоящей работы состояла в изучении расположения областей взаимной синхронизации в пространстве параметров при дробнократном соотношении частот генераторов и выявлении основных физических механизмов, обусловливающих это расположение. Исследования проводились методами численного моделирования, так как для промежуточных значений коэффициента нелинейности активных элементов ($\varepsilon \sim 1$) в настоящее время не существует эффективных аналитических методов исследования. Для модельного эксперимента была выбрана сравнительно простая система двух генераторов, каждый из которых индуктивно связан с резонансным контуром связи, при соотношении частот генераторов и контуров, близком к 2:3:6, когда частоты 3-й гармоники 1-го генератора (3ω1) и 2-й гармоники 2-го (2ω2) (щи що 2-частоты основного тона автоколебаний 1-го и 2-го генераторов) близки к частоте контура связи. В этом случае возможно возбуждение ряда синхронных режимов, определяемых взаимодействием различных гармоник генераторов и их фазовыми соотношениями [3].

В настоящей работе исследовался режим стабилизации набора частот, при котором выполняется точное равенство $3\omega_1=2\omega_2=\omega_s$ и частота синхронизации ω_s существенно зависит от парциальной частоты контура связи. Уравнения движения рассматриваемой системы могут быть представлены следующим образом:

$$\dot{X}_{1} - \varepsilon (1 - X_{1}^{2}) \dot{X}_{1} + v_{1}^{2} X_{1} = \beta \dot{X}_{3},$$

$$\ddot{X}_{2} - \varepsilon (1 - X_{2} - X_{2}^{2}) \dot{X}_{2} + v_{2}^{2} X_{2} = \beta \ddot{X}_{3}$$

$$\ddot{X}_3 + 2\delta_k \dot{X}_3 + v_k^2 X_3 = \beta (\ddot{X}_1 + \ddot{X}_2),$$

где є — коэффициент нелинейности генераторов; v_1 , v_2 — парциальные частоты контуров генераторов; β — коэффициент индуктивной связи между контурами генераторов и контуром связи; δ_k и v_k — декремент затухания и парциальная частота контура связи. Кубические аппроксимации характеристик нелинейных активных элементов выбраны так, чтобы выделить 3-ю гармонику 1-го генератора и 2-ю гармонику 2-го. При расчетах параметры v_1 , v_2 , δ_k были фиксированными: $v_1=1$, $v_2=$ =1,45, $\delta_k=0,01$. Значения є, β и v_k изменялись в следующих диапазонах: $\varepsilon=0,5-6,0$, $\beta=0,01-0,60$, $v_k=1,0-4,0$.

В численном эксперименте определялись частоты, амплитуды и фазы спектральных составляющих стационарного синхронного режима в контуре связи и контурах генераторов. Однако в настоящей работе основное внимание было обращено на частотные зависимости. Для выяв-

3ľ

ления областей синхронизации при $3\omega_1 = 2\omega_2$ исследованы зависимости частоты синхронного режима ω_s от одного из параметровяте, β или v_k при фиксированных остальных параметрах. На рис. 1, 2, 3 приведены



Рис. 1. Значения ω_{3k} (прямые) и зависимости $\omega_s(e)$ (кривые) при $\beta = 0,4$ и $v_k = 1,2$ (1 и 1*C*); 1,5 (2 и 2*C*); 1,8 (3 и 3*C*); 2,1 (4 и 4*C*). Кривые 5 и 6 зависимости $3\omega_{10}$ (с) и $2\omega_{20}(e)$



Рис. 2. Частоты $3\omega_{10}$ н $2\omega_{20}$ (прямые с индексами «А» н «В» соответственно) и зависимостн $\omega_s(\beta)$ при $v_k = 2,1$ (кривые с индексами «С»); $\varepsilon = 1,5$ (1А, 1В, 1С); 2,5 (2A, 2B, 2C); 3,5 (3A, 3B, 3C). Кривая 4 — зависимость $\omega_{3k}(\beta)$ при $v_k = 2,1$



Рис. 3. Зависимости $\omega_{3k}(v_k)$ (кривые $1 \div \div 4$) и $\omega_s(v_k)$ при $\varepsilon = 2,5$ (кривые $1C \div \div 4C$); $\beta = 1,5$ (1 и 1C); 2,5 (2 и 2C); 3,5 (3 и 3C); 4,5 (4 и 4C). Прямые 5 и 6 — частоты $3\omega_{10}$ и $2\omega_{20}$ при $\varepsilon = 2,5$

типичные зависимости ω_s соответственно от є, β и v_k . При этом на рис. 1 приведены также зависимости частот гармоник парциальных несвязанных генераторов $3\omega_{10}$ и $2\omega_{20}$ от є. Исследование таких зависимостей позволило обнаружить следующие закономерности.

1. Частоты генерации ω_1 и ω_2 в синхронном режиме практически линейно уменьшаются при увеличении ε (рис. 1) и так же линейно возрастают при увеличении β и v_k (рис. 2 и 3). Изменение частоты синхронного режима ω_s при изменении одного из этих параметров может быть скомпенсировано изменением любого из двух других.

2. При увеличении любого из параметров є, в или v_k ширина полосы синхронизации $\Delta_s = \omega_s^{\max} = \omega_s^{\min}$ сначала нарастает, а затем уменьшается. При этом возможно определение оптимальных значений параметров, обеспечивающих получение максимального Δ_s (рис. 4).

На рис. 4 показана зависимость ширины полосы синхронизации А. от параметров с. 6 при варьиро-

 Δ_s от параметров ε, β при варьировании v_k. Зависимость имеет максимум при $\varepsilon \approx 2,5$, $\beta \approx 0,35$: $\Delta_s \approx 0,5$. Аналогичным образом выглядят такие зависимости и при двух комбинациях параметров: при варьировании β максимальная величина $\Delta_s = 0.3$ достигается, когда ε≈3.0. $v_k \approx 2,1$, а при варьировании є максимальная величина $\Delta_{d}=0.5$ достигается, когда $v_k \approx 1.8$. .β≈0.4: $\Delta_s \approx 0.6$. Сопоставляя данные результаты, можно сформулировать следующую практическую рекомендацию для исследуемой модели: в качестве оптимальных значений параметров при $v_1 \approx 1$, $v_2 \approx 1.5$, $\delta_k \approx 0.01$ следует выбирать $\epsilon \approx 3$, $\beta \approx 0,4$,





 $v_k \approx 2$. Изменения фиксированных параметров v_1 , v_2 и δ_k приводят к сдвигу области оптимальных нараметров, однако разработанная методика расчета позволяет достаточно просто определить новый оптимальный набор переменных параметров.

В основе физических механизмов, определяющих полученные закономерности, лежат два фактора: изменение спектра несвязанных парциальных генераторов, входящих в систему, при изменении є и существенное изменение резонансной характеристики пассивной части системы при изменении параметров ν_k и β. Поэтому рассмотрим эти факторы подробнее. На рис. 1 показана зависимость частот 3ω10 и 2ω20. несвязанных парциальных генераторов, входящих в исследуемую систему, от є. Характер этой зависимости обусловлен существенной нелинейностью генераторов. С увеличением є амплитуда гармоник в генераторах возрастает, что за счет поправки Ван-дер-Поля [4] приводит к понижению частоты генерации. Как видно из рис. 1, при изменении ε от 0,1 до 6,0 это падение частоты очень существенно: ω₁₀ и ω₂₀ при $\varepsilon=6$ примерно в два раза меньше частот контуров v_1 и v_2 . Из рис. 1 (а также из рис. 2, 3) отчетливо видно, что области синхронизации существуют вблизи частот 30010 и 20020 для каждого значения є. Однако так как частоты генераторов в системе $3\omega_1$ и $2\omega_2$ отличаются от $3\omega_{10}$ и 20020 при одних и тех же значениях є, то и характер их зависимостей от параметров также несколько отличается.

Можно предположить, что зависимости частоты синхронизации от v_k и β определяются в первую очередь изменениями резонансных характеристик пассивной части колебательной системы, что подтвердили дополнительные исследования этих характеристик, полученных при введении внешнего воздействия в один из контуров генераторов. Эволюция одной из таких характеристик в зависимости от β при фиксированных прочих параметрах приведена на рис. 5. В силу существенного различия парциальных частот контуров резонансная кривая имеет три пика. Максимумы первого (пика с наименьшей частотой) и второго (пика с промежуточной частотой) мало смещаются при измене-

нии связи β , третий же пик (с наибольшей частотой) с ростом β существенно смещается в сторону более высоких частот. Аналогичным образом выглядит эволюция резонансной кривой при изменении $v_{k_{*}}$



с той лишь разницей, что, с увеличением v_k (начиная с $v_k \approx 1,5$) частота третьего пика растет линейно, тогда как в случае изменения β этот рост нелинейный. На рис. 2 показана зависимость частоты максимума третьего пика резонансной характеристики ω_{3k} от β при фиксированном v_k , а на рис. 3— зависимость ω_{3k} от v_k при четырех фиксированных значениях β . Сопоставление

Рис. 5. Эволюция резонансной характеристики пассивной части автоколебательной системы при изменении индуктивной связи β . Парциальные частоты и декременты затухания контуров фиксированы: v_1 =1; v_2 =1,45; v_k =2,5; δ_1 = δ_2 =0,1; δ_k =0,01; β = =0,1 (1); 0,3 (2); 0,5 (3)

этих зависимостей с кривыми $\omega_s(\beta)$ и $\omega_s(v_k)$ подтверждает связь ω_s с частотой резонансного пика.

Таким образом, наличие синхронизации обусловлено резонансным усилением близких по частоте гармоник и соответственно усилением их взаимодействия. Понятно, что оптимальные условия синхронизации имеют место при тех значениях параметров системы, когда частоты $3\omega_1$ и $2\omega_2$ близки к частоте ω_{3k} , так как при этом происходит их максимальное резонансное усиление. При отклонении параметров системы от оптимальных частоты $3\omega_1$ и $2\omega_2$ удаляются от ω_{3k} , их резонансное усиление ослабевает и, следовательно, уменьшается их взаимодействие. При этом изменение расстройки между ω_{3k} и $3\omega_1$, $2\omega_2$ может происходить двояко: либо за счет перемещения $3\omega_{10}$ и $2\omega_{20}$ при изменении ε , либо за счет перемещения ω_{3k} при изменении ν_k или β .

Для объяснения зависимости ширины полосы синхронизации Δ_s . от параметров недостаточно только соображений о близости частот Зило, 2020 и 036. Необходимо также привлечь энергетические соображения, такие, как изменение амплитуд гармоник парциальных генераторов при изменении є и формы резонансной кривой пассивной части системы. Увеличение Δ_s с ростом ϵ обусловливается возрастанием амплитуд гармоник парциальных генераторов. Очевидно, что для любых $\omega_{3k} \gg v_k$. Поэтому при возрастании є, начиная с некоторого ε_{cr} , β H V_k частоты Зω10 и 2ω20 будут удаляться от ω3k при любых значениях β и. v_k (см. рис. 2), что при $\varepsilon > \varepsilon_{cr}$ является причиной уменьшения Δ_s . Для зависимости $\Delta_s = \Delta_s(\beta)$ определяющей оказывается форма резонансной кривой. С ростом в возрастает энергия, передаваемая генераторами в контур связи, одновременно падает эквивалентная добротность этого контура. При малых β доминирует первый эффект, и Δ_s увеличивается с ростом m eta, при больших m eta доминирует второй эффект, и Δ_s уменьшается с ростом в. Конкуренция этих эффектов находит свое отражение. и в эволюции резонансной кривой (рис. 5). С увеличением в амплитуда третьего пика резонансной кривой сначала растет, а затем падает, при этом ширина этого пика всегда только растет. В случае изменения $\Delta_s = \Delta_s \left(\mathbf{v}_k
ight)$ положение аналогично, с той лишь разницей, что с увеличением v_k энергия, передаваемая генераторами в контур связи, падает, а его эквивалентная добротность возрастает. Конкуренция этих эффектов также отражается на эволюции формы резонансной кривой пассивной части системы.

В работе определены области параметров существования режима взаимной синхронизации при дробно-кратном соотношении частот генерации. По преимуществу рассмотрены частотные соотношения, вопрос об амплитудах и фазах подробно не обсуждается.

Показано существенное отличие частот синхронного режима от парциальных частот элементов при больших ε и β . Это отличие определяется как зависимостью частот генерации от ε (существенно нелинейный эффект), так и изменением резонансной характеристики пассивной части автоколебательной системы при изменении коэффициента связи β .

Установлено, что зависимость ширины полосы синхронизации от параметров не может быть объяснена только частотными соотношениями. При больших є и β зависимость Δ_s от параметров определяется изменением энергетических соотношений.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Грибков Д. А., Карасев А. А., Кузнецов Ю. И., Минакова И. И.// //Межлунар. семин. «Нелинейные цепи и системы», 16—18 июля 1992 г. М., 1992. Т. 2. С. 70.
- 2. Блехман И. И. Синхронизация в природе и технике. М., 1981.
- 3. Карасев А. А., Кузнецов Ю. И., Минакова И. И.//Радиотехника. 1994. № 3. С. 27.
- 4. Минакова И. И. Неавтономные режимы автоколебательных систем. М., 1987.

Поступила в редакцию 18.12.95

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 5

УДК 537.86

9♥

ОБНАРУЖЕНИЕ КЛАССИЧЕСКОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ Параметрами в квантовых шумах электродинамического преобразователя

А. В. Гусев

(ГАИШ)

Рассматривается принципиальная возможность обнаружения классического сигнала с неизвестными параметрами в квантовых шумах оптического датчика малых перемещений при оптимальном синтезе компенсатора избыточных помех, характерных для параметрических трехчастотных систем.

1. Обнаружение слабых воздействий на механические системы с малой диссипацией [1] оказывается ключевой задачей для таких фундаментальных физических экспериментов, как поиск гравитационных волн и пятой силы, проверка принципа эквивалентности и др. Амплитуда порогового сигнала в таких экспериментах на современном этапе развития экспериментальной техники зависит преимущественно от шумов электродинамического преобразователя. Чувствительность наиболее перспективных электродинамических преобразователей — оптических

35.