АТОМНАЯ И ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА

УДК 523.165

О МЕХАНИЗМЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ПРОТОНОВ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

Ю. А. Попов*), С. Н. Сидоренко*), А. П. Черняев, Лиссук Даниэль*)

(кафедра общей ядерной физики)

Рассмотрен статистический механизм ускорения до релятивистских энергий протонов космических лучей. Найдено решение общего уравнения, описывающего процесс ускорения. Получен энергетический спектр протонов, соответствующий наблюдаемому.

Проблема происхождения космических лучей сохраняет свою актуальность и по-прежнему привлекает внимание серьезных исследователей [1]. Основой для решения этой проблемы служит работа Ферми [2], в которой рассмотрен механизм ускорения в межзвездной среде протонов, составляющих космические лучи.

Согласно [2] их источником являются сверхновые звезды, при вспышках которых генерируются мощные корпускулярные потоки с энергией частиц $E \geq E_0 \sim \sim 10^8$ эВ. Пороговая энергия E_0 определяется ионизационными потерями. Дальнейшее ускорение протонов обусловлено их многократными соударениями с космическими облаками в процессе случайного блуждания протонов в межзвездном пространстве.

Процесс соударений можно моделировать диффузией легкого холодного газа (протонов) в среде тяжелого нагретого газа, "молекулами" которого являются намагниченные космические облака. Соударения с ними протонов происходят по сложному электромагнитному механизму, рассмотренному в работах [2,3]. Согласно [2] каждое соударение обеспечивает прирост средней энергии $\overline{E}$ протона на $\Delta E \sim 10$ эВ, причем [1–3]

$$\frac{d\overline{E}}{dt} = \alpha\overline{E}, \quad \alpha = \left(\frac{v}{c}\right)^2 \cdot \frac{u}{l}, \tag{1}$$

где v, u — скорости движения космического облака и протона, l — длина свободного пробега протона между соударениями.

Уравнение случайного блуждания типа Фоккера–Планка в координатно-энергетическом пространстве впервые предложено в работах [3,4] и в наиболее полной форме приведено в работе [5]. Оно определяет плотность $\rho = \rho(t, E, \mathbf{r})$ распределения протонов в межзвездном пространстве по координатам и энергии и имеет вид

$$\frac{\partial\rho(E)}{\partial t} + \frac{\rho(E)}{T} - D\Delta_r\rho(E) + \frac{\partial}{\partial E}\left[\alpha E\rho(E)\right] - \frac{\partial^2}{\partial E^2}\left[\alpha E^2\rho(E)\right] - \frac{1}{T}\left[\frac{1}{a_1}\rho(\frac{E}{a_1}) + \frac{1}{a_2}\rho(\frac{E}{a_2})\right] = Q(t, E, \mathbf{r}). \tag{2}$$

Второе слагаемое в (2) учитывает убыль протонов в энергетическом интервале $E, E+dE$ в результате их выхода из системы Галактики за время T (T — среднее время жизни блуждающего протона в Галактике [1,2]). Последние слагаемые учитывают перераспределение энергии по спектру вследствие протон-протонных столкновений, рассмотренных в работе [5]. Здесь a_1 и a_2 — доли энергии налетающего протона и протона межзвездной среды, которые приобретают эти частицы после столкновения, причем $a_1 + a_2 < 1$.

Величина $Q(t, E, \mathbf{r})$ в правой части (2) представляет источник протонов, которым, согласно [1–5], является вспышка сверхновой звезды в некоторый момент t_0 в точке $\mathbf{r}_0$, испускающая протоны с энергией E_0. Этот процесс можно моделировать функцией

$$Q(t, E, \mathbf{r}) = Q_0\delta(E - E_0) \cdot \delta(t - t_0) \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0), \tag{3}$$

где δ — дельта-функция Дирака.

В статье получено общее решение уравнения (2) и вычислен энергетический спектр космической протонной компоненты, соответствующий наблюдаемому степенному спектру $\rho(t, E, \mathbf{r}) \sim E^{-\gamma}$, где $\gamma \sim 2 - 3$, т. е. $\gamma = \gamma(E)$.

Произведем в (2) замену переменных:

$$E = \mathrm{e}^x, \ E_0 = \mathrm{e}^{-x_0}, \ z = E\rho(t, E, \mathbf{r}). \tag{4}$$

Для новой искомой функции $z(t, x, \mathbf{r})$ имеем уравнение с отклоняющимся аргументом:

$$\begin{gathered}\frac{\partial z(x)}{\partial t} - D\Delta_r z(x) - \alpha\frac{\partial^2 z(x)}{\partial x^2} + \\ + \frac{1}{T}\left[z(x) - z(x+\delta_1) - z(x+\delta_2)\right] = EQ(t, x, \mathbf{r}), \\ \delta_1 = \ln\left(\frac{1}{a_1}\right), \quad \delta_2 = \ln\left(\frac{1}{a_2}\right).\end{gathered} \tag{5}$$

Далее представим $z = z(t, x, \mathbf{r})$ интегралом Фурье

$$z(t, x, \mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} F(t, \mu, \mathbf{r})\mathrm{e}^{i\mu x}d\mu. \tag{6}$$

Из (5) и (6) имеем

$$\frac{\partial F(\mu)}{\partial t} - D\Delta_r F(\mu) + \alpha\mu^2 F(\mu) + \frac{F(\mu)}{T}\left[1 - \mathrm{e}^{i\mu\delta_1} - \mathrm{e}^{i\mu\delta_2}\right] = -\frac{Q_0}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[(1 - i\mu)x_0\right] \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot \delta(t - t_0). \tag{7}$$

Если принять

*) Российский университет дружбы народов, кафедра теоретической физики.

$$F(t,\mu,\mathbf{r}) = \omega(t,\mu)P(t,\mu,\mathbf{r}),$$

$$\omega(t,\mu) = \exp\left\{-t\left[\alpha\mu^2 + \frac{1}{T}\left(1 - \mathrm{e}^{i\mu\delta_1} - \mathrm{e}^{i\mu\delta_2}\right)\right]\right\}, \qquad (8)$$

то функция $P(t,\mu,\mathbf{r})$ должна удовлетворять уравнению диффузии с мгновенным точечным источником:

$$\frac{\partial P}{\partial t} - D\Delta_r P = \frac{Q_0 \mathrm{e}^{(1-i\mu)x_0}}{\sqrt{2\pi}\omega(\mu,t_0)}\delta(t-t_0)\cdot\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\,.$$

Отсюда искомое $z(t,x,\mathbf{r})$ имеет вид (см. (4), (6), (8)):

$$z(t,x,\mathbf{r}) = \frac{Q_0E_0}{16\pi^{5/2}\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{\exp\left[-\dfrac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2}{4D(t-t_0)}\right]}{\left[D(t-t_0)\right]^{3/2}}\cdot\exp\left(-\frac{t-t_0}{T}\right)\cdot I,$$

$$I = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{i\mu(x-x_0) - \alpha\mu^2(t-t_0) + \frac{t-t_0}{T}\left[\mathrm{e}^{i\mu\delta_1} + \mathrm{e}^{i\mu\delta_2}\right]\right\} d\mu. \qquad (9)$$

Интеграл I вычисляется методом перевала, при этом в качестве большого параметра принимается $q = (x - x_0)$. Вначале запишем I в виде

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{q\varphi(\mu)}\,d\mu\,,$$

$$\varphi(\mu) = i\mu - \alpha_1\mu^2 + \alpha_2\left(\mathrm{e}^{i\mu\delta_1} + \mathrm{e}^{i\mu\delta_2}\right), \qquad (10)$$

$$q = x - x_0 = \ln\left(\frac{E}{E_0}\right), \quad \alpha_1 = \frac{\alpha(t-t_0)}{q}, \quad \alpha_2 = \frac{t-t_0}{qT}\,.$$

На комплексной плоскости $\mu = (s + i\sigma)$ точка перевала $\mu_0 = s_0 + i\sigma_0$ определится уравнением $\varphi'(\mu_0) = 0$, или в явном виде

$$\frac{\partial\varphi(\mu_0)}{\partial\mu} = i\left[1 - 2\alpha_1\sigma_0 + \alpha_2\left(\delta_1\mathrm{e}^{-\delta_1\sigma_0} + \delta_2\mathrm{e}^{-\delta_2\sigma_0}\right)\right] = 0\,,$$

$$\mu_0 = i\sigma_0, \ \sigma_0 > 0, \ s_0 = 0\,. \qquad (11)$$

Отсюда видно, что точка перевала $\mu_0 = i\sigma_0$ расположена в верхней полуплоскости на мнимой оси. Контур интегрирования (C) в ее окрестности $\{-\varepsilon,\varepsilon\}$ совместим с линией ската действительной части (Re $\varphi(\mu)$), совпадающей с линией постоянства Im $\varphi(\mu)$ [6]. На линии ската

$$\begin{aligned} &\mathrm{Im}\ \varphi(\mu) = s - 2\alpha_1 s\sigma + \alpha_2\mathrm{e}^{-\delta_1\sigma}\cdot\sin(\delta_1 s) + \\ &+\alpha_2\mathrm{e}^{-\delta_2\sigma}\cdot\sin(\delta_2 s) = \mathrm{const}, \quad \mathrm{Re}\ \varphi(\mu) = \overline{\Omega}(s,\sigma)\,, \end{aligned} \qquad (12)$$

где

$$\overline{\Omega}(s,\sigma) = -\sigma - \alpha_1(s^2 - \sigma^2) + \alpha_2\mathrm{e}^{-\delta_1\sigma}\cos(\delta_1 s) + $$
$$+\alpha_2\mathrm{e}^{-\delta_2\sigma}\cdot\cos(\delta_2 s)\,.$$

Поскольку линия ската проходит через точку перевала $s_0 = 0$, то согласно (12) уравнение этой линии есть

$$s - 2\alpha_1 s\sigma + \alpha_2\mathrm{e}^{-\delta_1\sigma}\cdot\sin(\delta_1 s) + \alpha_2\mathrm{e}^{-\delta_2\sigma}\cdot\sin(\delta_2 s) = 0\,. \qquad (13)$$

Оно определяет функцию $\sigma = \sigma(s)$, которая четна и колеблется относительно асимптотической прямой $\sigma_\infty = (1/2\alpha_1)$, параллельной действительной оси s. Поэтому, используя (13), с учетом четности $\sigma(s)$ имеем

$$I = \int_C \exp\left[q\varphi(\mu)\right]d\mu = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon}\exp\left[q\overline{\Omega}(s,\sigma)\right]ds\,,$$

$$\overline{\Omega}(s,\sigma) = \mathrm{Re}\ \varphi(\mu)\,.$$

Вычисление I по методу Лапласа [6] дает

$$I = \sqrt{-\frac{2\pi}{q\overline{\Omega}''(0)}}\cdot\exp(-q\sigma_0)\,. \qquad (14)$$

Из (4), (9) и (14) получаем фундаментальное решение исходного уравнения (2):

$$\rho(t,\mathbf{E},\mathbf{r}) = \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\gamma}\varphi(\mathbf{r},t), \quad \gamma = 1 + \sigma_0\,,$$

$$\varphi(\mathbf{r},t) = \frac{Q_0\sqrt{-\frac{8}{q\overline{\Omega}''(0)}}}{16\pi^3\left[D(t-t_0)\right]^{3/2}}\cdot\exp\left[-\frac{t-t_0}{T} - \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)^2}{4D(t-t_0)}\right]\,. \qquad (15)$$

Уравнение для степенного показателя γ согласно (11) имеет вид

$$1 + 2\alpha_1(1-\gamma) + \alpha_2\left[\delta_1\mathrm{e}^{-\delta_1(\gamma-1)} + \delta_2\mathrm{e}^{-\delta_2(\gamma-1)}\right] = 0\,. \qquad (16)$$

Из (10) и (16) видно, что γ является функцией энергии E, зависит от времени ускорения $\Theta = (t-t_0)/T$, параметра αT и коэффициентов a_1, a_2 (в основном от их соотношения). При исследовании (16) нами были рассмотрены значения $\alpha T \sim 1$, $\Theta \sim 6$, коэффициенты a_1, a_2 выбирались следующим образом: 1) $a_1 = 0,1$, $a_2 = 0,6$; 2) $a_1 = a_2 = 0,3$; 3) $a_1 = a_2 = 0,5$. Во всех случаях получен согласующийся с наблюдаемым интервал значений $\gamma \sim 1,7 \div 3$ при изменении энергии в пределах $E \sim (5 \div 10)^{10}E_0$.

Изложенные результаты подтверждают гипотезу Э. Ферми [2] о статистическом механизме ускорения первичных космических протонов, блуждающих в межзвездном пространстве. Их источником, согласно проведенному анализу, могут служить сверхновые звезды, расположенные в центре Галактики и вспыхнувшие $6T$ лет тому назад.

Литература

1. *Гинзбург В.Л.* // УФН. 1988. **155**, № 2. С. 185; 1996. **166**, № 2. С. 169.
2. *Fermi E.* // Phys. Rev. 1948. **74**. P. 1818; 1949. **75**. P. 1169.
3. *Логунов А. А., Терлецкий Я. П.* // Изв. АН СССР, сер. физ. 1953. **17**, № 1. С. 119.
4. *Терлецкий Я. П., Логунов А. А.* // ЖЭТФ. 1951. **21**. С. 567; 1952. **23**. С. 682; 1954. **26**. С. 129.
5. *Терлецкий Я. П.* // ДАН СССР. 1955. **101**, № 1. С. 59.
6. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функций комплексного переменного. М., 1987.

Поступила в редакцию
31.03.97