

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 533.951; 533.93

ПОГЛОЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И СКОРОСТИ РЕАКЦИЙ В ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

М.А. Дрофа, Л.С. Кузьменков, С.Г. Максимов

(кафедра теоретической физики)

Получены уравнения баланса числа частиц и баланса импульса для систем с ионизацией и рекомбинацией частиц. Для водородоподобной четырехкомпонентной системы, находящейся в поле ионизирующего излучения, в пределе низких температур найдены дисперсионные соотношения, из которых следует существование областей поглощения электромагнитного излучения, границы которых зависят от степени ионизации и от скоростей элементарных процессов. Экспериментальное определение этих границ может дать информацию о скоростях элементарных процессов.

1. Введение

В настоящее время хорошо развиты методы теоретических расчетов и экспериментальных измерений концентраций заряженных частиц в частично ионизованной плазме (например, методы томографии ионосферы [1]), диффузии таких частиц [2] и т. п. В частности, разрабатываются простые методы расчета концентрации электронов в верхних слоях атмосферы при фотоионизации на основе уравнения баланса числа частиц и уравнения диффузии [3].

Вместе с тем дисперсия и поглощение электромагнитных волн в системах, в которых имеют место процессы ионизации и рекомбинации, химические реакции и т.п., могут дать информацию не только о степени ионизации, но и о скоростях элементарных процессов. В настоящей работе на основе обобщения результатов [4] и [5] получены уравнения баланса числа частиц и импульса, учитывающие ионизационно-рекомбинационные процессы. Для водородоподобной четырехкомпонентной системы, находящейся в поле ионизирующего излучения, в пределе низких температур найдены дисперсионные соотношения и теоретически определены границы областей поглощения электромагнитного излучения. (Эффект сильного поглощения микроволн в системе с фотоионизацией обнаружен экспериментально в работе [6].) Экспериментально измеряя границы областей поглощения, можно получить информацию о скоростях этих процессов.

2. Общие уравнения гидродинамики системы частиц с учетом процессов ионизации и рекомбинации

Поставим в соответствие каждой частице ее точечный образ $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t))$. Рождение и уничтожение i -й частицы сорта s можно описать функцией $\Lambda_i^{(s)}(t)$, равной 1, когда частица существует, и 0 во все остальные моменты времени. Из определения $\Lambda_i^{(s)}(t)$ имеем

$$\frac{d\Lambda_i^{(s)}}{dt} = - \sum_m \delta(t - t_m^- [i, (s)]) + \sum_n \delta(t - t_n^+ [i, (s)]) \quad (1)$$

Здесь $t_n^+ [i, (s)]$ - моменты рождения частицы, а $t_m^- [i, (s)]$ - моменты ее уничтожения.

Если полевые функции, определяющие состояние системы, имеют микроскопический аналог, то методом, предложенным в работе [5], можно получить для них общее динамическое уравнение, исходя из первых принципов. Обозначим через $X_i^{(s)}(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)$ динамическую функцию i -й частицы сорта s . Тогда ее микроскопическая "плотность" будет равна

$$\chi^{(s)}(\mathbf{r}, t) = \sum_i^{(s)} X_i^{(s)}(\mathbf{r}_i(t), \mathbf{v}_i(t)) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)) \Lambda_i^{(s)}(t) \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по t , учитывая (1) и уравнения движения, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^{(s)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sum_i^{(s)} X_i^{(s)} \mathbf{v}_i(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)) \Lambda_i^{(s)}(t) = \\ = \sum_i^{(s)} \left(\frac{\partial X_i^{(s)}}{\partial \mathbf{r}_i(t)} \mathbf{v}_i(t) + \frac{\partial X_i^{(s)}}{\partial \mathbf{v}_i(t)} \frac{\mathbf{F}_i(t)}{m_i} \right) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)) \Lambda_i^{(s)}(t) + \\ + \sum_i^{(s)} X_i^{(s)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)) \left(- \sum_m \delta(t - t_m^- [i, (s)]) + \sum_n \delta(t - t_n^+ [i, (s)]) \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Для усреднения (3) по физически бесконечно малому объему Δ и по малому промежутку времени Δ_t введем оператор усреднения \hat{S} :

$$\tilde{\chi}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\Delta \Delta_t} \int d\xi d\tau \chi(\mathbf{r} + \xi, t + \tau) \equiv \hat{S} \chi(\mathbf{r}, t) \quad (4)$$

Действуя оператором \hat{S} на уравнение (3) при $X_i^{(s)}(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i) = 1$, получаем уравнение баланса числа частиц сорта s :

$$\frac{\partial n^{(s)}}{\partial t} + \frac{1}{m^{(s)}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{J}^{(s)} = \beta^{(s)} \quad (5)$$

где $\beta^{(s)}(\mathbf{r}, t) = \hat{S} \sum_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i^{(s)}(t)) \frac{d}{dt} \Lambda_i^{(s)}(t)$ – скорость изменения концентрации за счет процессов рождения-уничтожения частиц, которая пропорциональна концентрации частиц, участвующих в этих процессах и вероятности самого процесса [7]. Поэтому

$$\beta^{(s)} = \sum_T \alpha^T n^{(s_1)} n^{(s_2)} \dots n^{(s_T)}, \quad (6)$$

где буквой T обозначен канал реакции с участием частиц сортов s_1, s_2, \dots, s_T , в результате которой рождается (уничтожается) частица сорта s . Коэффициент α^T определяется сечением реакции. Так как масса и заряд сохраняются, то $\sum_s e^{(s)} \beta^{(s)}(\mathbf{r}, t) = 0$, $\sum_s m^{(s)} \beta^{(s)}(\mathbf{r}, t) = 0$.

Положим теперь $X_{\alpha\beta}^{(s)}(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i) = m^{(s)} \mathbf{v}_i^{(s)}(t)$. Тогда результат усреднения уравнения (3) с учетом (5) в первом приближении можно представить в виде системы уравнений: уравнения баланса импульса с переменным числом частиц

$$n^{(s)} \left(\frac{\partial \mathbf{v}_\alpha^{(s)}}{\partial t} + (\mathbf{v}^{(s)} \nabla) \mathbf{v}_\alpha^{(s)} \right) + \frac{\partial P_{\alpha\beta}^{(s)}}{\partial r_\beta} = \frac{1}{m^{(s)}} F_\alpha^{(s)} + \mathbf{v}_\alpha^{(s)} \quad (7)$$

и макроскопических уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi \sum_s e^{(s)} n^{(s)}, & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum_s e^{(s)} n^{(s)} \mathbf{v}^{(s)}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $P_{\alpha\beta}^{(s)} = \hat{S} \sum_i u_{i\alpha}^{(s)} u_{i\beta}^{(s)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i^{(s)}(t)) \Lambda_i^{(s)}(t)$ – тензор давления частиц сорта s , $\mathbf{v}^{(s)}(\mathbf{r}, t)$ – гидродинамическая скорость, $\mathbf{u}_i^{(s)}$ – тепловая скорость i -й частицы. Величина $\mathbf{v}^{(s)}(\mathbf{r}, t) = \hat{S} \sum_i \mathbf{u}_i^{(s)} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i^{(s)}(t)) \frac{d}{dt} \Lambda_i^{(s)}(t)$ определяет изменение плотности импульса частиц сорта s за счет обмена импульсами частиц при рождении-уничтожении,

$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = e^{(s)} n^{(s)}(\mathbf{r}, t) \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}^{(s)}(\mathbf{r}, t), \mathbf{B}] \right\}$ – сила Лоренца.

В пределе низких температур в [7] можно не учитывать тензор давлений. Для оценки $\mathbf{v}^{(s)}$ рассмотрим один из каналов реакций, например рекомбинационный захват электрона положительным ионом. Скорость появившейся в результате реакции нейтральной частицы равна $\mathbf{v}_0 = (m_+ \mathbf{v}_+ + m_e \mathbf{v}_e) / (m_+ + m_e)$ и, вообще говоря, не совпадает со средней скоростью $\mathbf{v}_0(\mathbf{r}, t)$ нейтральных частиц в данной точке. Поэтому процесс рождения частиц сорта s дает вклад в изменение плотности импульса частиц этого сорта. Изменение плотности импульса пропорционально также скорости рождения частиц сорта s (см. (6)). Для данного канала получим

$$\mathbf{v}^{(e+)} = \beta^{(e+)} u^{(e+)} \sim u^{(e+)} n_+ n_e = \left(\frac{m_+ \mathbf{v}_+ + m_e \mathbf{v}_e}{m_+ + m_e} - \mathbf{v}_0 \right) n_+ n_e.$$

Таким образом, в низкотемпературном пределе уравнение баланса импульса принимает вид

$$\begin{aligned} n^{(s)} \left(\frac{\partial \mathbf{v}^{(s)}}{\partial t} + (\mathbf{v}^{(s)} \nabla) \mathbf{v}^{(s)} \right) &= \frac{e^{(s)} n^{(s)}}{m^{(s)}} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}^{(s)}, \mathbf{B}] \right\} + \\ &+ \sum_T \alpha^T \mathbf{u}^T n^{(s_1)} n^{(s_2)} \dots n^{(s_T)}. \end{aligned} \quad (9)$$

3. Диэлектрическая проницаемость частично ионизированной плазмы

Рассмотрим четырехкомпонентную систему, состоящую из нейтральных атомов, отрицательных и положительных ионов и свободных электронов, находящуюся под воздействием ионизирующего электромагнитного излучения (объемная фотоионизация). Примером такой системы может служить плазма атомарного водорода. Основными в такой системе будут элементарные процессы: фотоотрыв электрона от нейтрального атома, захват электрона нейтральным атомом, рекомбинационный захват электрона положительным ионом, взаимная рекомбинация положительного и отрицательного ионов.

Скорости реакций, определяемые величинами $\beta^{(s)}$, задаются соответственно константами скоростей реакций $\alpha, \beta, \gamma, \chi$. Обозначая величины, относящиеся к нейтральным атомам, индексом "0", величины, относящиеся к электронам, индексом "e", а величины, относящиеся к ионам, индексом "+" или "-", получим из (5) и (9) следующие уравнения:

$$\frac{\partial n_0}{\partial t} + \nabla(n_0 \mathbf{v}_0) = \alpha n_+ n_e - \beta n_0 + 2\gamma n_+ n_- - \chi n_0 n_e, \quad (10)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla(n_e \mathbf{v}_e) = -\alpha n_e n_+ + \beta n_0 - \chi n_e n_0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial n_+}{\partial t} + \nabla(n_+ \mathbf{v}_+) = -\alpha n_+ n_e + \beta n_0 - \gamma n_+ n_-, \quad (12)$$

$$\frac{\partial n_-}{\partial t} + \nabla(n_- \mathbf{v}_-) = -\gamma n_+ n_- + \chi n_0 n_e, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} n_0 \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \nabla) \right] \mathbf{v}_0 &= \alpha \left(\frac{m_+ \mathbf{v}_+ + m_e \mathbf{v}_e}{m_+ + m_e} - \mathbf{v}_0 \right) n_+ n_e + \\ &+ 2\gamma \left(\frac{m_+ \mathbf{v}_+ + m_- \mathbf{v}_-}{m_+ + m_-} - \mathbf{v}_0 \right) n_+ n_-, \end{aligned} \quad (14)$$

$$n_e \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_e \nabla) \right] \mathbf{v}_e = \frac{-e}{m_e} n_e \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_e, \mathbf{B}] \right\} + \beta n_0 (\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_e), \quad (15)$$

$$n_+ \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_+ \nabla) \right] \mathbf{v}_+ = \frac{e}{m_+} n_+ \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_+, \mathbf{B}] \right\} + \beta n_0 (\mathbf{v}_0 - \mathbf{v}_+), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} n_- \left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_- \nabla) \right] \mathbf{v}_- &= \frac{-e}{m_-} n_- \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_-, \mathbf{B}] \right\} + \\ &+ \chi \left(\frac{m_e \mathbf{v}_e + m_0 \mathbf{v}_0}{m_e + m_e} - \mathbf{v}_- \right) n_0 n_e, \end{aligned} \quad (17)$$

которые должны рассматриваться совместно с

уравнениями поля (8). При ионизационном равновесии процессы ионизации и рекомбинации компенсируют друг друга, а потоковые скорости и поля отсутствуют, т.е. $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_e = \mathbf{v}_\pm = 0$ и $\mathbf{E} = 0, \mathbf{B} = 0$. Поэтому из уравнений (10)–(13) получаем соотношения для равновесных концентраций нейтральных атомов, электронов, положительных и отрицательных ионов N_0, N_e, N_+ и N_- :

$$\begin{cases} -\gamma N_+ N_- + \chi N_0 N_e = 0, \\ -\alpha N_e N_+ + \beta N_0 - \chi N_e N_0 = 0, \\ N_+ = N_- + N_e. \end{cases} \quad (18)$$

Стандартными методами линейной теории [8] из уравнений Максвелла (8) и (14)–(18) находим выражение для диэлектрической проницаемости:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{1}{i\omega\beta} \frac{\Omega_e^2 \Re_e(\omega) + \Omega_+^2 \Re_+(\omega) + \Omega_-^2 \Re_-(\omega)}{\Delta(\omega)}, \quad (19)$$

$$\Re_e(\omega) = \Psi_-(1 + \Psi_+) + \frac{m_0}{m_-} \Psi_+ + \frac{m_e N_0}{m_- N_e} (2 + \Psi_+).$$

$$\Re_+(\omega) = \Psi_-(1 + \Psi_e) + 2 \frac{m_0}{m_-} \left(\frac{m_e N_0}{m_0 N_e} + \Psi_+ \right),$$

$$\Re_-(\omega) = \Psi_e (2 + \Psi_+) - \Psi_+,$$

$$\Delta(\omega) = \frac{m_+}{m_0} \Psi_e \Psi_- - \frac{m_e}{m_0} \left(1 - \frac{N_0}{N_e} \right) \Psi_+ + \Psi_+ \left(\frac{m_e}{m_0} + \Psi_e \right) (1 + \Psi_-),$$

$$\Psi_{e,\pm}(\omega) = \frac{N_0}{N_{e,\pm}} - \frac{i\omega}{\beta}, \quad \Psi_{\pm}(\omega) = \frac{N_0}{N_{\pm}} - \frac{i\omega}{\chi N_e},$$

$$\Omega_{e,\pm}^2 = \frac{4\pi e^2 N_{e,\pm}}{m_{e,\pm}}.$$

Формула (19) сильно упрощается, если учесть тот факт, что $m_e \ll m_+, m_-$. В этом предельном случае получим

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega \left(\omega + i\beta \frac{N_0}{N_e} \right)}.$$

Другая предельная ситуация возникает, когда доминирует эффект захвата электронов нейтральным атомом (сечение захвата велико), что характерно для газа атомарного водорода. При этом число свободных электронов мало. Формально этот случай реализуется при $\chi \rightarrow \infty$. В результате условия ионизационного равновесия модифицируются:

$$N_e = \frac{\beta}{\chi} \rightarrow 0, \quad \alpha N_+^2 = \beta N_0, \quad N_+ = N_-$$

и формула для диэлектрической проницаемости примет вид

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\Omega_+^2 + \Omega_-^2}{\omega \left(\omega + i\beta \frac{N_0}{N_+} \right)}$$

Выражение (19) упрощается также для системы, состоящей из нейтральных атомов, электронов и положительных ионов. Полагая $\gamma, \chi \rightarrow 0$, а затем $V_- \rightarrow 0$, получим

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\Omega_e^2 + \Omega_+^2}{\omega \left(\omega + i\beta \frac{N_0}{N_e} \right)}$$

и условие ионизационного равновесия: $\alpha N_e^2 = \beta N_0, N_+ = N_e$.

Формально все три случая можно объединить одной формулой:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + 2i\lambda)}, \quad (20)$$

если положить $\Omega^2 = \Omega_e^2, \Omega_+^2 + \Omega_-^2, \Omega_e^2 + \Omega_+^2,$

$$\lambda = \frac{1}{2} \beta \frac{N_0}{N_e}, \quad \frac{1}{2} \beta \frac{N_0}{N_+}.$$

4. Дисперсия и затухание волн в плазме с ионизацией и рекомбинацией

Для комплексной частоты продольных ленгмюровских волн из (20) получаем $\omega = -i\lambda + \sqrt{\Omega^2 - \lambda^2}$, так что продольные ленгмюровские колебания в частично ионизованной системе затухают с декрементом λ (20), который определяется интенсивностью ионизации.

Дисперсионное уравнение поперечных волн имеет следующий вид:

$$1 - \frac{\Omega^2}{\omega(\omega + 2i\lambda)} - \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 0. \quad (21)$$

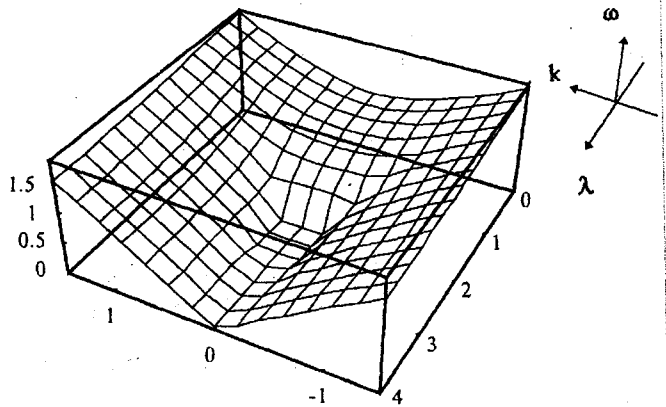


Рис. 1. Зависимость частоты ω от волнового вектора k параметра ионизации λ

Решение (21) представлено на рис. 1 и 2 в виде зависимости действительной $\omega(k, \lambda)$ и мнимой $\gamma(k, \lambda)$ частей комплексной частоты от параметров k и λ (ω, γ и λ измеряются в единицах Ω ; k – в единицах (Ω/c)). Из рис. 1 видно, что при малых λ дисперсия совпадает с дисперсией в полностью ионизованной плазме. При больших k имеем $\omega = kc$, т.е. дисперсия та же, что и у свободной электромагнитной волны. Более детальную информацию о частично ионизованной среде дает анализ затухания поперечных волн. Из рис. 2 видно, что при достаточно малых или больших λ затухание мало. Также мало затухание при больших k независимо от параметра λ .

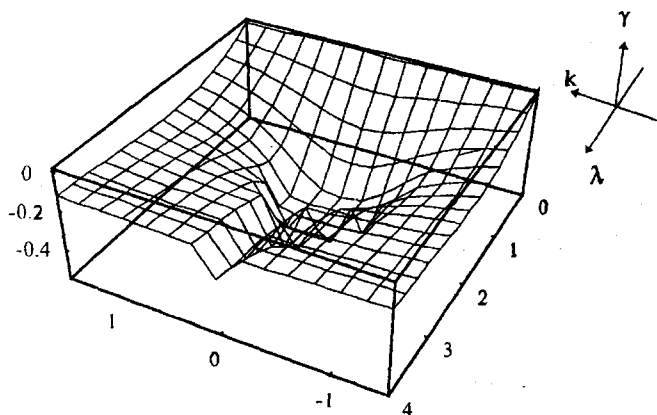


Рис. 2. Зависимость декремента затухания γ от волнового вектора k и параметра ионизации λ

Однако в области малых k ($kc/\Omega \approx 1$) затухание становится существенным, причем максимум поглощения приходится на $\lambda \approx \Omega$. В окрестности $\lambda \approx \Omega$ границы области заметного поглощения зависят от λ . Анализ зависимости коэффициента поглощения от k может дать информацию о степени и интенсивности ионизации среды. На рис. 3 представлены сечения графика, приведенного на рис. 2, на уровнях $\gamma = 0,4\Omega$ (кривая 1) и $0,2\Omega$ (кривая 2). В области под кривой 1 поглощение больше $0,4\Omega$, а в области (k, λ) над кривой 1 волны слабо затухают. Определяя экспериментально длину волны на границе зоны поглощения ($\gamma \geq 0,4\Omega$), по кривой 1 можно определить λ , т.е. получить информацию о степени ионизации среды и скорости процессов ионизации-рекомбинации. Выбор $\gamma = 0,4\Omega$ соответствует поглощению волны на расстоянии порядка 2,5 длин волн, а $\gamma = 0,2\Omega$ (кривая 2) – поглощению на

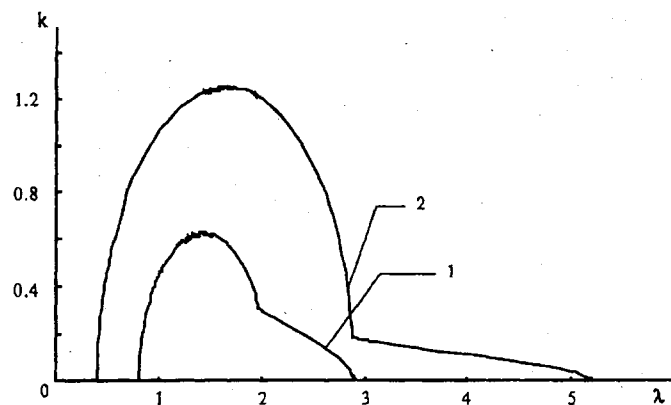


Рис. 3. Уровни постоянного декремента затухания

расстоянии порядка 5 длин волн.

Литература

1. Куницын В. Е., Терещенко Е. Д. Томография ионосферы. М., 1991.
2. Wilhelmsson H. // Phys. Rev. 1987. A35, N4. P.1957.
3. Ayachi M. // Rom. J. Phys. 1993. 38, N3. P.299.
4. Кузьменков Л. С. // ТМФ. 1991. 86, №2. С.231.
5. Дрофа М. А., Кузьменков Л. С. // ТМФ. 1996. 108, №1. С.3.
6. Stalder K. R., Vidmar R. J., Eckstrom D. J. // J. Appl. Phys. 1992. 72, N11. P.5089.
7. Мессу Г. С. У. Отрицательные ионы. М., 1979.
8. Ахизер А. И. Электродинамика плазмы. М., 1974.

Поступила в редакцию
09.10.96

АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 539.172.3

МОДЕЛЬ ОПИСАНИЯ СЕЧЕНИЙ ФОТОНЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА ТЯЖЕЛЫХ ЯДРАХ С МАЛОЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ

С.С.Бородина, Б.С.Ишханов, В.И.Мокеев

(НИИЯФ)

Развит метод описания сечений фотонейтронных реакций на ядрах с массовыми числами $A > 80$. Предложенный метод может быть использован при решении задач трансмутации радиоактивных изотопов, а также в многочисленных прикладных и фундаментальных исследованиях, для которых необходимо описание фотонейтронных сечений при отсутствии экспериментальных данных.

1. Введение

Развитие ядерной энергетики и ядерных технологий сделало актуальной задачей понижения активности радиоактивных изотопов до величин, разрешенных международными стандартами. Развитие ускорительной техники создало качественно новые возможности для решения этой задачи. В настоящее время ведется разработка методов трансмутации

радиоактивных изотопов, основанных на использовании пучка нейтронов интенсивностью $10^{14} - 10^{15}$ нейтрон·см⁻²·с⁻¹, который формируется пучками протонов с импульсами 0,8–1,0 ГэВ/с при облучении тяжелых элементов в реакциях *spallation* [1]. Однако эти методы малоэффективны при использовании их для снижения активности изотопов имеющих малые сечения нейтронного захвата, в частности ¹³⁷Cs и ⁹⁰Sr.