

1. Ying S. C., Smith J. R., Kohn W. // Phys. Rev. 1975. B11, N 4. P. 1483.
2. Dreizler R. M., Gross E. K. U. Density Functional Theory. Springer—Verlag, 1990.
3. Еркович О. С., Комаров В. В., Попова А. М., Борзилов В. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 2. С. 33 (Moscow University Phys. Bull. 1994. N 2. P. 31).
4. Еркович О. С., Комаров В. В., Попова А. М., Мельсхаймер О., Нейман Х. // Там же. 1995. № 4. С. 42 (Ibid. 1991. N 4. P. 39).
5. Еркович О. С., Комаров В. В., Попова А. М. // Там же. 1995. № 4. С. 33 (Ibid. 1995. N 4).
6. Herlt H.-J., Bauer E. // Surf. Sci. 1986. 175, N 21. P. 1483.

Поступила в редакцию
14.02.96

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 5

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.3.09:621.373.1

ВОЗБУЖДЕНИЕ МЕДЛЕННЫХ СОЛИТОНОВ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ТУННЕЛИРОВАНИИ СИГНАЛОВ

Ю. Н. Карамзин, С. В. Поляков, А. П. Сухоруков

(кафедра радиофизики)

Рассмотрен эффект распространения сигналов в волноводах, заполненных средой с кубической нелинейностью, на запредельной частоте. С помощью численного моделирования показано, что мощная волна сдвигает критическую частоту волновода. Вследствие этого наблюдается туннелирование одного или нескольких медленных солитонов, не совпадающих по частоте с возбуждающим сигналом.

1. Введение

Формирование солитонов огибающей является объектом исследований в различных областях физики. Возбуждение солитонов вдали от резонансных и критических частот описывается нелинейным уравнением типа Шрёдингера (НУШ) (см., напр., [1]). Однако в волноводах и периодических структурах (одномерных цепочках, фильтрах) существуют частотные области непропускания сигнала, в которых возбуждается отраженная волна и амплитуда падающей волны затухает с расстоянием. Если среда имеет нелинейность, то граничная частота за счёт эффектов самовоздействия сдвигается и спектр сигнала может попасть в полосу нелинейного пропускания. Таким образом, сигнал может распространяться там, где в линейном случае он экспоненциально затухает. Данный эффект получил название нелинейного туннелирования [2]. Следует ожидать, что входящий в среду импульс разбивается на ряд субимпульсов, принимающих форму медленных солитонов. Изучению механизма возбуждения медленных солитонов на основе численного решения краевой задачи для уравнения НУШ и посвящена настоящая работа.

2. Уравнение нелинейного туннелирования. Свойства медленно-го солитона

Рассмотрим распространение волн в системе с отсечкой нижних частот. В окрестности граничной частоты ω_b с учетом нелинейности среды приближенное дисперсионное соотношение имеет вид

$$\Omega/\omega_b = -Dk^2 + \alpha|A|^2, \quad (1)$$

где $\Omega = \omega - \omega_b$ — отстройка частоты, D — коэффициент волновой диффузии, α — параметр нелинейности. В зависимости от физической системы величины D и α имеют свой конкретный вид. Из (1) отчетливо видно, что на частотах ниже ω_b слабый сигнал не проходит через линейную среду. Однако граничная частота может изменяться благодаря наличию нелинейного члена: при $\alpha < 0$ она понижается, а при $\alpha > 0$ повышается.

Переход к дисперсионному уравнению (1) соответствует описанию распространения узкополосного сигнала путем введения медленно меняющейся во времени амплитуды A , а именно: $E = (1/2)A(x, t)\exp(i\omega_b t) + \text{к.с.}$ Для амплитуды сигнала можно записать уравнение типа НУШ:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = iD \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + i\alpha |A|^2 A, \quad (2)$$

из которого следует (1). Далее будем считать все входящие в (2) переменные и параметры безразмерными величинами. В случае падения сигнала на слой нелинейной среды толщиной L для решения (2) необходимо задать на границах следующие условия для амплитуды:

$$A(t, x=0) = E_1(t), \quad A(t, x=L) = E_2(t). \quad (3)$$

При анализе нелинейного туннелирования полезно использовать ряд интегралов движения. При отсутствии волн на границах величины энергии $I_1 = \int_0^L |A|^2 dx$ и гамильтониана $I_3 = \int_0^L [-D|\partial A/\partial x|^2 + \alpha|A|^4/2] dx$ не меняются со временем. Изменение знака I_3 за счет нелинейного члена позволяет сделать заключение о формировании медленных солитонов.

Огибающая медленно-го солитона, являющаяся решением уравнения (2), записывается в виде

$$A = E_0 \operatorname{ch}^{-1}\{(x-ut)/a\} \exp(i\Omega t - iqx), \quad (4)$$

при этом параметры солитона связаны соотношениями

$$u = \sqrt{2D(\alpha E_0^2 - 2\Omega)}, \quad a = \sqrt{2D/(\alpha E_0^2)}, \quad q = \sqrt{(\alpha E_0^2 - 2\Omega)/2D}. \quad (5)$$

3. Численное моделирование нелинейного туннелирования

Численное решение уравнения (2) исследовалось ранее для случая возбуждения медленных солитонов в замкнутом кольце из нелинейных колебательных контуров, в котором границы среды отсутствовали [4]. В настоящей работе мы рассматриваем краевую задачу о проникновении сигнала в нелинейную среду при граничных условиях (3). Записывая (2) в конечных разностях, получим

$$\begin{aligned} (A_k^{n+1} - A_k^n)/\tau = & (iD/h^2)[(A_{k+1}^{n+1} - 2A_k^{n+1} + A_{k-1}^{n+1}) + \\ & + (A_{k+1}^n - 2A_k^n + A_{k-1}^n)] + (i\alpha/4)(|A_{k+1}^n|^2 + |A_k^n|^2)(A_k^{n+1} + A_k^n). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь введены шаги дискретной сетки τ и h по времени и продольной координате соответственно. Индекс n отвечает за время, а k — за пространственную координату. Консервативная разностная схема (6) выбирается с учетом законов сохранения. Из (6) можно получить уравнение для нахождения A на следующем слое через данные на предыдущем. Однако из-за нелинейности в это выражение также войдут значения A на следующем слое. Поэтому для численного решения были совмещены методы прогонки и итераций, причем на первой итерации значения A полагались равными значениям на предыдущем шаге.

С помощью схемы (6) нами проводилось численное интегрирование уравнения (2) при $D=5 \cdot 10^{-3}$ и $\alpha=1$. Сначала на среду был подан сигнал с огибающей солитона (4) на граничной частоте, $\Omega=0$, в виде $E_1 = \text{ch}^{-1}t$. Как и ожидалось, солитон двигался, не искажаясь, со скоростью $u=0,1$ в соответствии с (5) (рис. 1).

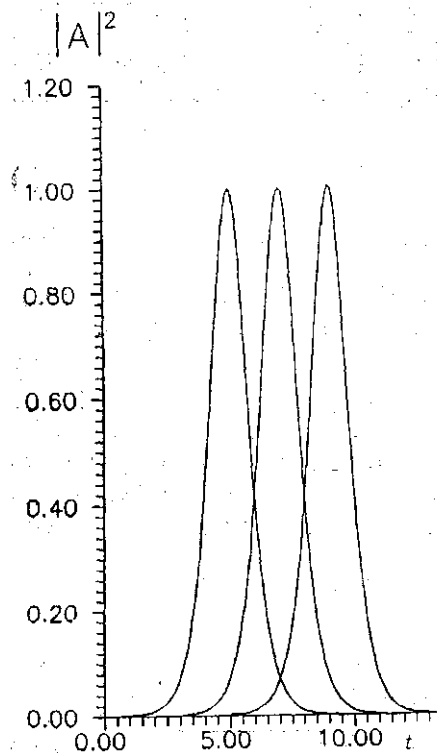


Рис. 1. Сохранение амплитудного профиля медленного солитона при нелинейном туннелировании. Импульс перемещается по шкале времени слева направо

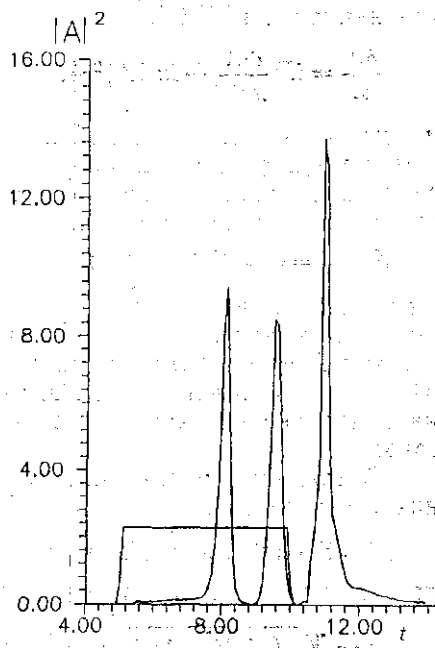


Рис. 2. Формирование медленных солитонов при нелинейном туннелировании прямоугольного импульса

Более интересным представляется анализ распространения импульса прямоугольной формы:

$$E_1(t) = A_0 \{ \text{th}[100(t-b)] + \text{th}[100(b-t)] \}. \quad (7)$$

Для конкретного случая $A_0=0,75$, $b=2,5$ были проведены детальные исследования эволюции формы сигнала (7) в процессе нелинейного туннелирования (рис. 2). После вхождения в среду импульс разбивается

на три солитона. Их скорости могут быть найдены с помощью графиков зависимости положения вершин от времени (рис. 3). Полученные таким образом значения скоростей $u_1=0,2$, $u_2=0,165$, $u_3=0,16$, а также длительности субимпульсов сильно (примерно в полтора раза) отличаются от скоростей медленных солитонов на критической частоте ω_b , рассчитанных по квадратам максимальных амплитуд $A_1^2=10$, $A_2^2=9$, $A_3^2 \approx 14$. Это говорит о том, что несущие частоты сформировавшихся солитонов отличаются от несущей частоты начального прямоугольного импульса, равной критическому значению ω_b . Действительно, анализ фазовой модуляции субимпульсов показал наличие сдвигов частот $\Omega_1 = 2,5$, $\Omega_2=2,6$, $\Omega_3=4$. Определенные таким образом расстройки согласуются с расстройками, полученными путем вычислений по формуле (5).

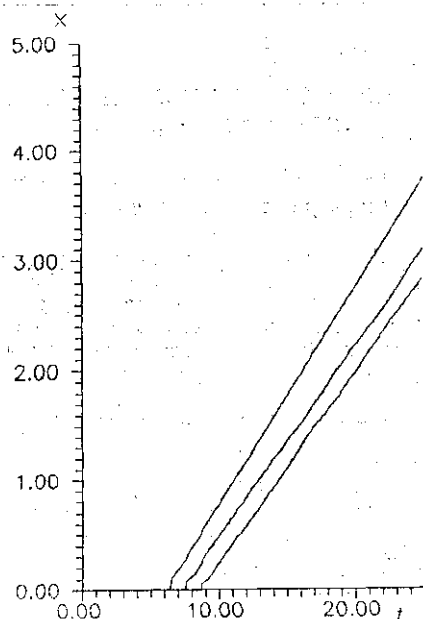


Рис. 3. Зависимость от времени положения вершин солитонов, возбуждаемых прямоугольным импульсом (см. рис. 2)

Рассматривалось также нелинейное туннелирование импульсов солитонной формы, но с параметрами, отличными от (5). Так как такие импульсы уже не являются стационарными решениями (2), они быстро превращаются в набор коротких солитонов. Число и параметры генерируемых медленных солитонов зависят от амплитуды и длительности сигнала на входе в нелинейную среду. Порог нелинейного туннелирования импульсов заданной формы определяется равенством $I_3=0$.

4. Заключение

Кратко сформулируем основные результаты работы. Нами разработан алгоритм и составлена программа для численного решения уравнения (2) при произвольных начальных и граничных условиях. Рассмотрена динамика нелинейного туннелирования различных импульсов. Показано, что сигнал превращается в набор медленных солитонов с несущими частотами, иными, чем у исходного импульса.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и программы «Фундаментальное естествознание».

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М., 1990.
2. Newell A. C. // J. Math. Phys. 1978. 19, N 5. P. 1126.
3. Ведерко А. В., Дубровская О. Б., Марченко В. Ф., Сухоруков А. П. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1992. № 3. С. 4 (Moscow University Phys. Bull. 1992. N 3. P. 5).
4. Ведерко А. В. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М. (МГУ), 1993.