

АСТРОНОМИЯ

УДК 521.9; 521.93; 525.62

ДВИЖЕНИЕ ПОЛЮСОВ ГЛАВНЫХ ОСЕЙ ИНЕРЦИИ ЗЕМЛИ ВСЛЕДСТВИЕ ЕЕ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Ю.В.Баркин

(ГАИШ)

Определены вариации коэффициентов второй гармоники геопотенциала для модели Земли с эластичной мантией, обусловленные периодическими движениями полюса и неравномерностями суточного вращения Земли. Найдены периодические возмущения в движении полюсов полярной и экваториальной осей инерции Земли, обусловленные возмущениями компонент ее вектора угловой скорости.

1. Вариации коэффициентов геопотенциала вследствие вращения Земли

Будем рассматривать Землю как деформируемое небесное тело, предполагая, что ее мантия эластична. Пусть оси системы координат $Cxyz$ направлены вдоль главных центральных осей инерции Земли в ее недеформированном состоянии. Другая система координат $C_p x_p y_p z_p$ представляет собой систему главных центральных осей инерции Земли в ее текущем (деформированном) состоянии. В дальнейшем будем пренебрегать малыми эффектами, связанными с относительными смещениями точек C и C_p .

Цель данной работы — изучить временные вариации коэффициентов второй гармоники геопотенциала и соответствующие смещения полюсов P и e полярной (Cz_p) и экваториальной (Cx_p) осей инерции Земли, обусловленные ее вращательной деформацией, в том числе из-за движения полюса оси вращения и неравномерностей в суточном вращении.

Обозначим через p, q, r проекции вектора ω угловой скорости вращения Земли (или, точнее, связанной с нею системы координат $Cxyz$) на координатные оси Cx, Cy и Cz .

Вариации вращения Земли приводят к вариациям компонент тензора инерции Земли и коэффициентов геопотенциала [1, 2]:

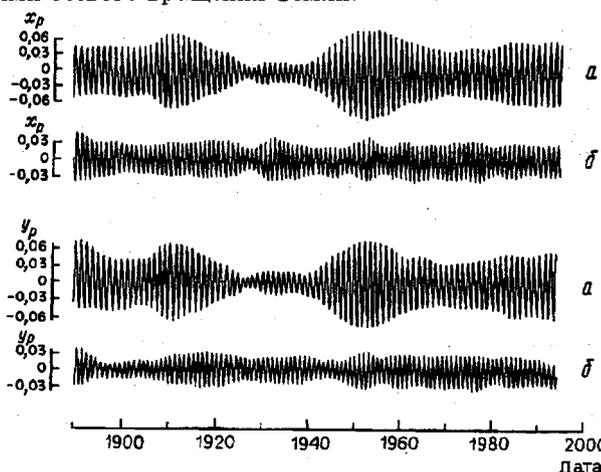
$$\begin{aligned} \delta C_{20} &= -3k(2r^2 - p^2 - q^2)/4\omega^2, \delta C_{22} = -3k(p^2 - q^2)/8\omega^2, \\ \delta S_{22} &= -3kpq/4\omega^2, \delta C_{21} = -3kpr/2\omega^2, \\ \delta S_{21} &= -3kqr/2\omega^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ω — величина угловой скорости вращения Земли в данную эпоху. Численный коэффициент $k = \Delta C/mR^2$, где ΔC — приращение полярного момента инерции, вызванное вращением эластичной Земли; m и R — ее масса и средний радиус.

Воспользуемся численными значениями указанных параметров из работы [2]:

$$\begin{aligned} \omega &= 7,2921 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}, \quad k = 0,2342 \cdot 10^{-3}, \\ \Delta C &= 8,5361 \cdot 10^{41} \text{ г} \cdot \text{см}^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Из формул (1) следует, что конкретные возмущения компонент угловой скорости порождают аналогичные возмущения в значениях коэффициентов геопотенциала. Ниже для значений параметров задачи (2) определяются вариации коэффициентов C_{21}, S_{21} , соответствующие чандлеровскому и годичному движению полюса. Также определяются вариации δC_{20} , вызванные неравномерностями осевого вращения Земли.



Возмущения координат полюса оси инерции P (в дуговых секундах) вследствие вращательных деформаций, обусловленных чандлеровским (а) и годовым (б) движениями полюса оси вращения Земли за 1990—1995 гг.

Компоненты угловой скорости p, q, r чандлеровского движения полюса определяются формулами [3]:

$$\begin{aligned} p &= \omega \frac{C\lambda}{A\sqrt{\kappa^2 + \lambda^2}} \text{cnu}, \\ q &= -\omega \frac{C\lambda\sqrt{1 + \kappa^2}}{B\sqrt{\kappa^2 + \lambda^2}} \text{shu}, \end{aligned}$$

$$r = \omega \frac{\kappa}{\sqrt{\kappa^2 + \lambda^2}} \operatorname{dn} u, \quad (3)$$

где $\operatorname{sn} u$, $\operatorname{cn} u$, $\operatorname{dn} u = \sqrt{1 - \lambda^2 \operatorname{sn}^2 u}$ — эллиптические функции Якоби с модулем λ ; A , B , C — "приведенные" моменты инерции модели Земли с эластичной мантией; κ и λ — основные параметры задачи о невозмущенном чандлеровском вращательном движении Земли:

$$\kappa^2 = \frac{C(A - B)}{A(B - C)}, \quad \lambda^2 = \kappa^2 \frac{A^2 p_0^2}{C^2 r_0^2}.$$

Здесь $p_0/\omega = 1, 2231 \cdot 10^{-6}$, $r_0 = \omega$ ($q_0 = 0$) — начальные значения компонент угловой скорости для момента времени $t_0 = 0$ часов 15 сентября 1990 г. [3]. Аргумент $u = \frac{2\pi}{T_{CH}}(t - t_0)$ является линейной функцией времени (T_{CH} — период Чандлера).

Для модели Земли, рассмотренной в [3], имеем следующие значения:

$$T_{CH} = 449, 179 \text{ сут}, \quad \kappa = 0, 9820 \cdot 10^{-1},$$

$$\lambda = 1, 2010 \cdot 10^{-7}. \quad (4)$$

На основании формул (3) и значений параметров (4) находим

$$p/\omega = 1, 2231 \cdot 10^{-6} \operatorname{cn} u,$$

$$q/\omega = -1, 2289 \cdot 10^{-6} \operatorname{sn} u,$$

$$\delta r/\omega = 0, 7212 \cdot 10^{-14} \operatorname{sn}(2u). \quad (5)$$

Последняя из формул (5) определяет чандлеровскую вариацию угловой скорости вращения Земли δr с периодом $T_{CH}/2 = 224, 589$ сут, которой соответствует малая вариация длительности суток с амплитудой $0, 623 \cdot 10^{-9}$ с.

Теперь по формулам (1) и (5), учитывая малость модуля λ , находим следующие вариации коэффициентов геопотенциала вследствие чандлеровского движения полюса:

$$(\delta C_{20})_{CH} \simeq 0, \quad (\delta C_{22})_{CH} \simeq 0, \quad (\delta S_{22})_{CH} \simeq 0,$$

$$(\delta C_{21})_{CH} = -0, 4296 \cdot 10^{-9} \operatorname{sn} u,$$

$$(\delta S_{21})_{CH} = 0, 4317 \cdot 10^{-9} \operatorname{sn} u. \quad (6)$$

Период вариаций (6) равен периоду Чандлера (4).

Для оценки вариаций коэффициентов (1) вследствие годичного движения полюса Земли воспользуемся известными формулами А. Я. Орлова [4]

$$p/\omega = 0, 088'' \cos(36^\circ \cdot t + 112^\circ),$$

$$q/\omega = -0, 075'' \sin(36^\circ \cdot t + 112^\circ),$$

где t отсчитывается в десятых долях года от его начала. По формулам (1) снова находим вариации:

$$(\delta C_{21})_a = -0, 6400 \cdot 10^{-9} \cos(36^\circ \cdot t + 112^\circ),$$

$$(\delta S_{21})_a = 0, 5454 \cdot 10^{-9} \sin(36^\circ \cdot t + 112^\circ). \quad (7)$$

Подчеркнем, что вариации (6), а можно считать, что и вариации (7), определены по отношению к главным

центральному осям инерции Земли $Sxyz$. По порядку амплитуд эти вариации совпадают с приливными вариациями этих же коэффициентов, обусловленных упругими деформациями мантии Земли вследствие притяжения Луны и Солнца.

Эффекты неравномерного вращения Земли ощутимо могут проявляться лишь в вариациях зонального коэффициента геопотенциала C_{20} . Используя принятые в работе значения параметров (2), для вариации δC_{20} получаем следующее упрощенное выражение:

$$\delta C_{20} = -3k\delta r/\omega = -0, 702534 \cdot 10^{-3} \delta r/\omega. \quad (8)$$

Примем отклонение продолжительности суток от среднего значения за год [4] в виде $\delta D = [0, 49 \sin(2\pi(t + 0, 22)) - 0, 30 \sin(4\pi(t - 0, 05))] \cdot 10^{-3}$ с, где t отсчитывается в долях года от его начала. В результате по формуле (8) находим сезонную вариацию коэффициента геопотенциала: $\delta C_{20} = -(0, 398 \sin(2\pi(t + 0, 22)) - 0, 244 \sin(4\pi(t - 0, 05))) \cdot 10^{-11}$.

Аналогичным образом находятся периодические вариации коэффициента C_{20} , вызванные периодическими неравномерностями вращения Земли относительно ее полярной оси инерции. Последние в свою очередь обусловлены зональными приливами в упругой мантии Земли и определяются формулой [5]

$$\delta r = \sum_{\|\nu\| > 0} r_\nu \cos(\nu_1 l_\beta + \nu_2 l_\odot + \nu_3 F + \nu_4 D + \nu_5 \Omega), \quad (9)$$

где r_ν — численные коэффициенты, значения которых для определенных наборов индексов $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \nu_5)$ приведены в таблице. В (9) l_β и l_\odot — средние аномалии Луны и Солнца, D — средняя элонгация Луны от Солнца, $F = L - \Omega$, L — средняя долгота Луны, Ω — средняя долгота восходящего узла лунной орбиты. Эти аргументы представляются известными линейными функциями времени [5]. Подставляя (9) в (8), получим периодические вариации коэффициента C_{20} вследствие косвенного влияния зональных приливов (через вариации угловой скорости осевого вращения Земли):

$$\delta C_{20} = \sum_{\|\nu\| > 0} C_\nu^{(2,0)} \times$$

$$\times \cos(\nu_1 l_\beta + \nu_2 l_\odot + \nu_3 F + \nu_4 D + \nu_5 \Omega), \quad (10)$$

$$C_\nu^{(2,0)} = -3k r_\nu/\omega = -0, 702534 \cdot 10^{-3} r_\nu/\omega.$$

Значения коэффициентов $C_\nu^{(2,0)}$ для основных по величине вариаций приведены в таблице, где также указаны соответствующие наборы индексов ν . Найденные здесь вариации коэффициента C_{20} являются достаточно малыми, но основные из них сравнимы по амплитуде с вариациями этого коэффициента, вызванными приливными деформациями Земли [6]. Другие коэффициенты геопотенциала из списка (1) практически не испытывают

Периодические вариации коэффициента геопотенциала вследствие приливных вариаций скорости суточного вращения Земли

ν_1	ν_2	ν_3	ν_4	ν_5	Период, сут	$\gamma, 10^{-14}$ рад/с	$C_p^{(2,0)}, 10^{-9}$
1	0	2	0	1	9,12	-2,39	0,0002
1	0	2	0	2	9,13	-5,76	0,0006
-1	0	2	2	2	9,56	-1,10	0,0001
0	0	2	0	0	13,61	-1,17	0,0001
0	0	2	0	1	13,63	-12,48	0,0012
0	0	2	0	2	13,66	-30,11	0,0029
2	0	0	0	0	13,78	-1,30	0,0001
0	0	0	2	0	14,77	-2,64	0,0003
1	0	0	0	0	27,56	-15,90	0,0015
1	0	0	0	1	27,67	1,04	-0,0001
-1	0	0	2	0	31,81	-3,04	0,0003
0	0	2	-2	2	182,62	-14,01	0,0014
0	1	0	0	0	365,26	-2,23	0,0002
0	0	0	0	1	-6790,36	12,62	-0,0012

вариаций, обусловленных неравномерностями суточного вращения Земли.

В дополнение к таблице получим выражение вариации коэффициента C_{20} вследствие долгопериодического изменения длительности суток с амплитудой $4 \cdot 10^{-3}$ с и с периодом 1500 лет, недавно выявленной на основе данных о лунных и солнечных затмениях за последние 2700 лет [7].

Заслуживает пристального внимания и изучения механизм этой долгопериодической вариации вращения Земли. Здесь мы лишь укажем на ее возможную связь с движениями масс Земли (в первую очередь жидкого и твердого ядер), которые порождают западный дрейф магнитного поля Земли. Как известно, западный дрейф магнитного поля хорошо описывается движением экваториального диполя, движущегося по определенной эллиптической траектории с периодом около 1200 лет [8].

В некотором приближении с указанной вариацией длительности суток можно сопоставить вариацию угловой скорости

$$(\delta r/\omega)_{S,M} = -4,6296 \cdot 10^{-8} \cos(4,189 \cdot 10^{-5}t), \quad (11)$$

где время отсчитывается в столетиях от начала новой эры.

На основании (10), (11) получаем выражение соответствующей вариации коэффициента второй зональной гармоники геопотенциала:

$$(\delta C_{20})_{S,M} = -0,0325 \cdot 10^{-9} \cos(4,189 \cdot 10^{-5}t). \quad (12)$$

Вариации (10), (12) определяются периодическими возмущениями суточного вращения Земли.

2. Периодические движения полюсов осей инерции

Зная вариации геопотенциала в системе координат $Sxyz$, изучим теперь вопрос о движении полюсов глав-

ных осей инерции Земли Cx_p, Cy_p, Cz_p (т.е. точек их пересечения с поверхностью Земли) также по отношению к системе координат $Sxyz$. Декартовы координаты x_p, y_p и y_e, z_e полюсов p и e (полярной Cz_p и экваториальной Cx_p осей инерции Земли) по отношению к системе отсчета $Sxyz$ определяются следующими приближенными формулами:

$$x_p = -z_e = \frac{R\delta C_{21}}{\bar{C}_{20}^p - 2\bar{C}_{22}^p},$$

$$y_p = \frac{R\delta S_{21}}{\bar{C}_{20}^p + 2\bar{C}_{22}^p}, \quad y_e = \frac{R\delta S_{22}}{2\bar{C}_{22}^p}. \quad (13)$$

Здесь в знаменателях фигурируют средние постоянные значения параметров геопотенциала $\bar{C}_{20}^p, \bar{C}_{22}^p$, определяемые для главных осей инерции в данную эпоху. Примем для них значения в соответствии с моделью геопотенциала $SEIII$: $\bar{C}_{20}^p = -1082,6370 \cdot 10^{-6}, \bar{C}_{22}^p = 1,77111 \cdot 10^{-6}$. Средний радиус Земли $R = 6371$ км.

Подставляя выражения вариаций (1) и значения параметров $\bar{C}_{20}^p, \bar{C}_{22}^p$ в формулы (13), запишем их в следующем виде:

$$x_p = R \cdot 0,3258p/\omega, \quad y_p = R \cdot 0,3277q/\omega, \quad (14)$$

$$y_e = -R \cdot 49,9296pq/\omega^2, \quad z_e = -R \cdot 0,3258p/\omega. \quad (15)$$

Формулы (14), (15) ранее были получены Буршей [1]. Однако в этой работе не было исследовано, какие эффекты вызываются наблюдаемыми периодическими возмущениями вращения Земли.

Из (14) следуют упрощенные формулы $x_p/R = 0,33p/\omega, y_p/R = 0,33q/\omega$, которые позволяют сформулировать следующие основные свойства движения полюса P .

1. Вследствие периодических движений полюса оси вращения Земли в ее теле возникают деформации, которые в свою очередь приводят к периодическим движениям полюса полярной главной оси инерции P относительно его положения P_0 в отсутствие деформаций. Траектория полюса P в проекциях на координатную плоскость P_0xy подобна траектории полюса P_ω и имеет в три раза меньшие размеры.

2. Полярные оси инерции Земли Cz_p, Cz (для текущего и недеформированного ее состояний) и ось вращения Земли расположены в одной меридиональной плоскости системы координат $Sxyz$.

Формулы (14), (15) позволяют с отдельными периодическими возмущениями компонент угловой скорости p, q, r сопоставить аналогичные возмущения в координатах полюсов инерции.

1°. Чандлеровскому движению полюса P_ω по эллиптической траектории (на плоскости P_0xy) с полуосями $a_{CH} = 0,2523'', b_{CH} = 0,2531''$ и с эксцентриситетом $e_{CH} = 0,0982$ соответствует движение полюса P по эллипсу с полуосями $a_P = 0,0822'', b_P = 0,0830''$ и с эксцентриситетом $e_P = 0,133$. Соответствующие оси указанных эллипсов совпадают (причем меньшие оси параллельны

главной оси инерции Cx). Средние движения полюсов P_ω и P по указанным эллипсам равны частоте Чандлера.

2°. Чандлеровскому движению полюса P_ω соответствует восьмеркообразное движение полюса экваториальной оси инерции e , для которого смещения вдоль экватора составляют 507,718 см, а отклонения от самого экватора являются весьма малыми ($\sim 0,048$ см).

3°. Сезонное возмущение движения полюса P_ω вызывает движение полярной оси инерции с тем же периодом. Траектория полюса P на плоскости P_0xy представляет собой эллипс с полуосями $a_a = 0,0287''$, $b_a = 0,0246''$ и с эксцентриситетом $e_a = 0,515$. Меньшая ось эллипса параллельна главной экваториальной оси инерции Земли Cy .

4°. Скорость движения полюса P по годичному эллипсу не остается постоянной. Ее минимальные значения имеют место при прохождении большей оси эллипса и составляют 306,8 град/год, а максимальные значения 422,4 град/год достигаются в моменты прохождения меньшей оси эллипса.

На основе формул (14) также были непосредственно вычислены координаты полюса по соответствующим значениям компонент угловой скорости Земли p , q для чандлеровского и для годового движений полюса оси вращения, рекомендованным МСВЗ [5]. Эти результаты представлены графически на рисунке.

В заключение работы отметим, что годичное движение полюса оси инерции Земли на основе данных наблюдений изучалось многими авторами. Одно из первых исследований этого явления выполнил А.Я. Орлов [9]. Изучая ряды широтных наблюдений более чем за 40 лет, он пришел к заключению, что среднее годовое колебание малой оси земного эллипсоида происходит с амплиту-

дой 0,03'' вокруг его наибольшей оси. Для объяснения этого явления обычно привлекаются метеорологические сезонные процессы на поверхности Земли, а также так называемый механизм "передачи движения от полюса инерции к полюсу оси вращения Земли" [4].

В данной работе фактически показано, что при интерпретации годового движения полюса оси инерции Земли должны учитываться также его смещения, вызванные вращательными деформациями.

Литература

1. Bursā M. // Bull. Astron. Inst. Czechosl. 1983. 34, №6. P.321.
2. Getino J., Ferrandiz J.M. // Celest. Mech. 1991. 51. P.35.
3. Barkin Yu. V. // Journées, 1995: Earth Rotation Reference System in Geodynamics and Solar System. Warsaw, Poland, September 18—20, 1995. P.83.
4. Куликов К.А. Изменяемость широт и долгот. М., 1962.
5. IERS Annual Report (1993). Central Bureau of IERS, July 1994.
6. Getino J., Ferrandiz J.M. // Celest. Mech. 1993. 57. P.279.
7. Stephenson F.R., Morrison L.V. // Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A. 1995. 351. P.165.
8. Пудовкин И.М., Валуева Г.Е. // Геомагнетизм и аэрномия. 1967. 7, №5. С.923.
9. Орлов А.Я. // ДАН. 1946. 51, №7. С. 507.

Поступила в редакцию
04.01.96

АСТРОНОМИЯ

УДК 681.373.826

ВЛИЯНИЕ НАКЛОНА ПЛОСКОСТИ ГИРОСКОПА НА ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ

В.Е. Жаров, С.Н. Маркова, М.В. Сажин

(ГАИШ)

В отделе службы времени ГАИШ создан лазерный гироскоп для определения параметров вращения Земли. В работе рассматривается влияние относительного наклона зеркал на точность определения этих параметров.

1. Введение

В отделе службы времени ГАИШ разработан лазерный гироскоп с пассивным резонатором для определе-

ния параметров вращения Земли с точностью $\delta\Omega_e/\Omega_e \sim 10^{-7}$, где Ω_e — угловая скорость вращения Земли. Для того чтобы прибор мог использоваться в астрономических и геофизических целях, необходимо достичь точ-