

УДК 530.145

ИМПУЛЬСНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ НЕСКОЛЬКИХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В.В.Комаров, А.М.Попова, И.И.Назарьев*), В.Л.Шаблов*), Ю.Ю.Шитков*)

(НИИЯФ)

Предложено высокоэнергетическое приближение для описания процессов рассеяния нескольких заряженных частиц. Исходной моделью является импульсное приближение для волновой функции, которое в случае короткодействующих потенциалов эквивалентно симметричному эйкональному. Как пример, на основе полученных формул для дифференциального сечения процесса распада дейтрона в поле ядра рассчитаны энергетические распределения протонов из реакций взаимодействия дейтронов, имеющих энергию 56 МэВ, с ядрами ^{12}C , ^{51}V , ^{118}Sn .

Как известно (см., напр., [1, 2]), одним из наиболее эффективных методов исследования процессов соударения частиц при высоких энергиях столкновения является эйкональное приближение теории рассеяния, в котором учитывается только доминирующий член асимптотического разложения амплитуды процесса по параметру $(p^0 R)^{-1}$, где p^0 – относительный импульс сталкивающихся частиц, R – радиус частицы-мишени. В традиционно используемом варианте эйконального приближения амплитуда зависит только от перпендикулярной составляющей q_{\perp} переданного импульса $\mathbf{q} = \mathbf{p}^0 - \mathbf{p}$, где \mathbf{p} – относительный импульс разлетающихся частиц. Параллельной компонентой q_{\parallel} переданного импульса пренебрегают. В таком варианте эйкональное приближение успешно используется для описания процесса рассеяния в упругом канале на малые углы, когда параллельная составляющая переданного импульса мала. В то же время ясно, что в случае неупругих процессов пренебрежение величиной q_{\parallel} является достаточно грубым приближением, от которого можно уйти в рамках так называемого симметричного эйконального подхода [1]. Кроме того, традиционная формулировка эйконального приближения не учитывает ряд специфических свойств амплитуды рассеяния, присущих дальнедействующим потенциалам, в частности, тот факт, что двухчастичная кулоновская S -матрица рассеяния не содержит $\delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}^0)$ [3, 4, 6], за исключением случая, отвечающего рассеянию заряженной частицы на нейтральной мишени. Это обстоятельство требует модификации амплитуды рассеяния в импульсном и эйкональном приближениях. Импульсное приближение, введенное в теорию рассеяния Ферми и Чью [5], заключается в том, что частицы, образующие связанную систему, с точки зрения налетающей частицы являются “замороженными”. Поэтому импульсы частиц связанной системы определяются их распределением в центре масс системы. Такая ситуация реализуется, когда кинетическая энергия налетающей частицы значительно превосходит энергию связанного состояния.

В данной работе предлагается один вариант

высокоэнергетического приближения в теории рассеяния нескольких заряженных частиц. Для определенности рассматривается задача о рассеянии в системе трех заряженных частиц, две из которых во входном канале образуют связанную пару.

Обозначая через \mathbf{v}^0 относительную скорость пары частиц в начальном состоянии, запишем выражения для импульсов частиц 1 и 2 до взаимодействия в системе координат, связанной с частицей 3:

$$\mathbf{p}_1 = m_1 \mathbf{v}^0 + \mathbf{p}_{12}, \quad \mathbf{p}_2 = m_2 \mathbf{v}^0 - \mathbf{p}_{12}, \quad (1)$$

где \mathbf{p}_{12} – относительный импульс в составной системе (1,2).

Амплитуда вероятности того, что частицы имеют такие импульсы, есть волновая функция $\Phi(\mathbf{p}_{12})$. Тогда в лабораторной системе координат, связанной с покоящейся третьей частицей, волновая функция рассеяния может быть записана в виде

$$|\Psi^+\rangle = \int d\mathbf{p}_{12} |\Psi_1^+(\mathbf{p}_1)\rangle |\Psi_2^+(\mathbf{p}_2)\rangle \Phi(\mathbf{p}_{12}), \quad (2)$$

где $|\Psi_i^+(\mathbf{p}_i)\rangle$ есть состояние рассеяния частицы i на третьей частице, рассматриваемой в качестве силового центра.

Используя выражение (2), получим выражение для элементов S -матрицы рассеяния:

$$S_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{p}^0) = \langle \Psi_{\beta}^-(\mathbf{p}) | \Psi_{\alpha}^+(\mathbf{p}^0) \rangle = \int d\mathbf{p}'_{12} \int d\mathbf{p}_{12} \Phi_{\beta}^*(\mathbf{p}'_{12}) \Phi_{\alpha}(\mathbf{p}_{12}) S_1(\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}_1) S_2(\mathbf{p}'_2, \mathbf{p}_2), \quad (3)$$

причем

$$\mathbf{p}'_1 = m_1 \mathbf{v} + \mathbf{p}'_{12}, \quad \mathbf{p}'_2 = m_2 \mathbf{v} + \mathbf{p}'_{12},$$

где \mathbf{v} – относительная скорость пары частиц после взаимодействия. Формула (3) справедлива как для короткодействующих, так и дальнедействующих потенциалов (типа кулоновского).

Если парные потенциалы V_{13} и V_{23} содержат ядерную и кулоновскую части, для соответствующих S -матриц справедливо представление вида [3,4,6]:

$$S(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = -2\pi i \delta \left(\frac{p'^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} \right) t \left(\mathbf{p}', \mathbf{p}, \frac{p^2}{2m} + i0 \right), \quad (4)$$

известное под названием формулы Хербста.

В случае чисто кулоновского рассеяния форму-

*) Обнинский институт атомной энергетики.

ла (4) приобретает вид

$$S^c(\mathbf{p}', \mathbf{p}) = -2\pi i \delta\left(\frac{p'^2}{2m} - \frac{p^2}{2m}\right) t^c\left(\mathbf{p}', \mathbf{p}, \frac{p^2}{2m} + i0\right),$$

где $t^c = \mathbf{p}', \mathbf{p}, (p^2/2m) + i0$ – кулоновская T -амплитуда [1, 2]:

$$t^c\left(\mathbf{p}', \mathbf{p}, \frac{p^2}{2m} + i0\right) = \frac{\eta p^0}{2\mu\pi^2} \frac{1}{|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|} \frac{\Gamma(1+i\eta)}{\Gamma(1-i\eta)} \left(\frac{2p}{|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|}\right)^{2i\eta} \quad (4')$$

При “мягком” выключении кулоновского потенциала, что соответствует $\eta \rightarrow 0$, функция $S^c(\mathbf{p}', \mathbf{p})$ преобразуется в $\delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}')$ [6].

Подставляя формулу Хербста в выражение (3) и выделяя в нем δ -функцию приближенного закона сохранения энергии вида

$$\delta\left(\frac{p^2}{2(m_1+m_2)} - \frac{p'^2}{2(m_1+m_2)}\right),$$

получим выражение для T -амплитуды рассеяния:

$$T_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{p}^0) = -2\pi i \int d\mathbf{p}'_{12} \int d\mathbf{p}_{12} \Phi_{\beta}^*(\mathbf{p}'_{12}) \Phi_{\alpha}(\mathbf{p}_{12}) \times t_1\left(\mathbf{p}', \mathbf{p}_1, \frac{p_1^2}{2m_1} + i0\right) t_2\left(\mathbf{p}', \mathbf{p}_2, \frac{p_2^2}{2m_2} + i0\right) \delta\left(\frac{p_1^2}{2m_1} - \frac{p_1'^2}{2m_1}\right) \quad (5)$$

Аргумент δ -функции в приближении быстрых столкновений может быть представлен в виде $((\mathbf{v}+\mathbf{v}^0)/2)(\mathbf{k}_{12}-\mathbf{k}'_{12}) = ((\mathbf{v}+\mathbf{v}^0)/2)\mathbf{u}$.

Переходя в (5) к интегрированию по \mathbf{u} и полагая, что парные T -амплитуды зависят только от переданного импульса, получаем выражение для амплитуды рассеяния [7]:

$$T_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{p}^0) = -\frac{2\pi i}{|\mathbf{v}+\mathbf{v}^0|} \int d\mathbf{u}_{\perp} t_1\left(\frac{m_1}{m_1+m_2} \mathbf{q} + \mathbf{u}_{\perp}\right) \times t_2\left(\frac{m_2}{m_1+m_2} \mathbf{q} - \mathbf{u}_{\perp}\right) S(-\mathbf{u}_{\perp}), \quad (6)$$

где $S(-\mathbf{u}_{\perp})$ – структурный формфактор перехода из канала α в канал β :

$$S(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \phi_{\beta}^*(\mathbf{r}) \phi_{\alpha}^*(\mathbf{r}).$$

Как видим, выражение для T -амплитуды рассматриваемого процесса, в отличие от случая короткодействующих сил, содержит только “теневое” слагаемое, что является прямым следствием формулы Хербста (4).

В выражении (6) интегрирование идет по плоскости, перпендикулярной вектору $\mathbf{v}+\mathbf{v}^0$. Полученный результат можно интерпретировать как выбор прямолинейной траектории движения частицы вдоль направления $(\mathbf{v}+\mathbf{v}^0)/2$, что позволяет применять данное приближение и для больших углов рассеяния [1]. Отсюда следует, в частности, что относительная скорость столкновения оказывается равной $|\mathbf{v}+\mathbf{v}^0|/2$ и именно для этой скорости рассчитываются кулоновские параметры в подсистемах час-

тиц (1,3) и (2,3). Заметим, что из-за специфического выбора оси падения налетающей частицы в упругом канале величина q_{\parallel} всегда равна нулю. Вследствие этого в выражении (6) переданный импульс \mathbf{q} можно заменить на \mathbf{q}_{\perp} , т.е. мы, по существу, переходим к эйкональному приближению:

$$T_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{p}^0) = \frac{2\pi i}{|\mathbf{v}+\mathbf{v}^0|} \int_{\mathbb{R}^2} d\mathbf{u}_{\perp} t_1\left(\frac{m_1}{m_1+m_2} \mathbf{q}_{\perp} + \mathbf{u}_{\perp}\right) \times t_2\left(\frac{m_2}{m_1+m_2} \mathbf{q}_{\perp} - \mathbf{u}_{\perp}\right) S(-\mathbf{u}_{\perp}), \quad (7)$$

“Формальное” различие между выражениями (6) и (7) в упругом канале не играет никакой роли, но при описании неупругих процессов учет величины q_{\parallel} становится существенным.

При “мягком” выключении кулоновского взаимодействия выражение (6) переходит в обычное импульсное приближение для короткодействующих потенциалов.

Пусть, например, вначале $\eta_1 \rightarrow 0$. Поскольку амплитуда рассеяния на потенциале V_1 есть сумма двух амплитуд:

$$t_1(\mathbf{q}) = t_1^c(\mathbf{q}) + t_1^{sc}(\mathbf{q}),$$

где $t_1^c(\mathbf{q})$ – амплитуда чисто кулоновского рассеяния (4'), а $t_1^{sc}(\mathbf{q})$ при $\eta_1=0$ есть амплитуда рассеяния на короткодействующей части потенциала V_1 , то выражение для амплитуды реакции оказывается равным сумме двух слагаемых:

$$T_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{p}^0) = \lim \left\{ -\frac{2\pi i}{|\mathbf{v}+\mathbf{v}^0|} \int_{\mathbb{R}^2} d\mathbf{u}_{\perp} t_1^c\left(\frac{m_1}{m_1+m_2} \mathbf{q} + \mathbf{u}_{\perp}\right) \times t_2\left(\frac{m_2}{m_1+m_2} \mathbf{q} - \mathbf{u}_{\perp}\right) S(-\mathbf{u}_{\perp}) \right\} - \frac{2\pi i}{|\mathbf{v}+\mathbf{v}^0|} \int_{\mathbb{R}^2} d\mathbf{u}_{\perp} t_1^{sc}\left(\frac{m_1}{m_1+m_2} \mathbf{q} + \mathbf{u}_{\perp}\right) t_2\left(\frac{m_2}{m_1+m_2} \mathbf{q} - \mathbf{u}_{\perp}\right) S(-\mathbf{u}_{\perp}). \quad (8)$$

Используя стандартную процедуру регуляризации

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{x^{1+i\eta}} = \frac{i}{\eta} f(0) + \int_0^1 dx \frac{f(x)-f(0)}{x^{1+i\eta}}, \quad (9)$$

после интегрирования по углам получим, что первое слагаемое в (8) равно

$$t_2(\mathbf{q}) S\left(\frac{m_2}{m_1+m_2} \mathbf{q}\right).$$

Отсюда амплитуда рассеяния системы, состоящей из нейтрального и заряженного фрагментов на заряженной частице-мишени, имеет вид

$$T_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{p}^0) = t_2(\mathbf{q}) S \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{q} \right) - \quad (10)$$

$$- \frac{2\pi i}{|\mathbf{v} + \mathbf{v}^0|} \int \frac{d\mathbf{u}_\perp}{\mathcal{V}^2} t_1^s \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{q} + \mathbf{u}_\perp \right) t_2^s \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{q} - \mathbf{u}_\perp \right) S(-\mathbf{u}_\perp).$$

Если в (10) величину η_2 устремить к нулю, то после применения формулы (9) получаем эйкональную амплитуду рассеяния для короткодействующих потенциалов:

$$T_{\alpha\beta}(\mathbf{p}, \mathbf{p}^0) = t_1^s(\mathbf{q}) S \left(-\frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{q} \right) + t_2^s(\mathbf{q}) S \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{q} \right) - \quad (11)$$

$$- \frac{2\pi i}{|\mathbf{v} + \mathbf{v}^0|} \int \frac{d\mathbf{u}_\perp}{\mathcal{V}^2} t_1^s \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{q} + \mathbf{u}_\perp \right) t_2^s \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{q} - \mathbf{u}_\perp \right) S(-\mathbf{u}_\perp).$$

Выражения (10) и (11) можно получить непосредственно из (3); аналогичные выражения можно получить и в рамках эйконального приближения. При этом ключевую роль по-прежнему должен играть тот факт, что двухчастичная кулоновская S -матрица не содержит несвязанного члена.

Используя связь T -амплитуды и функции профиля:

$$\omega(\mathbf{b}) = \frac{2\pi i \mu}{p} \int d\mathbf{q} \exp\{-i \mathbf{q} \mathbf{b}\} t(\mathbf{q}), \quad (12)$$

а также явное выражение для кулоновской амплитуды, можно получить кулоновскую функцию профиля:

$$\begin{aligned} \omega^c(\mathbf{b}) &= \frac{2\pi i \eta}{2\pi^2} \frac{\Gamma(1+i\eta)}{\Gamma(1-i\eta)} (2p)^{2i\eta} \int \frac{d\mathbf{q}}{\mathcal{V}^2} \frac{\exp\{-i \mathbf{q} \mathbf{b}\}}{q^{2+2i\eta}} = \\ &= 2i\eta \frac{\Gamma(1+i\eta)}{\Gamma(1-i\eta)} (2p)^{2i\eta} \int_0^\infty dq q^{-1-2i\eta} J_0(qb) = -(pb)^{2i\eta}, \end{aligned} \quad (13)$$

которая отличается от традиционно используемого выражения $1 - (p^0 b)^{2i\eta}$. Отсутствие единицы в выражении (13) является прямым следствием отсутствия несвязанного члена в кулоновской S -матрице. Установленный факт не играет существенной роли при описании двухчастичного рассеяния, но он оказывается чрезвычайно важным при описании многочастичных процессов.

Как пример предлагаемого варианта импульсного приближения для анализа сечений реакций трех частиц с кулоновским взаимодействием, мы провели расчет трижды дифференциальных сечений реакции распада на ядрах-потенциалах. Амплитуда рассеяния для данного типа реакции может быть получена с помощью выражения (10). При этом следует считать, что символы α и β означают начальное и конечное состояния реакции соответственно, а индексы 1 и 2 относятся к нейтрону и

протону.

Тогда сечение перехода из канала α в элементарный объем Δ_β канала β в системе центра масс имеет вид

$$\sigma_{\beta\alpha}^c(\Delta_\beta^c) = \frac{(2\pi)^4}{v_\alpha^0} \int_{\Delta_\beta^c} d\mathbf{p}_\beta \delta(E_\beta - E_\alpha) |t_{\beta\alpha}(\mathbf{p}_\beta, \mathbf{p}_\alpha^0, E_\alpha + i0)|^2, \quad (14)$$

где $\delta(E_\beta - E_\alpha)$ соответствует закону сохранения энергии.

Переходя в лабораторную систему координат и вычисляя множитель плотности конечных состояний, получим выражение для дифференциального сечения распада дейтрона на ядре в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma^L}{d\Omega_1 d\Omega_2 dE_2} &= \frac{(2\pi)^4}{v^0} \frac{m_3}{m_2 + m_3} 2(m_1 m_2)^{3/2} \sqrt{E_1 E_2} \times \\ &\times \frac{B + \sqrt{B^2 + A}}{\sqrt{B^2 + A}} |T_{\alpha\beta}(\mathbf{p}_\beta, \mathbf{p}_\alpha^0, E_\alpha + i0)|^2, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} A &= E_0 \frac{m_3 - m_0}{m_1 + m_3} - E_b \frac{m_3}{m_1 + m_3} - E_1 \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_3} + \frac{2\sqrt{m_0 m_2} \sqrt{E_0 E_2} \cos\theta_2}{m_1 + m_3}, \\ B &= \frac{\sqrt{m_0 m_1} \sqrt{E_0} \cos\theta_1}{m_1 + m_3} - \frac{\sqrt{m_1 m_2} \sqrt{E_2} \cos\theta_{12}}{m_1 + m_3}, \end{aligned}$$

E_0, m_0 - энергия и масса налетающего дейтрона; E_b - энергия связи пары (1,2); E_i, m_i, θ_i - энергия, масса и угол вылета i -го нуклона, $i=1,2$; m_3 - масса ядра отдачи.

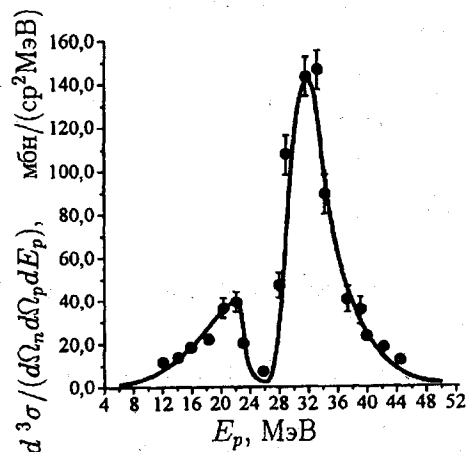


Рис. 1. Сечение расщепления дейтрона на ядре ^{12}C . Углы вылета кластеров в лабораторной системе координат: $\theta_p = 0^\circ, \theta_n = 0^\circ$

С помощью (15) мы рассчитали энергетические распределения протонов, образующихся в реакциях распада дейтрона с энергией 56 МэВ на ядрах ^{12}C , ^{51}V и ^{118}Sn для различных фиксированных углов вылета нейтрона θ_n и протона θ_p . Результаты этого расчета представлены на рис. 1-4 сплошными линиями. Точками на этих же рисунках показаны экспериментальные данные из работ [8,9]. В нашем расчете амплитуда ядерного взаимодействия нуклон-ядро определялась с помощью функции профиля $\omega(\mathbf{b})$, описывающей абсолютно поглощающее

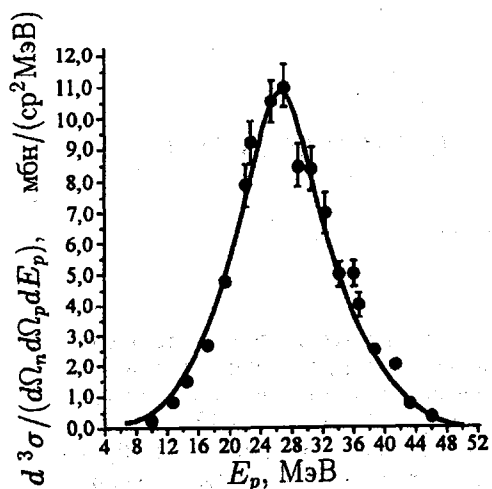


Рис. 2. Сечение расщепления дейтрона на ядре ^{12}C . Углы разлета кластеров в лабораторной системе координат: $\theta_p = -15^\circ$, $\theta_p = 15^\circ$

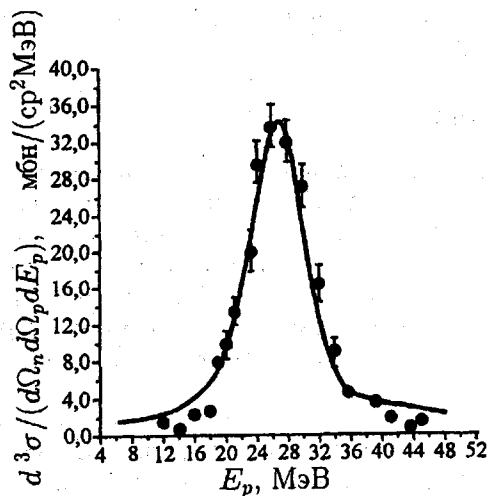


Рис. 3. Сечение расщепления дейтрона на ядре ^{51}V . Углы разлета кластеров в лабораторной системе координат: $\theta_p = -15^\circ$, $\theta_p = 17,5^\circ$

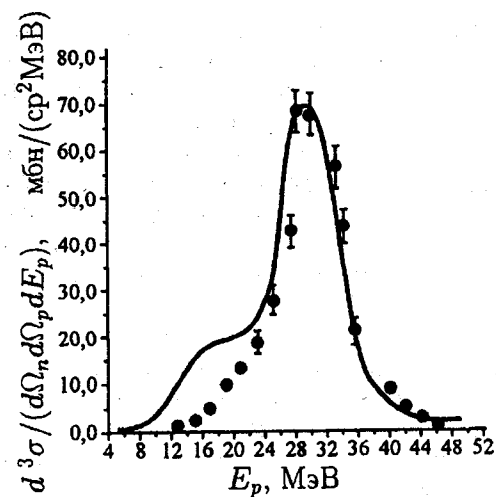


Рис. 4. Сечение расщепления дейтрона на ядре ^{118}Sn . Углы разлета кластеров в лабораторной системе координат: $\theta_p = -15^\circ$, $\theta_p = 15^\circ$

ядро. Радиусы взаимодействия нейтрона R_1 и протона R_2 с ядрами выбирались по традиционной формуле $R_i = a_i A^{1/3}$, где A – атомный номер ядра отдачи, а параметр a_i лежал в пределах от 1,15 фм до 1,3 фм. Конкретное значение параметра a_i выбиралось с учетом оболочечной структуры ядра, а также наилучшего совпадения с экспериментальными данными. Отметим, что при описании процессов рассеяния кластеров на различные углы использовался один и тот же набор варьируемых параметров. Значения радиусов приведены в таблице.

Ядро	R_1 , фм	R_2 , фм
^{12}C	2,86	3,21
^{51}V	4,82	5,21
^{118}Sn	5,91	6,38

Волновые функции начального и конечного состояний системы выбирались в приближении нулевого радиуса действия ядерных сил [1]:

$$\phi_\alpha(r) = \sqrt{\frac{\alpha \exp\{-\alpha r\}}{2\pi r}}$$

$$\phi_\beta(r) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[\exp\{i k_{12} r\} - \frac{1}{\alpha + i k_{12}} \frac{\exp\{i k_{12} r\}}{r} \right]$$

Величина энергии связи дейтрона принималась равной 2,226 МэВ, что соответствует параметру $\alpha = 0,232 \text{ фм}^{-1}$.

Важно заметить, что структура энергетического распределения при рассеянии кластеров на угол $\theta = 0^\circ$ слабо зависит от величины радиусов взаимодействия кластеров с ядрами. Как видно из рисунков, наблюдается удовлетворительное согласие рассчитанных кривых с экспериментальными данными, что подтверждает справедливость предложенного приближения.

Литература

1. Ситенко А.Г. Теория ядерных реакций. М., 1983.
2. Joachain C.J. Quantum Collision Theory. North-Holland; New York, 1975.
3. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т.3: Теория рассеяния. М., 1982.
4. Меркурьев С.П., Фаддеев Л.Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М., 1985.
5. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. М., 1967.
6. Herbst I.W. // Comm. Math. Phys. 1974. 35. P.181.
7. Farnakeev I.V., Shablov V.L., Popov Yu.V. // Proc. Euroconf. "Coincidence Studies of Electron and Proton Impact Ionization". Trieste, Italy, 1995. P.45.
8. Matsuoka N. et al. // Nucl.Phys. 1982. 391, N2. P.357.
9. Evlanov M.V. // New Trends in Nuclear Physics: Proc. III Kiev's Intern. School on Nucl. Phys. Kiev, June 22 - July 1, 1992. P.183.

Поступила в редакцию 02.09.96