

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.145

РАДИАЦИОННЫЙ РАСПАД b -КВАРКА
В НЕАБЕЛЕВОМ ХРОМОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.Е.Григорук, В.Ч.Жуковский

(кафедра теоретической физики)

Вычислен спектр и ширина распада $b \rightarrow s + \gamma$ во внешнем неабелевом хромомагнитном поле, моделирующем вакуумный глюонный конденсат. Полученный результат согласуется по величине с аналогичными непертурбативными поправками, вычисленными ранее другими методами. В то же время полученная нами точная функциональная зависимость вероятности распада от напряженности поля конденсата расходится с предсказаниями работ других авторов, где были использованы необоснованные приближения. Показано, что эффект глюонного конденсата состоит в утяжелении кварка и взаимодействии цветового магнитного момента с хромомагнитным полем.

Исследование редких распадов B -мезонов уже долгое время является ключевым для определения ряда важнейших параметров квантовой хромодинамики (КХД). Первоначальный интерес, связанный в основном с чувствительностью процессов $B \rightarrow X_s + \gamma$ к массе t -кварка [1], подкрепился тем, что такие сильно КХД-зависимые распады признаны важнейшим инструментом исследования поправок высших порядков в Стандартной модели [2]. Эти распады дают прекрасную возможность для определения слабых углов смешивания [3], проверки унитарности матрицы Кабиббо—Кобаяши—Маскава и изучения нарушения CP -четности [4]. Кроме того, изучение процессов $B \rightarrow X_s + \gamma$ позволяет делать предсказания и о явлениях, находящихся за рамками Стандартной модели, таких как существование заряженных хиггсовских частиц [5], аномального $WW\gamma$ -взаимодействия [6] и др. [7].

Традиционно скорость инклюзивного распада $B \rightarrow X_s + \gamma$ вычисляют с использованием модели свободных кварков, которая корректируется поправками "малых расстояний" за счет виртуальных и реальных глюонов [8, 2]. Это приводит к изменению эффективной константы контактного приближения слабого взаимодействия. Хотя такая аппроксимация достаточно груба из-за большой теоретической неопределенности процесса адронизации, недавно появившиеся первые экспериментальные результаты измерения ширины распада $B \rightarrow X_s + \gamma$ и $b \rightarrow s + \gamma$ [9] дают удовлетворительное (в рамках довольно больших погрешностей) согласие с теоретическими [10].

В целях улучшения простой теоретической модели свободных кварков большое число работ последних лет посвящено исследованию непертурбативных поправок "больших расстояний" для распадов $B \rightarrow X_s + \gamma$. Значительный прогресс был достигнут благодаря приме-

нению метода операторного разложения и эффективной теории тяжелых кварков [4, 11]. С учетом непертурбативных эффектов при формировании массы мезона результат партонной модели изменяется на величину порядка Λ^2/m_b^2 , где Λ — характерный параметр КХД ($\Lambda \approx 300$ ГэВ), что составляет примерно 3-4% [12]. Существуют и другие подходы, основанные, например, на инстантонных моделях, однако их результаты далеки от количественных оценок [13]. Неплохим приближением вклада "больших расстояний" может оказаться внешнее цветовое поле, действующее на кварки в адронах [14], напряженность которого связана с ненулевым вакуумным средним глюонного поля (глюонным конденсатом) [15].

Первая попытка учета влияния глюонного конденсата на ширину распада $B \rightarrow X_s + \gamma$ была сделана в работе [16]. Конденсат моделировался постоянным хромомагнитным полем. Вычисленная там непертурбативная поправка к полной ширине распада в партонной модели является величиной порядка Λ^2/m_b^2 , где в данном случае Λ выражается через напряженность поля $G_{\mu\nu}$ глюонного конденсата, $\Lambda^2 \approx \langle 0 | \alpha \text{Tr} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} | 0 \rangle$, что согласуется с оценками других моделей [11, 12]. Однако как величина поправки, вычисленная в [16], так и несколько других частных результатов, например вид дифференциальной ширины распада, вызывают сомнения ввиду принятых там необоснованных упрощений.

В нашей работе с использованием волновых функций кварка в неабелевом хромомагнитном поле точно учтено влияние глюонного конденсата на ширину радиационного распада $B \rightarrow X_s + \gamma$, построены правильные графики дифференциальной ширины распада для двух типов начальных состояний b -кварка, существующих во внешнем поле, и вычислена поправка к вероятности "партонного распада" за счет внешнего поля.

Эффективный гамильтониан для $B \rightarrow X_s + \gamma$ -распада в импульсном представлении запишем в виде, использованном в [16]:

$$H_{\text{eff}} = -\frac{eG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \cdot |V_{tb}V_{ts}^*| \cdot C^{\text{eff}}(m_b) \cdot \bar{s}(q-k) \times \\ \times k\hat{\epsilon} \cdot [m_b(1+\gamma_5) + m_s(1-\gamma_5)] \cdot b(q), \quad (1)$$

где $C^{\text{eff}}(m_b)$ — коэффициент вильсоновского разложения, в главном логарифмическом приближении учитывающий поправку к процессу $b \rightarrow s + \gamma$ от жестких глюонов, проявляющуюся на малых расстояниях (подробнее см. [1,2,8]), V_{tb} и V_{ts}^* — элементы матрицы смешивания, G_F — константа Ферми, k — импульс излученного фотона ($k^2 = 0, \mathbf{k}^2 = \omega^2$), а ϵ — его поляризация (считаем фиксированной калибровку, $k\epsilon = 0$); $b(q)$ и $s(q-k)$ — волновые функции соответственно b - и s -кварков во внешнем неабелевом калибровочном поле магнитного типа в группе $SU(2)$, заданном, как и в [16], потенциалами вида

$$A_0^a = A_3^a = 0; A_1^a = \sqrt{\lambda} \cdot \delta_1^a; A_2^a = \sqrt{\lambda} \cdot \delta_2^a.$$

Волновые функции кварков в этом поле получены в работе [17]. Отметим, что кварк аромата f имеет энергию

$$\epsilon_f = \sqrt{m_f^2 + \mathbf{p}^2 + \xi - \eta\tau}, \quad (2)$$

где $\tau = \sqrt{2\xi p_1^2 + \xi^2}$, \mathbf{p} — импульс кварка, $\xi = g^2\lambda/2$, g — цветовой заряд ($G_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + g[A_\mu, A_\nu]$); $\tau\eta$ ($\eta = \pm 1$) — собственные значения оператора проекции цветовой спина на направление внешнего поля [18]:

$$T_H = \sqrt{2\xi}(p_1\tau_1 + p_2\tau_2) + \xi\Sigma_3\tau_3, T_H b = \eta_b\tau b, T_H s = \eta_s\tau s, \quad (3)$$

где Σ_3 — матрица Дирака, τ_i ($i = 1, 2, 3$) — матрицы Паули цветовой группы $SU(2)$. Поэтому матричный элемент процесса $B \rightarrow X_s + \gamma$ может быть получен простым умножением матриц в (1).

Будем искать вероятность распада $B \rightarrow X_s + \gamma$ в системе центра инерции распадающегося b -кварка ($\mathbf{p}_b = 0, \mathbf{k} = -\mathbf{p}_s$), при этом считаем b -кварк достаточно тяжелым ($m_b^2, \xi \gg \mathbf{p}^2$), что соответствует приближению, использованному в (1). Согласно (2), имеем два начальных состояния: $\epsilon_b^- = m_b$ — "цветовой спин" направлен вдоль поля, $\epsilon_b^+ = \sqrt{m_b^2 + 2\xi}$ — "цветовой спин" против направления внешнего хромагнитного поля; каждое состояние распадается на γ -квант и s -кварк ($\epsilon_s^\pm = \sqrt{m_s^2 + \mathbf{k}^2 + \xi \pm \sqrt{2\xi k_1^2 + \xi^2}}$).

Квадраты матричных элементов процессов $b(\epsilon_b^\pm) \rightarrow s(\epsilon_s^\pm) + \gamma$, усредненные по спину начального b -кварка и просуммированные по поляризациям конечного фотона и спину конечного s -кварка, имеют вид

$$|M|^2_{\pm\pm} = \frac{G_F^2 e^2}{4\pi^4} \cdot |V_{tb}V_{ts}^*|^2 \cdot |C^{\text{eff}}|^2 \times$$

$$\times \frac{k_1^2(m_b^2 + m_s^2)}{2k_1^2 + \xi \pm \tau} \{(\epsilon_b^{\pm 2} - m_b^2)(2\epsilon_b^{\pm 2} - m_s^2) - \\ - \epsilon_b^{\pm} \omega(3\epsilon_b^{\pm 2} - m_s^2)\},$$

$$|M|^2_{-\pm} = \frac{G_F^2 e^2}{4\pi^4} \cdot |V_{tb}V_{ts}^*|^2 \cdot |C^{\text{eff}}|^2 \cdot \frac{\epsilon_b^-(m_b^2 + m_s^2)}{2k_1^2 + \xi \pm \tau} \times \\ \times \{2\epsilon_b^- \omega^2(k_1^2 + \xi \pm \tau) - (\epsilon_b^- - \omega)(\xi \pm \tau)k_1^2\},$$

где индексы у $|M|^2$ характеризуют энергию начального и конечного состояния.

Тогда полная вероятность радиационного распада будет выглядеть так: для состояния $b(\epsilon_b^+)$

$$w_+ = w_{++} + w_{+-} = \\ = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^2 \cdot 8\omega\epsilon_b^+} [\delta(\epsilon_b^+ - \epsilon_s^+ - \omega) \frac{|M|^2_{++}}{\epsilon_s^+} + \\ + \delta(\epsilon_b^+ - \epsilon_s^+ - \omega) \frac{|M|^2_{+-}}{\epsilon_s^-}],$$

для состояния $b(\epsilon_b^-)$

$$w_- = w_{-+} + w_{--} = \\ = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^2 \cdot 8\omega\epsilon_b^-} \left[\delta(\epsilon_b^- - \epsilon_s^+ - \omega) \frac{|M|^2_{-+}}{\epsilon_s^+} + \right. \\ \left. + \delta(\epsilon_b^- - \epsilon_s^- - \omega) \frac{|M|^2_{--}}{\epsilon_s^-} \right].$$

Подынтегральное выражение не зависит от азимутального угла φ , а интегрирование по углу θ между импульсом фотона и направлением внешнего хромагнитного поля выполняется с помощью δ -функции. При этом автоматически производится усреднение по направлениям внешнего хромагнитного поля. Переходя к новым переменным интегрирования $x = 2\omega/\epsilon_b^+, y = 2\omega/\epsilon_b^-$, можно записать

$$w_{++} = \Gamma_0(1+p)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{q(1-q/4)}} \int_{x_-}^{x_0} dx G(x, q, t), \\ w_{+-} = \Gamma_0(1+p)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{q(1-q/4)}} \int_{x_1}^{x_+} dx [-G(x, q, t)], \\ w_{-+} = \Gamma_0 \frac{2}{\sqrt{p(1-p/4)}} \int_{y_-}^{y_1} dy F(y, p, s), \\ w_{--} = \Gamma_0 \frac{2}{\sqrt{p(1-p/4)}} \int_{y_0}^{y_+} dy [-F(y, p, s)], \quad (4)$$

где

$$\Gamma_0 = \frac{G_F^2 e^2}{2^7 \pi^5} \cdot |V_{ib} V_{is}^*|^2 \cdot |C^{\text{eff}}|^2 \cdot m_b^3 \cdot (m_b^2 + m_s^2),$$

$$q = 2\xi/\varepsilon_b^{+2}, \quad t = m_s^2/\varepsilon_b^{+2},$$

$$x_1 = 1 - t, \quad x_0 = 1 - q - t,$$

$$x_{\pm} = \frac{4(1 - q/2 - t) \pm 2\sqrt{q(1 - t)^2 + q^2 t}}{4 - q},$$

$$p = 2\xi/\varepsilon_b^{-2}, \quad s = m_s^2/\varepsilon_b^{-2},$$

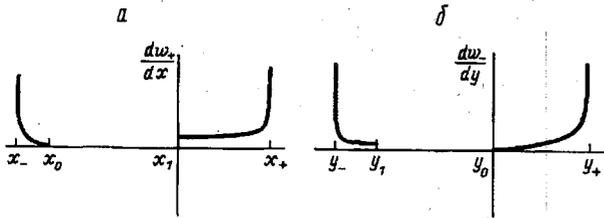
$$y_0 = 1 - s, \quad y_1 = 1 - p - s,$$

$$y_{\pm} = \frac{4(1 - p/2 - s) \pm 2\sqrt{p(1 - s)^2 + p^2 s}}{4 - p},$$

$$G(x, q, t) = \frac{(x + q + t - 1)(x(3 - t)/2 - (1 - t)(2 - t))}{\sqrt{(x_+ - x)(x - x_-)}},$$

$$F(y, p, s) = \frac{(1 - y - s)(y(3 - s)/2 - 1 + p + s)}{\sqrt{(y_+ - y)(y - y_-)}}. \quad (5)$$

Приведенные выражения позволяют построить график дифференциальной ширины распада $b \rightarrow s + \gamma$ (рисунок).



Спектральное распределение вероятности распада для двух начальных состояний b -кварка: график a соответствует "возбужденному" состоянию с энергией $\varepsilon_b^+ = \sqrt{m_b^2 + 2\xi}$, график b — основному с энергией $\varepsilon_b^- = m_b$.

Правая и левая ветви каждого из графиков отвечают конечным состояниям с различными проекциями "цветового спина" ($\varepsilon_s^2 = m_s^2 + \omega^2 + \xi - \eta_s \tau, \eta_s = \pm 1$).

Выражения (4) - (5) легко интегрируются. Во избежание громоздких формул приведем лишь результат для случая $m_s = 0$ ($t = s = 0$):

$$\begin{aligned} w_+ &= \frac{\Gamma}{8} (1 + p)^{3/2} \times \\ &\times \left\{ \left(\arcsin \frac{\sqrt{q}}{2} - \arcsin \frac{\sqrt{q}(3 - q)}{2} \right) \times \right. \\ &\times \left. \frac{\sqrt{q}(q^2 - q - 3)}{(1 - q/4)^{5/2}} + \frac{8 - 15q + 7q^2 - 3q^3/2}{(1 - q/4)^2} \right\}, \\ w_- &= \frac{\Gamma}{8} \left\{ \left(\arcsin \frac{\sqrt{p}}{2} - \arcsin \frac{\sqrt{p}(3 - p)}{2} \right) \times \right. \\ &\times \left. \frac{\sqrt{p}(2p - p^2 - 1)}{(1 - p/4)^{5/2}} + \frac{8 - 17p + 9p^2/2 - p^3/2}{(1 - p/4)^2} \right\}. \quad (6) \end{aligned}$$

Считая поле достаточно слабым, $p \ll 1$, получаем

$$w_+ \approx \Gamma_0 (1 + p/2 + 3p^2/8 + O(p^3)),$$

$$w_- \approx \Gamma_0 (1 - 3p/2 - 13p^2/24 + O(p^3)). \quad (7)$$

Значение параметра p может быть выражено через ненулевое вакуумное среднее глюонного поля:

$$p^2 = \frac{2\pi^2}{3m_b^4} < 0 | \frac{\alpha}{\pi} \text{Tr} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} | 0 >, \quad \alpha = g^2/4\pi.$$

В случае $SU(2)$ -модели КХД величина глюонного конденсата оценивается как $< 0 | \frac{\alpha}{\pi} \text{Tr} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} | 0 > \approx 0,07 \text{ ГэВ}^4$ [19]. Если принять массу b -кварка равной $m_b \approx 4,8 \text{ ГэВ}$, то параметр $p \approx 0,03$, что согласуется с оценкой непертурбативного вклада в работах [12].

Таким образом, в нашей модели вакуумного хромоманнитного поля мы описали непертурбативные эффекты, связанные с конденсатом КХД, проявляющиеся как в спектре, так и в полной ширине распада B -мезона. При этом мы непосредственно использовали точные волновые функции кварков во внешнем калибровочном поле, что позволило нам в данной модели глюонного конденсата учесть его вклад точно. Наши результаты (4) - (7) отличаются от [16], где вычисления проводились на основе амплитуды упругого перехода $B \rightarrow B$, в силу того, что в [16] были необоснованно отброшены некоторые слагаемые в точной функции Грина s -кварка во внешнем поле, а b -кварк считался свободным (случай, когда $\varepsilon_b = \varepsilon_b^+$, в [16] не рассмотрен). Этим, по-видимому, и объясняется лишенный физического смысла отрицательный участок кривой спектрального распределения вероятности распада, приведенной в работе [16].

Заметим, что, как уже было отмечено в работе [16], расщепление спектра распада (см. рисунок) напоминает эффект Зеемана. Однако необходимо подчеркнуть, что в отличие от абелева магнитного поля хромоманнитное поле не снимает полностью вырождения, так как энергетический спектр кварков зависит от комбинации цветовых и спиновых переменных (см. (3)) Σ_3 и τ_3 и фиксация квантового числа η оставляет ориентацию спина кварка произвольной. При этом, так же как и в непертурбативных эффектах, связанных с ролью калибровочного поля мягких глюонов при формировании массы B -мезонов, которые рассмотрены в работах [11, 12], изученные нами вклады глюонного конденсата могут быть разложены на два вида. Первый связан с эффектом утяжеления кварка и может быть записан как введение эффективной массы кварка $m_{\text{эфф}}^2 = m^2 + \xi$ (см. (2)), а второй обязан своим происхождением взаимодействию цветового магнитного момента с хромоманнитным полем $\sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \sim \tau_3 \Sigma_3$ (см. (3)).

Следует, конечно, иметь в виду, что наряду с рассматриваемым нами эффектом необходимо учитывать и другие непертурбативные вклады [11-13], а также радиационные поправки и другие эффекты. Поэтому наблюдение результатов данной работы в чистом виде вряд ли возможно. В то же время точное описание взаимодействия кварков с внешним полем (точные волновые функции или функции Грина), моделирующим конденсат, позволяет учесть более тонкие, в том числе и неаналитические, зависимости от параметров конденсата,

неподконтрольные таким методам, как операторное разложение, применяемое другими авторами [11, 12]. Заметим также, что использованный здесь метод с успехом может быть применен и для описания таких процессов, как глубоко неупругое рассеяние лептонов на адронах и аннигиляция электронно-позитронных пар в адроны (см., напр., [17, 20, 21]).

Литература

1. *Cambell B. A., O'Donnell P. J.* // Phys. Rev. 1982. **D25**. P. 1989; *Bertolini S., Borzumati F., Masiero A.* // Phys. Rev. Lett. 1987. **59**. P. 180; *Deshpande N. G., Lo P., Trampetic J. et al.* // Ibid. P. 183; *Grinstein B., Springer R., Wise M. B.* // Phys. Lett. 1988. **B202**. P. 138.
2. *Dominguez C. A., Paver N., Riazuddin* // Phys. Lett. 1988. **B214**. P. 459; *Cella G., Curci G., Ricciardi G., Vicere A.* // Phys. Lett. 1990. **B248**. P. 181; *Grinstein B., Springer R., Wise M. B.* // Nucl. Phys. 1990. **B339**. P. 269; *Misiak M.* // Phys. Lett. 1991. **B269**. P. 161.
3. *Witherell M.* Preprint UCSB-HEP-94-02; *Atwood D., Blok B., Soni A.* Preprint SLAC-PUB-6635, hep-ph/9408373.
4. *Neubert M.* Preprint CERN-TH/96-55; *Isgur N., Wise M.* // Phys. Lett. 1989. **B232**. P. 113.
5. *Ellis R. et al.* // Phys. Lett. 1986. **B179**. P. 119; *Grinstein B., Wise M. B.* // Phys. Lett. 1988. **B201**. P. 274; *Barger V., Hewett J., Phillips R.* // Phys. Rev. 1990. **D41**. P. 3421.
6. *Chia S.* // Phys. Lett. 1990. **B240**. P. 465; *Rizzo T.* // Phys. Lett. 1993. **B315**. P. 471; *He X., McKellar B.* // Phys. Lett. 1994. **B320**. P. 165.
7. *Hewett J.* Report SLAC-PUB-6521. Los-Alamos, 1994; Preprint SLAC-PUB-95-6782, hep-ph/9505247; *Handoko L. T., Morozumi T.* // Mod. Phys. Lett. 1995. **A10**. P. 309.
8. *Shifman M. A., Vainshtein V. I., Zakharov V. I.* // Phys. Rev. 1978. **D18**. P. 2583; *Grigjanis R., O'Donnell P. J., Sutherland M., Navalet H.* // Phys. Lett. 1988. **B213**. P. 355; 1989. **B223**. P. 239; 1990. **B237**. P. 252; *Ali A., Greub C.* // Z. f. Phys. 1991. **C49**. P. 431; Phys. Lett. 1992. **B287**. P. 191; 1995. **B361**. P. 146; *Ciuchini M., Franco E., Martinelli G. et al.* // Phys. Lett. 1993. **B316**. P. 127; *Buras A., Misiak M., Munz M., Pokorski S.* // Nucl. Phys. 1994. **B424**. P. 374; *Dikeman R. D., Shifman M., Uraltsev N. G.* Preprint TPI-MINN-95/9-T, hep-ph/9505397.
9. CLEO Collaboration, *Ammar R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. **71**. P. 674; CLEO Collaboration, *Alam M. S. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1995. **74**. P. 2885.
10. *Ali A., Greub C.* Preprint SLAC-PUB-95-6940, hep-ph/9506374.
11. *Chay J., Georgi H., Grinstein B.* // Phys. Lett. 1990. **B247**. P. 399; *Bigi I. I., Shifman M., Uraltsev N. G., Vainshtein A. I.* // Phys. Rev. Lett. 1993. **71**. P. 496; *Blok B., Koyrakh L., Shifman M., Vainshtein A. I.* // Phys. Rev. 1994. **D49**. P. 3356; *Neubert M.* // Ibid. P. 3392; *Falk A. F., Jenkins E., Manohar A. V., Wise M. B.* // Ibid. P. 4553; *Mannel T.* // Nucl. Phys. 1994. **B413**. P. 396; *Bigi I. I., Shifman M., Uraltsev N. G., Vainshtein A. I.* // Int. J. Mod. Phys. 1994. **A9**. P. 2467.
12. *Neubert M.* // Phys. Rev. 1994. **D49**. P. 4623; *Falk A. F., Luke M., Savage M. J.* // Ibid. P. 3367. *Bigi I. I., Uraltsev N. G., Vainshtein A. I.* // Phys. Lett. 1992. **B293**. P. 430.
13. *Shifman M.* Preprint TPI-MINN-95-15-T, hep-ph/9505289; *Chay J., Rey S. J.* Preprint SNUTP-9454, hep-ph/9404214; Preprint SNUTP-9454, hep-ph/9406279; *Falk A., Kyatkin A.* Preprint JHU-TIPAC-950004, hep-ph/9502248.
14. *Nachtman O., Reiter A.* Preprint HD-IHEP-83-28.
15. *Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I.* // Nucl. Phys. 1979. **B147**. P. 385.
16. *Kyatkin A.* // Phys. Lett. 1995. **B361**. P. 105.
17. *Жуковский В. Ч., Григорук А. Е., Мамсуров И. В.* // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. №4. С. 17 (Moscow University Phys. Bull. 1996. N4).
18. *Жуковский В. Ч.* // ЖЭТФ. 1986. **90**. С. 1137; *Жуковский В. Ч., Белоусов Ю. Н.* // Изв. вузов, Физика. 1989. **2**. С. 40.
19. *Mil'shtein A. I., Pinelis Yu. F.* // Phys. Lett. 1984. **B137**. P. 235.
20. *Zhukovsky V. Ch.* Proc. Second Workshop on "Quantum Field Theory under the Influence of External Conditions", University of Leipzig, 14-20 September 1992. Leipzig, 1992. P. 273.
21. *Averin A. V., Borisov A. V., Zhukovskii V. Ch.* // Z. f. Phys. 1990. **C48**. P. 457.

Поступила в редакцию
16.09.96