

Заметим, что в одночастичной теории функционалов плотности Хоэнберга—Кона—Шэма масштабные соотношения между слагаемыми полной энергии имеют принципиально иной характер [5]:

$$T[n_1[\gamma]] < \gamma^2 T[n_1] \text{ при } \gamma > 1; \quad T[n_1[\gamma]] > \gamma^2 T[n_1] \text{ при } \gamma < 1;$$

$$V[n_1[\gamma]] = \gamma V[n_1] \text{ для любых } \gamma;$$

$$W[n_1[\gamma]] > \gamma W[n_1] \text{ при } \gamma > 1; \quad W[n_1[\gamma]] < \gamma W[n_1] \text{ при } \gamma < 1,$$

и только для частиц, не взаимодействующих между собой, $T[n_1[\gamma]] = \gamma^2 T[n_1]$. Это связано с тем, что в соответствии с менее строгой классической теоремой Хоэнберга—Кона, лежащей в основе одночастичного подхода, заданием функции $n_1(\mathbf{r})$ гамильтониан системы определен не однозначно, а с точностью до слагаемого W . В силу этого обстоятельства применимость теоремы вириала в одночастичном методе Хоэнберга—Кона—Шэма ограничена, в то время как в многочастичной теории функционалов плотности подобных ограничений не существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гомбаш П. Проблема многих частиц в квантовой механике. М., 1952.
2. Dreizler R. M., Gross E. K. U. Density-functional theory. Springer-Verlag, 1990.
3. Еркович О. С., Комаров В. В., Попова А. М., Борзилов В. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 2. С. 33 (Moscow University Phys. Bull. 1994. N 2. P. 31).
4. Еркович О. С., Комаров В. В., Попова А. М. // Там же. 1995. № 2. С. 92 (Ibid. 1995. N 2. P. 81).

Поступила в редакцию
03.04.96

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3, ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 6

АКУСТИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

УДК 534.222

ЭВОЛЮЦИЯ СПЕКТРОВ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ

А. А. Сухоруков

(кафедра акустики)

Рассматривается трансформация спектров акустических сигналов N - и S -типов, содержащих несколько осцилляций давления, в нелинейной вязкой среде при разных законах спада поля на хвостах импульсов. Прослеживается динамика спектров в процессе формирования биполярных импульсов, описываемых автомоделными решениями линеаризованного или полного уравнения Бюргерса.

Акустические импульсы, содержащие несколько осцилляций давления, часто используются в научных и прикладных исследованиях. Ограниченность во времени таких сигналов требует специального рассмотрения [1, 2]. Сравнение поведения волновых пакетов N - и S -типов показало, что на больших расстояниях в вязкой среде они трансформируются в принципиально разные биполярные импульсы. Если первые выходят на чисто линейный режим распространения, то вторые сохраняют баланс нелинейных и диссипативных сил. Это чрезвычайно

важное и интересное обстоятельство, как показано в данной статье, объясняется различием начальных частотных спектров сигналов двух типов.

В работе представлены результаты спектрального анализа для тех же примеров нелинейного распространения волновых пакетов, которые обсуждались ранее в работе [1]. Сопоставление искажений временных профилей и частотных спектров позволяет лучше понять нелинейно-диссипативную эволюцию последних.

1. Преобразование спектра волнового пакета N -типа

Распространение в вязкой среде с квадратичной нелинейностью акустических возмущений описывается уравнением Бюргерса в безразмерных переменных [3, 4]

$$\frac{\partial V}{\partial z} = V \frac{\partial V}{\partial \theta} + \Gamma \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}, \quad (1)$$

где $V = u/u_0$ — нормированный профиль волны, $\theta = \omega t$, $\tau = t - x/c_0$, $\Gamma = \omega b / (2\varepsilon \rho_0 c_0 u_0)$, $z = \varepsilon \omega u_0 x / c_0^2$, ω — характерная частота сигнала, u_0 — характерная амплитуда колебательной скорости, b — диссипативный коэффициент, ρ_0 — равновесная плотность, c_0 — скорость звука, ε — нелинейный параметр, t — время.

Акустические сигналы, содержащие всего несколько осцилляций давления, могут иметь различную структуру. Так, представляет интерес рассмотреть волновой пакет

$$V_0 = -2 \sum_{j=1}^p (\theta + a_j) V_{0j} / [1 + g_j \exp(\theta + a_j)^2], \quad (2)$$

составленный из следующих друг за другом биполярных импульсов N -типа, разнесенных во времени на величины a_j ; V_{0j} — парциальные амплитуды; g_j — константы. Для случаев, когда величины $N_j = V_{0j} / 2\Gamma$ равны целым числам, в работе [1] найдены точные решения уравнений Бюргерса (1). Они охватывают и частный случай распространения одноканального биполярного импульса с $p=1$ и $N=1$ [3, 4]:

$$V = -4\Gamma \theta m^{-1} [1 + g m^{1/2} \exp(\theta^2/m)]^{-1}, \quad (3)$$

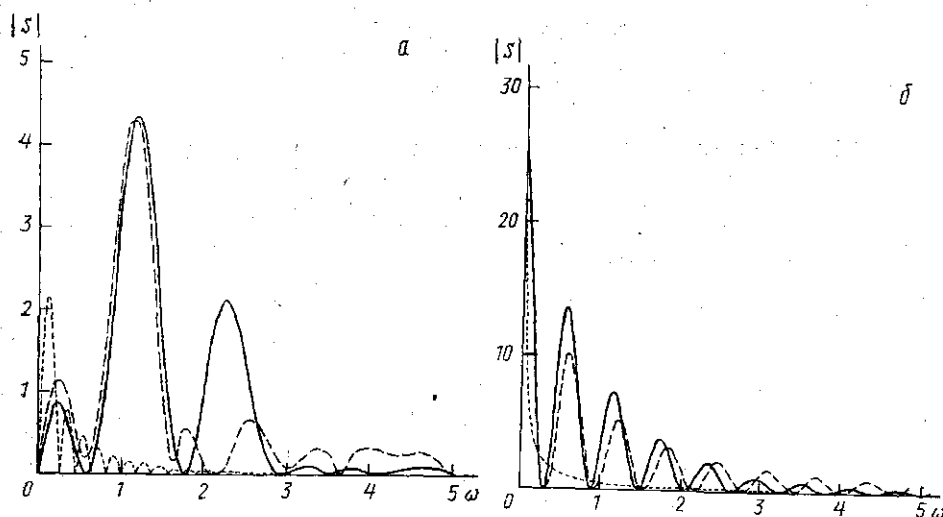
где $m = 1 + 4\Gamma z$. Точное решение для волнового пакета (2), которое здесь не приводим, позволяет проанализировать этапы образования локальных ударных фронтов, их слияния и распыливания пакета как целого [1]. На больших расстояниях сигнал (2) приобретает автомодельную форму:

$$V_a = -\theta B (4\Gamma z)^{-3/2} \exp(-\theta^2/4\Gamma z), \quad (4)$$

которая является точным решением линеаризованного уравнения Бюргерса; константа B связана сложным образом с параметрами g_j и N_j .

В работе [1] рассмотрена нелинейная эволюция в среде с $\Gamma = 1/40$ сигнала, составленного из трех биполярных импульсов N -типа с $g_j = 1$, $a_1 = -5$, $a_2 = 0$, $a_3 = 5$; причем центральный импульс имеет вдвое большую амплитуду, $V_{02} = 2V_{01} = 2V_{03}$. Волновой пакет после слияния ударных фронтов на расстоянии $z \approx 40$ трансформируется в одиночный биполярный импульс. Полный выход на линейный автомодельный профиль (4) происходит на расстоянии $z \approx a_1^2 \Gamma z \approx 400$.

Одновременно с изменением временного профиля волны по вышеизложенному сценарию наблюдается эволюция спектра, представленная на рисунке, а. Начальный спектр волнового пакета (2), сплошная



Спектры волновых пакетов N -типа (а) и S -типа (б) на расстояниях $z=0$ (сплошные кривые), 1 (штриховые), 100 (пунктирные)

кривая, приближенно можно описать функцией

$$S(\omega) \approx \omega \exp(-\omega^2/4) \cos(a\omega). \quad (5)$$

Видно, что в спектре отсутствуют компоненты на нулевой частоте.

На длине формирования ударных фронтов $z=1$ (штриховая кривая) наряду с генерацией гармоник и суммарных волн (область $\omega \geq 1,8$) идет не менее важный процесс возбуждения разностных частот в области $\omega \leq 0,7$. Слияние фронтов в один биполярный импульс при $z \approx 40$ сопровождается резким подъемом спектра на малых частотах и сужением спектральной функции. Это отчетливо видно на расстоянии $z=100$ (пунктирная линия). Уже здесь спектральное распределение близко к фурье-образу автомодельного профиля (4): $S \approx \omega \exp(-\omega^2 \Gamma z)$.

2. Трансформация спектра волнового пакета S -типа

Волновой пакет S -типа можно получить, изменив порядок чередования фаз в (2), т. е. заменив знак минус перед всеми слагаемыми на плюс. При этом вид начального спектра сигнала не изменится и на больших расстояниях волновой пакет трансформируется в автомодельный биполярный импульс вида (3) со знаком плюс. Однако особый интерес представляет эволюция волновых пакетов с принципиально другим спектральным распределением, когда основная часть энергии сосредоточена на малых частотах. Таким свойством, в частности, обладает автомодельное решение уравнения Бюргерса (1) в виде одностороннего биполярного импульса

$$V_{1a} = 4\Gamma\theta / (1 + 2\Gamma z + \theta^2), \quad S_{1a} \approx (\text{sign } \omega) 2\pi\Gamma \exp[-|\omega| (1 + 2\Gamma z)^{1/2}]. \quad (6)$$

С увеличением расстояния возмущение (6) расплывается, а его спектр сужается. Однако каким бы слабым ни стал этот биполярный сигнал, он всегда останется нелинейной волной. Напомним, что в линейном режиме гармонические составляющие затухают пропорционально $\exp(-\omega^2 \Gamma z)$. Очевидно, в автомоделном импульсе (6) благодаря сохранению нелинейного взаимодействия частотных компонент закон их затухания носит принципиально другой характер. Таким образом, возмущения с временными профилями, спадающими по закону $1/\theta$, испытывают влияние нелинейности при сколь угодно малой амплитуде.

Аналогичным образом происходит трансформация волнового пакета, составленного из нескольких биполярных импульсов типа (6):

$$V_0 = \sum_{j=1}^p \{2V_{0j}(\theta + a_j) / [1 + (\theta + a_j)^2]\},$$

$$S_0(\omega) = (\text{sign } \omega) \pi \exp(-|\omega|) \sum_{j=1}^p V_{0j} \exp(i\omega a_j). \quad (7)$$

Если парциальные амплитуды $V_{0j} = 2\Gamma N_j$ пропорциональны целым числам N_j , то на больших расстояниях сигнал (7) приобретает автомоделную форму

$$V_a = 4i\Gamma N(\Gamma z)^{-1/2} H_{2N-1}(i\xi) / H_{2N}(i\xi), \quad (8)$$

где $H_n(i\xi)$ — полином Эрмита, $\xi = \theta / (4\Gamma z)^{1/2}$, $N = N_1 + N_2 + \dots + N_p$. При $N=1$ выражения (7) переходят в (6).

Рассмотрим основные этапы трансформации исходного спектра (7) на примере волнового пакета при $p=3$, $a_1=-10$, $a_2=0$, $a_3=10$ и $N_2 = -2N_1 = 2N_3 = 8$ в среде с $\Gamma=1/8$ (рисунок, б). Начальный спектр (сплошная кривая) промодулирован на частоте, обратно пропорциональной времени относительной задержки отдельных импульсов $a=10$. В начале среды формируются ударные фронты и в спектре происходит подъем высоких частот. При этом амплитуды первых трех спутников падают, а на близких к нулю частотах изменений спектра не происходит (штриховая кривая при $z=1$). Далее с увеличением расстояния ударные фронты сливаются и формируется один биполярный импульс (8), спектр которого приобретает форму, подобную (6), — пунктирная кривая при $z=100$.

Заключение

Таким образом, эволюция акустического возмущения в вязкой нелинейной среде кардинально зависит от начального вида его частотного спектра. Если интенсивность спектра достаточно быстро спадает с увеличением частоты, то на больших расстояниях благодаря вязким потерям сигнал выходит на линейный режим распространения. Этот случай рассмотрен в статье на примере волнового пакета N -типа с убыванием поля и спектральной плотности на хвостах импульсов по гауссовскому закону. Примечательно, что процессу слияния ударных фронтов отвечает резкий подъем низких частот в спектре.

Особый интерес представляет эволюция волнового пакета, в котором поле на хвостах убывает обратно пропорционально времени. Такой сигнал имеет нечетный спектр с энергией, сосредоточенной на малых частотах. Так как низкочастотные компоненты весьма слабо за-

тухают, нелинейные эффекты продолжают определять поведение пакета на сколь угодно больших расстояниях. Поэтому образующийся после слияния фронтов биполярный импульс остается нелинейной уединенной волной с континуумом спектральной мощности на предельно малых частотах. Анализ эволюции спектра данного типа проведен на примере волнового пакета S-типа.

Выявленные в работе принципиальные особенности эволюции спектров в вязкой нелинейной среде должны проявляться при распространении любых акустических возмущений, включая случайные волны [5].

Автор выражает благодарность проф. Ю. Н. Карамзину за полезное обсуждение методов численной реализации расчета спектров с помощью быстрого преобразования Фурье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сухоруков А. А. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 3. С. 38 (Moscow University Phys. Bull. 1994. N 3. P. 34).
2. Karamzin Yu. N., Potashnikov A. S., Sukhorukov A. A. // 8-th Laser Optics Conference. Technical Digest. St. Petersburg, 1995. V. 2. P. 360.
3. Уизем Д. Линейные и нелинейные волны. М., 1977.
4. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. 2-е изд. М., 1990.
5. Гурбатов С. Н., Малахов А. Н., Санчев А. Н. Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии. М., 1990.

Поступила в редакцию
31.07.96

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 1996. № 6

ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 537.632; 538.975

ЗАВИСИМОСТЬ МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ОТ ТОЛЩИНЫ МАГНИТНОГО КЛИНА В СЭНДВИЧАХ Au/Co-КЛИН/Au (001)

Е. Е. Шалыгина, А. В. Ведяев, А. Марти, Б. Джиллис, М. В. Лазарев,
О. А. Шалыгина

(кафедра магнетизма)

Представлены результаты исследования магнитных и магнитооптических свойств сэндвичей Au/Co-клин/Au(001). Обнаружены осцилляции экваториального эффекта Керра (ЭЭК) при изменении толщины Со-клина от 0 до 20 Å. Найдено, что период этих осцилляций $T \approx 4-5$ Å. Установлено, что значение T зависит от энергии квантов падающего света. Доказано, что осцилляции ЭЭК обусловлены влиянием квантовых размерных эффектов.

В последние годы уделяется большое внимание исследованию многослойных структур, представляющих собой чередование ферромагнитных (Ф) и парамагнитных (П) слоев субмикронной толщины: Ф/П/Ф. Ряд таких уникальных свойств, как большая перпендикулярная анизотропия, огромное керровское вращение, гигантское магнитное сопротивление, осцилляция энергии обменного взаимодействия между Ф-слоями при изменении толщины Ф- и П-слоев, были обнаружены в этих структурах (см., напр., [1]). Более того, исследования указанных мно-