ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 530.145; 539.12

# РАДИАЦИОННЫЙ СДВИГ ЭНЕРГИИ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОНА В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ В (2+1)-МЕРНОЙ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

**И.М.Тернов**, **А.В.Борисов, К.В.Жуковский**

*(кафедра теоретической физики)*

**Вычислен однопетлевой радиационный сдвиг энергии электрона, находящегося в основном состоянии в магнитном поле, в рамках (2+1)-мерной квантовой электродинамики, лагранжиан которой включает член Черна—Саймонса топологической природы. Исследовано асимптотическое поведение сдвига энергии как функции напряженности поля и топологического массового параметра. Проведено сравнение с известными результатами (3+1)-мерной электродинамики.**

Исследование движения электрона в постоянном магнитном поле — фундаментальная задача квантовой электродинамики (КЭД), имеющая приложения в теории синхротронного излучения [1], теории аномального магнитного момента электрона [1–3], физике твердого тела [3] и др.

Детальный анализ радиационного сдвига энергии электрона как в основном, так и в возбужденных состояниях в магнитном поле дан в работе [4]. Подробная библиография по этой проблеме приведена в обзорах [5,6].

Указанные исследования выполнены в рамках обычной (3+1)-мерной электродинамики (КЭД$_4$). С начала 1980-х гг. активно развивается (2+1)-мерная электродинамика (КЭД$_3$) [7,8]. Эта теория используется для описания эффектов в конденсированных слоистых системах (тонких пленках): квантового эффекта Холла [9], высокотемпературной сверхпроводимости [10] и др.

Принципиальный интерес представляет изучение изменения характера эффектов при понижении размерности пространства ($3 \to 2$): магнитных осцилляций [11], сдвига массы электрона в горячей плотной среде [12] и др. В настоящей работе рассматривается радиационный сдвиг энергии электрона, движущегося в постоянном магнитном поле $H$, в рамках КЭД$_3$.

Мы ограничились расчетом однопетлевой радиационной поправки $\Delta\varepsilon_0$ к энергии $\varepsilon_0$ основного состояния электрона (в древесном приближении $\varepsilon_0 = m$, $m$ — масса электрона). Принципиальным отличием КЭД$_3$ от КЭД$_4$ является то, что в (2+1)-мерной теории в лагранжиане может присутствовать член Черна—Саймонса топологической природы [7,8]:

$$\mathcal{L}_{CS} = -\frac{\theta}{4}\varepsilon^{\mu\nu\lambda}A_\mu F_{\nu\lambda}, \tag{1}$$

где $A_\mu$ и $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ — потенциал и тензор электромагнитного поля ((2+1)-метрика имеет сигнатуру $(+--)$); $\theta = \mathrm{const}$. Положим заряд электрона равным $-e < 0$ и выберем для $\gamma$-матриц представление

$$\gamma^0 = -\sigma_3, \gamma^1 = i\sigma_1, \gamma^2 = i\sigma_2,$$

где $\sigma_k$ — матрицы Паули. Потенциал внешнего магнитного поля $H$ определим в виде

$$A^\mu_{\rm ext} = (0, 0, Hx^1),$$

где $H > 0$. Двухкомпонентная волновая функция основного состояния электрона в магнитном поле

$$\psi_0(x) = L^{-1/2}(h/\pi)^{1/4}\exp\left(-imt - \frac{h}{2}x_1^2\right)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},$$

где $h = eH$, $L$ — нормировочная длина.

Расчет $\Delta\varepsilon_0$ аналогичен выполненному в КЭД$_4$ (см.,напр.,[4]), поэтому детали расчетов мы опускаем.

Рассмотрим сначала случай $\theta = 0$ (см.(1)), наиболее близкий к КЭД$_4$. Подчеркнем, однако, что в КЭД$_3$ спектр энергии электрона в магнитном поле чисто дискретный (отсутствует свободное движение вдоль поля). Используя для пропагатора фотона калибровку Фейнмана

$$D_{\mu\nu}(k) = g_{\mu\nu}/(k^2 + i0), \tag{2}$$

где $k$ — импульс виртуального фотона, для $\Delta\varepsilon_0$ получим интегральное представление:

$$\Delta\varepsilon_0 = \frac{e^2}{8\pi^{3/2}\sqrt{\beta}}\int_0^\infty \frac{dy}{\sqrt{y}}\int_0^1 \frac{du}{\sqrt{u}}\exp\left(-\frac{uy}{\beta}\right) \times \\ \times \left[\frac{2 - u + 2ue^{-2y}}{F(u,y)} - (2+u)\right], \tag{3}$$

где $F(u,y) = 1 - u + ue^{-y}\mathrm{sh}y/y$, полевой параметр

$$\beta = \frac{eH}{m^2}. \tag{4}$$

Из (3) находим асимптотическое поведение сдвига энергии по параметру (4), используя тот же метод, что и в КЭД$_4$ [3,4]:

$$\Delta\varepsilon_0 = \frac{e^2}{8\pi}\begin{cases}\beta(2+\ln(\beta/2)), \beta \ll 1,\\ \ln 2\beta, \beta \gg 1.\end{cases} \tag{5}$$

Отсюда следует асимптотика эффективной магнитной восприимчивости:

$$\chi_3 = \frac{\partial}{\partial\beta}\Delta\varepsilon_0 = \frac{e^2}{8\pi}\begin{cases}\ln\beta, \beta \ll 1,\\ 1/\beta, \beta \gg 1.\end{cases} \tag{6}$$

Сравним ее с известным результатом для КЭД$_4$ [4]:

$$\chi_4 = \frac{e^2 m}{(4\pi)^2}\begin{cases}-1, \beta \ll 1,\\ \frac{2}{\beta}\ln 2\beta, \beta \gg 1.\end{cases} \tag{7}$$

Из (6) и (7) следует, что понижение размерности ($4 \to 3$) приводит к принципиальному изменению поведения $\chi$ как функции магнитного поля (см.(4)): $\chi_3$ при $\beta \to 0$ логарифмически расходится, а $\chi_4$ конечна; при больших $\beta$ восприимчивость $\chi_3$ убывает быстрее, чем $\chi_4$. Заметим также, что в КЭД$_3$ величина $e^2$ имеет размерность массы, а в КЭД$_4$ $e^2$ безразмерна (в системе единиц, в которой $\hbar = c = 1$). Этим объясняется отсутствие множителя $m$ в (5) и (6).

Обратимся к случаю $\theta \neq 0$ (топологически-массивная КЭД$_3$). Для пропагатора фотона используем обобщенную калибровку Ландау [12]:

$$D_{\mu\nu}(k) = \frac{1}{k^2-\theta^2+i0}\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2+i0} - i\theta\varepsilon_{\mu\nu\lambda}\frac{k^\lambda}{k^2+i0}\right). \tag{8}$$

В этом случае $\Delta\varepsilon_0$ зависит не только от $\beta$ (4), но и от массового параметра

$$\mu = \frac{\theta}{m}. \tag{9}$$

Приведем полученную нами асимптотику сдвига энергии при $\beta \ll 1$, $\mu \ll 1$:

$$\Delta\varepsilon_0 = \frac{e^2}{8\pi}\beta\left(2+\ln\frac{\beta}{2}+f(\nu)\right), \tag{10}$$

$$f(\nu) = (1+\nu)^2\ln(1+\nu) - \nu(\nu+2)\ln\nu - \nu.$$

Здесь отношение $\nu = \mu/\beta$ параметров (4) и (9) произвольно.

При $\nu = 0$ ($\theta = 0$) из (10) следует результат (5) при $\beta \ll 1$, как и должно быть в силу калибровочной инвариантности теории (ср.(2) и (8)).

При $\nu \gg 1$ из (10) находим

$$\Delta\varepsilon_0 = \frac{e^2}{8\pi}\beta(\ln\mu + \text{const}), \beta \ll \mu \ll 1. \tag{11}$$

Следовательно, присутствие члена Черна—Саймонса (1) приводит к конечности восприимчивости $\chi_3$ при $\beta \to 0$ (ср.(11) и (6)).

Авторы благодарят П.А.Эминова и А.С.Вшивцева за полезное обсуждение результатов.

Работа выполнена в рамках программы "Университеты России".

### Литература

1. *Соколов А.А., Тернов И.М.* Релятивистский электрон. М., 1983.
2. *Тернов И.М., Багров В.Г., Бордовицын В.А., Дорофеев О.Ф.* //ЖЭТФ. 1968. **55**. С. 2273.
3. *Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В.* Квантовые процессы в сильном внешнем поле. М., 1989.
4. *Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н.* Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М., 1982.
5. *Ритус В.И.*//Тр. ФИАН. 1986. **168**. С. 52.
6. *Тернов И.М., Дорофеев О.Ф.*//ЭЧАЯ. 1994. **25**. С. 5.
7. *Deser S., Jackiw R., Templeton S.*//Ann. of Phys. (N.Y.). 1982. **140**. P. 372.
8. *Redlich A.N.*// Phys.Rev. 1984. **D29**. P. 2366.
9. Quantum Hall Effect / Ed. R.E. Prangle, S.M. Girvin. Springer-Verlag, N.Y., 1987.
10. *Davydov A.S.* //Phys.Rep. 1990. **190**. P. 191.
11. *Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В.* // ЖЭТФ. 1995. **107**. С. 307.
12. *Zhukovskii K.V., Eminov P.A.*//Phys.Lett. 1995. **B359**. P.155.

Поступила в редакцию
27.05.96