

УДК 517.9:538.5

АНАЛИЗ ЛОКАЛЬНОЙ МИКРОВОЛНОВОЙ ГИПЕРТЕРМИИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ФИКТИВНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Ю. А. Еремин, В. И. Ивахненко, В. Е. Куницын

(кафедра физики атмосферы)

Проводится численный анализ модели локальной микроволновой гипертермии. Для анализа использован метод фиктивных источников, позволяющий существенно сократить затраты ресурсов при проведении компьютерного моделирования. Приводятся результаты численного эксперимента.

Локальная гипертермия завоевывает все большую популярность как средство лечения раковых опухолей. Как показали клинические эксперименты, разрушение раковых клеток посредством радиоактивного излучения или химиотерапии может быть более эффективно, если их предварительно прогреть при температуре $42,5^\circ\text{C}$ [см., напр., 1]. Подобное прогревание обычно реализуется путем использования микроволновых антенных или волноводных устройств, расположенных вокруг тела больного. Основной проблемой является концентрация тепла по возможности исключительно внутри опухоли (чтобы не повредить здоровые клетки тела). Решение подобной проблемы может быть получено на основе математического моделирования и численного эксперимента.

Известно несколько подходов к решению задачи математического моделирования локальной микроволновой гипертермии. Все они имеют своей целью синтез излучающей системы, которая бы обеспечила концентрацию тепла в определенном месте внутри заданной структуры (фантома). Решение задачи оптимизации можно осуществлять различными путями: путем минимизации целевого функционала, используя квазиградиентные методы [2], или путем сведения ее к обобщенной задаче на собственные значения матрицы соответствующей квадратичной формы [3]. В обоих подходах необходимо многократно решать прямую задачу распространения микроволнового излучения внутри фантома. Эта процедура при моделировании реальных фантомов требует больших ресурсов компьютера. В настоящей работе авторами предложено использовать метод фиктивных источников для моделирования фокусировки энергии внутрь фантома. При этом существенно учитывается то обстоятельство, что человеческое тело в диапазоне 1–10 ГГц представляет собой рассеиватель «средней» силы [4], для чего в качестве внешней согласующей среды используется дважды дистиллированная вода, которая обладает большой диэлектрической проницаемостью [1–3].

Метод фиктивных источников

Будем рассматривать двумерную задачу рассеяния микроволнового излучения ТМ поляризации на неоднородности, локализованной внутри области D , которую мы в дальнейшем будем называть фантомом. Как

указывалось в работе [1], подобная модель позволяет хорошо описать характеристики таких частей тела, как рука, нога и шея. В качестве источников внешнего возбуждения будем рассматривать набор плоских волн, распространяющихся под различными углами.

Идея метода фиктивных источников состоит в следующем. Предположим, что внутри фантома локализован источник поля, который концентрирует излучение в достаточно малой области (в идеале в точке). Этот источник создает поле и на границе фантома ∂D . Поле может быть аппроксимировано системой излучателей (в нашем случае — набором плоских волн), расположенных на ∂D . В силу единственности аналитического продолжения полей [5], можно ожидать, что система излучателей реализует образ источника в точке локализации «фиктивного» источника. Проблема состоит в том, что реализация таким путем «реального» источника невозможна, так как внутри фантома должно выполняться уравнение Гельмгольца для полей с нулевой правой частью. Поэтому необходим промежуточный этап.

Метод фиктивных источников сводится к последовательности операций.

1. Предположим, что мы имеем поле U , реализующее подходящее распределение вблизи локализации опухоли, но в согласующей среде. Поскольку согласующая среда однородна, то такое распределение поля реализуется с использованием фундаментальных решений уравнения Гельмгольца, которые имеют особенность в заданной точке M . Выберем нерезонансную окружность, расположенную непосредственно вблизи точки M . На этой окружности будем аппроксимировать поле U конечной линейной комбинацией регулярных решений уравнения Гельмгольца

$$u_0(Q) = \sum_{n=1}^N t_n \chi_n(Q), \quad (1)$$

где $\chi_n(Q) = J_0(k_0 r_{QQ_n})$, $n = 1, 2, \dots, N$; $J_0(k_0 r_{QQ_n})$ — цилиндрическая функция Бесселя нулевого порядка, k_0 — волновое число в согласующей среде, $r_{QQ_n} = |Q, Q_n|$, точки Q_n расположены на нерезонансной окружности. Это можно сделать в силу результатов [5]. Таким образом, получаем некоторое регулярное поле $u_0(Q)$. Несложно оценить, насколько смоделированное

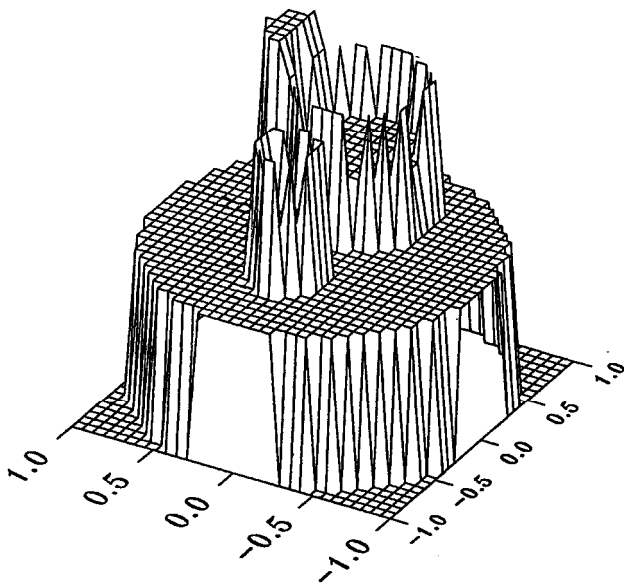


Рис. 1

поле $u_0(Q)$ отличается от первоначального распределения U .

2. На втором этапе приближаем смоделированное поле системой полей внешних излучателей. Для этого выберем окружность, полностью содержащую фантом, и на этой окружности аппроксимируем поле системой плоских волн, тогда

$$\sum_{n=1}^{N_0} p_n \exp\{-ik_0 R_0 \cos(\varphi_m - \varphi_n)\} = u_0(R_0, \varphi_m), \quad (2)$$

$$m = 1, 2, \dots, N_0,$$

где $u_0(R_0, \varphi_m) \equiv u_0(Q)$, $\varphi_m \in (0, 2\pi)$.

Это разложение можно реализовать в силу полноты системы плоских волн, распространяющихся в различных направлениях, множество которых на единичной окружности имеет хотя бы одну точку сгущения. Данный результат можно получить, используя технику [5].

3. Теперь рассмотрим, какое поле получилось внутри фантома в результате сконструированного нами на предыдущих двух этапах внешнего возбуждения:

$$u^e(Q) = u^e(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{N_0} p_n \exp\{-ik_0 \rho \cos(\varphi - \varphi_n)\}.$$

Для этого нам нужно решить задачу дифракции поля $u^e(Q)$ на локальной неоднородности D , которая сводится к решению уравнения Липпмана–Швингера

$$u(Q) - \int \tilde{k}^2(P) G(Q, P) u(P) d\sigma_P = u^e(Q),$$

где $\tilde{k}^2(P) = k^2(P) - k_0^2$, $k(P)$ — волновое число внутри неоднородности D . Как известно, это уравнение разрешимо при любой правой части.

Итак, конкретизируем основные моменты изложенного выше подхода.

Для реализации пп. 1–2 нам необходимо решать системы линейных алгебраических уравнений с циркулянтной матрицей [6], что существенно сокращает затраты ресурсов.

Для вычисления распределения поля внутри фантома мы должны всего лишь один раз решить уравнения Липпмана–Швингера. Квазирешение этого уравнения осуществлялось на основе итерационного метода GMRES, а процедура умножения матрицы на вектор осуществлялась с использованием быстрого преобразования Фурье [7].

Результаты математического моделирования

Приводимые ниже результаты показывают, что предложенный метод позволяет эффективно фокусировать энергию электромагнитного поля в заданной области рассеивателя средней силы.

В качестве такого рассеивателя использовался фантом человеческой ноги с опухолью, расположенной на поверхности костной ткани (рис. 1). Экспериментально определенные значения диэлектрических проницаемостей различных тканей были взяты из статьи [8]:

$\rho \geq 1;$	$\epsilon/\epsilon_c = 1$	— согласующая среда,
$\rho < 1;$	$\epsilon/\epsilon_c = 0,773 + 0,253i$	— мускульная ткань,
$\rho_0 < 0,2;$	$\epsilon/\epsilon_c = 0,11 + 0,15i$	— ткань опухоли,
$0,35 \leq \rho_m \leq 0,4;$	$\epsilon/\epsilon_c = 0,113 + 0,017i$	— костная ткань,
$\rho_m < 0,35;$	$\epsilon/\epsilon_c = 0,431 + 0,12i$	— костный мозг,
$0,15 \leq \rho_p \leq 0,2;$	$c/c_c = 0,113 + 0,017i$	— костная ткань,
$\rho_p < 0,15;$	$\epsilon/\epsilon_c = 0,431 + 0,12i$	— костный мозг,

где

$$\rho^2 = x^2 + y^2; \quad \rho_0^2 = (x - 0,4)^2 + (y - 0,4)^2,$$

$$\rho_m^2 = (x - 0,4)^2 + y^2; \quad \rho_p^2 = (x + 0,4)^2 + y^2.$$

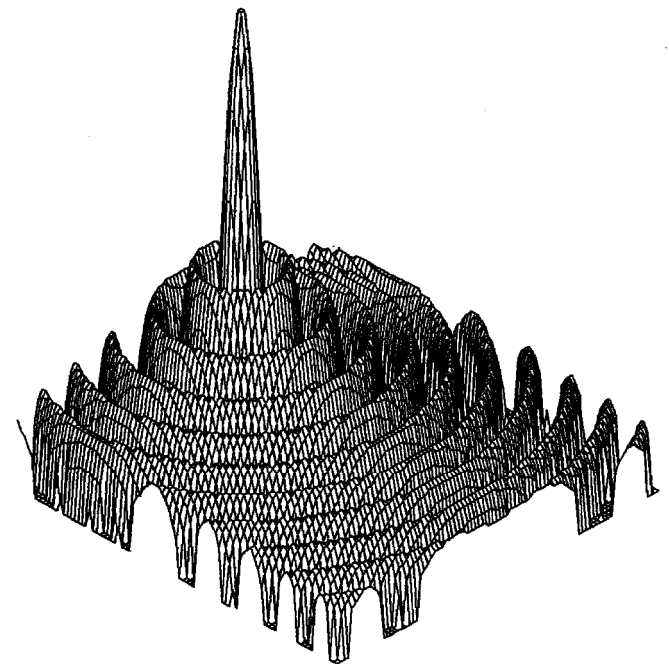


Рис. 2

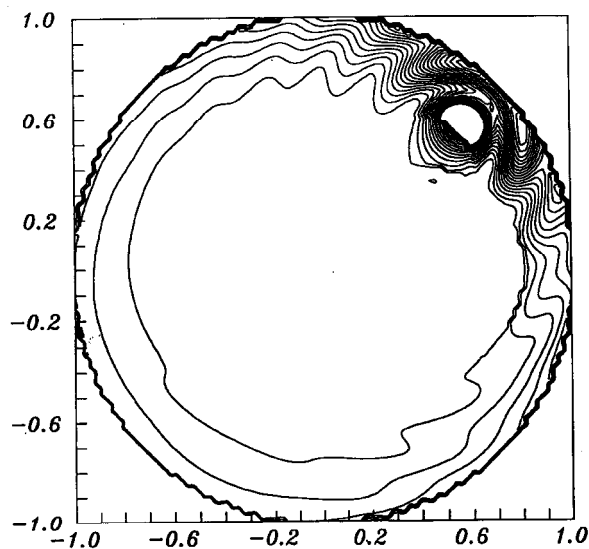
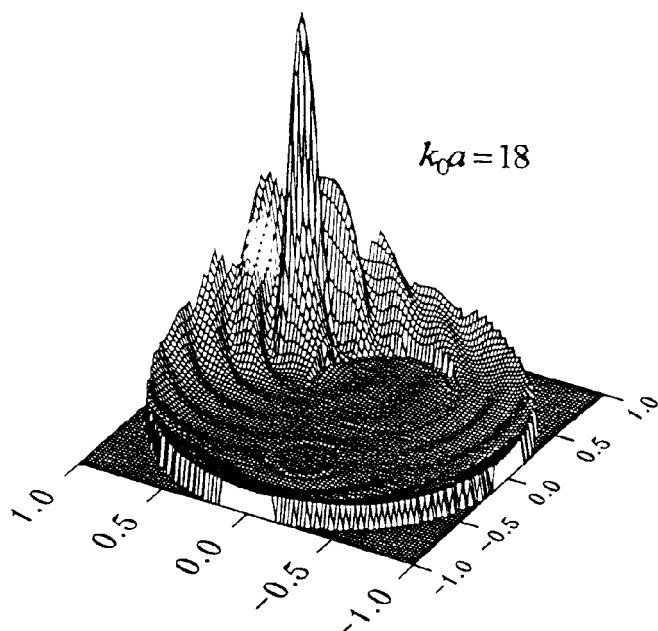


Рис. 3

На рис. 2 приведены результаты расчетов распределения интенсивности электромагнитного поля внешнего возбуждения в согласующей среде (фантом отсутствует). Как видно из рисунка, в точке фокусировки интенсивность поля имеет резко выраженный максимум.

На рис. 3 и 4 приведены результаты расчетов распределения джоулева тепла внутри фантома для значений $k_0 a = 18$ и 28 (a — радиус фантома). Фокусировка электромагнитного поля осуществлялась в верхний край опухоли. В обоих случаях пик тепловой энергии локализуется внутри желаемой области (опухоли). Более того, из приведенных результатов следует, что с увеличением частоты электромагнитного поля область локализации тепловой энергии уменьшается. Дополнительный нагрев тканей, возникающий на внешней границе фантома, может быть значительно уменьшен за счет конвективного теплообмена с согласующей средой. Таким образом, предложенный подход позволяет эффективно фокусировать тепловую энергию внутри желаемой области.

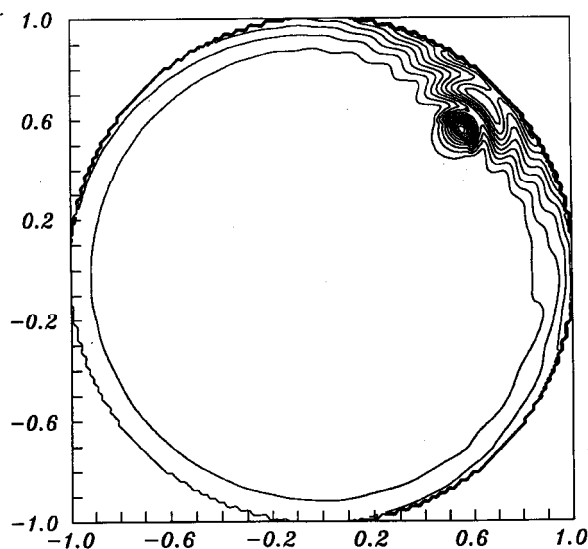
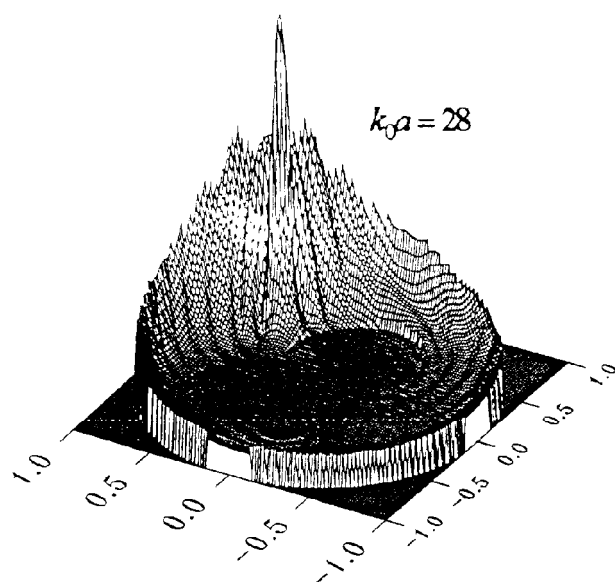


Рис. 4

Авторы благодарят Российский фонд фундаментальных исследований за поддержку по гранту 96-02-17891.

Литература

1. Kremer J., Louis A.K. // Math. Methods Appl. Sci. 1990. 13. P. 467.
2. Boag A., Leviatan Y. // IEEE Trans. on Biomed. Eng. 1993. 40. P. 946.
3. Bohm M., Kremer J., Louis A.K. // Surv. Math. Ind. 1993. 3. P. 233.
4. Буров В.А., Горюнов А.А., Сасковец А.В., Тихонов Т.А. // Акуст. журн. 1986. 32, № 4. С. 433.
5. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. Метод дискретных источников в электромагнитных задачах дифракции. М., 1992.
6. Тыртышников Е.Е. Краткий курс численного анализа. М., 1994.
7. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. // ЖВМ и МФ. 1993. 33, № 12. С. 1657.
8. Datta A.N., Banddyopadhyay B. // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1985. 32. P. 719.

Поступила в редакцию
14.02.97