

УДК 533.951

ВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ КОЛЕБАНИЙ ПЛАЗМЫ С НЕСТАЦИОНАРНОЙ ИОНИЗАЦИЕЙ

И. М. Алешин, А. Н. Гапоненко

(кафедра физики Земли; кафедра теоретической физики)

Исследована эволюция ленгмювской волны в 3-компонентной плазме, поддерживаемой однородной нестационарной фотоионизацией. Показано, что при произвольной зависимости интенсивности ионизирующего излучения от времени система устойчива по отношению к раскачке колебаний.

Электромагнитные волны в плазме, плотность которой изменяется со временем, исследовались, например, в работах [1–3]. В этих работах изучено поведение сверхсильной СВЧ-волны в плазме вызываемого этой волной пробоя в газе в пренебрежении процессами рекомбинации.

В настоящей статье, напротив, поле исследуемой волны предполагается достаточно слабым, так что на степень ионизации оно не влияет. Ионизация же плазмы осуществляется за счет внешнего источника ионизирующего излучения, интенсивностью которого можно управлять. При этом о зависимости интенсивности ионизирующего излучения от времени никаких предположений не делается. Учтена рекомбинация, так что плотность плазмы может не только возрастать, но и уменьшаться.

В работе [4] было высказано предположение о возможности усиления волн в среде с медленно изменяющейся диэлектрической проницаемостью. Автор работы [5], рассматривая конкретную задачу об электростатической волне в плазме с медленно меняющейся плотностью, приходит к аналогичному выводу. В работе [5] анализ ведется на основе кинетического подхода, однако, как показывает сам автор, получаемое в используемом приближении уравнение для амплитуды электрического поля совпадает с уравнением, получаемым из холодной гидродинамики.

Поэтому мы рассмотрим эволюцию ленгмювской волны в плазме на основе гидродинамических уравнений, не ограничиваясь, однако, случаем медленного изменения плотности. (Усиление волн можно также ожидать, например, при модуляции плотности плазмы с удвоенной частотой волны.)

Общие уравнения многожидкостной гидродинамики для систем с переменным числом частиц можно получить исходя из микроскопических представлений, как это было сделано в работе [6]. Мы будем рассматривать трехкомпонентную плазму (электроны–ионы–нейтральные атомы), для которой (в пренебрежении тепловым движением частиц) уравнения многожидкостной гидродинамики примут вид

$$\frac{\partial n_{\pm}}{\partial t} + \operatorname{div}(n_{\pm} \mathbf{v}_{\pm}) = \beta n_a - \alpha n_+ n_-, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_a}{\partial t} + \operatorname{div}(n_a \mathbf{v}_a) = -\beta n_a + \alpha n_+ n_-, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_{\pm}}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\pm} \nabla) \mathbf{v}_{\pm} = \pm \frac{e}{m_{\pm}} \mathbf{E} + \frac{1}{n_{\pm}} \beta n_a (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_{\pm}), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathbf{v}_a}{\partial t} + (\mathbf{v}_a \nabla) \mathbf{v}_a = \\ & = \frac{1}{m_a n_a} \alpha n_+ n_- (m_+ \mathbf{v}_+ + m_- \mathbf{v}_- - m_a \mathbf{v}_a), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi e (n_+ - n_-), \\ \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &+ 4\pi e (n_+ \mathbf{v}_+ - n_- \mathbf{v}_-) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где индексы $+$, $-$, a обозначают заряженные и нейтральную компоненты системы, α — коэффициент рекомбинации, $\beta(t) \geq 0$ определяется интенсивностью ионизирующего излучения.

Отметим, что в уравнениях (1)–(5) аналогично [5] не учитывается столкновительное затухание. Однако процессы ионизации–рекомбинации с неизбежностью приводят к обмену импульсами между различными компонентами плазмы (слагаемые с α и β в правых частях уравнений для скоростей). Вклад этих процессов обычно много меньше столкновительного торможения. Однако их учет, как будет видно, оказывается принципиально важным при исследовании эволюции волн в плазме с процессами ионизации и рекомбинации.

Предположим, что в невозмущенном состоянии система пространственно однородна и макроскопические потоки отсутствуют: $\mathbf{E} = 0$, $\mathbf{v}_{\pm}^{(0)} = 0$, $\mathbf{v}_a^{(0)} = 0$. В этом состоянии концентрации электронов и ионов равны: $n_+^{(0)}(t) = n_-^{(0)}(t) = n(t)$. Очевидно, что $n(t) + n_a^{(0)}(t) = N = \text{const}$. Для малых коллективных возмущений относительно этого состояния из (1)–(5) в линейном по электрическому полю волны приближении получим уравнения

$$\ddot{E} + 2\gamma\nu(\tau)\dot{E} + \nu(\tau)E = 0, \quad (6)$$

$$\dot{\nu}(\tau) = b(\tau)(1 - \nu(\tau)) - 2\gamma\nu^2(\tau), \quad (7)$$

где $\nu = n(t)/N$ — степень ионизации ($0 < \nu(\tau) \leq 1$), $b = \beta/\omega_N$, $\gamma = \alpha N/(2\omega_N)$, $\omega_N^2 = 4\pi e^2 N/\mu$, $1/\mu = 1/m_+ + 1/m_-$, точкой обозначено дифференцирование по $\tau = \omega_N t$.

Отметим, что при рассмотрении нелинейной динамики возмущений с характерными длинами волн, превышающими размеры системы, в уравнениях (1)–(5) можно пренебречь зависимостью всех величин от пространственных координат. Тогда уравнения (6)–(7) получаются из (1)–(5) без линеаризации.

Исследуем общие свойства системы уравнений (6), (7), не конкретизируя вида функции $b(\tau)$. Для этого представим $E(\tau)$ в виде

$$\begin{aligned} E(\tau) &= a(\tau) \cos \varphi(\tau), \\ g(\tau) \dot{E}(\tau) &= -a(\tau) \sin \varphi(\tau), \quad a(\tau) > 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда для $a(\tau)$, $\varphi(\tau)$ из (6) получим

$$\dot{\varphi}(\tau) = h(\tau) \cos^2 \varphi(\tau) + \frac{1}{g(\tau)} \sin^2 \varphi(\tau), \quad (9)$$

$$\dot{a}(\tau) = a(\tau) \left(h(\tau) - \frac{1}{g(\tau)} \right) \sin \varphi(\tau) \cos \varphi(\tau), \quad (10)$$

где

$$g(\tau) = C \exp \left\{ \int_0^\tau 2\gamma \nu(\tau') d\tau' \right\}, \quad h(\tau) = \nu(\tau) g(\tau), \quad (11)$$

а $C = \text{const} \geq 2/\nu(0)$. Отметим, что для любой функции $E(\tau)$, удовлетворяющей (6), существуют определяемые (8) функции $a(\tau)$, $\varphi(\tau)$.

Из (9) следует, что функция $\varphi(\tau)$ монотонно возрастает. Поэтому все функции времени являются однозначными функциями φ .

Решение уравнения (10) можно записать в виде

$$a(\varphi) = a(\varphi_0) \exp \left\{ \frac{1}{2} \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{\sin 2\varphi d\varphi}{f(\varphi) + \cos^2 \varphi} \right\}, \quad (12)$$

где $\varphi_0 \equiv \varphi(0)$, $f(\varphi) = 1/(g(\varphi) h(\varphi) - 1)$.

Из (8) следует, что экстремумам функции $E(\tau)$ соответствуют значения $\varphi = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Поэтому для значений $E(\tau)$ в соседних экстремумах найдем

$$|E(\tau_{n+1})| = |E(\tau_n)| \exp\{-I_n\}, \quad (13)$$

где обозначено

$$I_n = -\frac{1}{2} \int_{\pi n}^{\pi n + \pi} \frac{\sin 2\varphi d\varphi}{f(\varphi) + \cos^2 \varphi}. \quad (14)$$

Для I_n , используя (7), (9), (11), можно получить следующее неравенство:

$$I_n > \frac{1}{2} \ln \left\{ 1 + \frac{\lambda_n}{1 + \lambda_n} [\exp(2\gamma \lambda_n \tau_\gamma) - 1] \right\} > 0, \quad (15)$$

где $\lambda_n = \min_{[\tau_n, \tau_{n+1}]} \nu(\tau)$, а τ_γ — корень уравнения

$$\tau = \frac{2}{1 + \exp(2\gamma\tau)}. \quad (16)$$

Таким образом, каждый следующий экстремум функции $E(\tau)$ имеет меньшую, чем предшествующий ему, амплитуду. При скачкообразном увеличении степени ионизации $\nu(t)$, как нетрудно проверить, функции E и $\dot{E}$ остаются непрерывными. (Физически это соответствует непрерывной зависимости от времени плотностей заряда и тока.) Так что проведенный анализ остается в силе.

Отметим, что неравенство (15) получено как следствие нелинейной системы дифференциальных уравнений (6), (9) для произвольной зависимости интенсивности ионизирующего излучения $\beta(t)$ и без предположений о величине параметра γ . Учет столкновительной диссипации, которая в (1)–(5) опущена, лишь усилит (15).

Таким образом, однородная плазма устойчива по отношению к раскачке ленгмюровских колебаний внешним ионизирующим излучением при произвольной модуляции последнего, так как затухание за счет рекомбинации всегда оказывается сильнее возможного увеличения амплитуды, вызванного изменением плотности.

Авторы выражают благодарность А.А.Рухадзе и Л.С.Кузьменкову за обсуждение данной работы.

Литература

1. Глазов Л.Г., Рухадзе А.А. // ЖТФ. 1992. **62**, № 3. С. 63.
2. Гильденбург В.Б., Ким А.В., Крупнов В.А., Семенов В.Е. // Нелинейные волны: физика и астрофизика (Сб. науч. трудов). М., 1993. С. 107.
3. Кuo S.P., Zhang U.S., Ren A. // Phys.Lett. 1990. **A150**. P. 92.
4. Пятаевский Л.П. // ЖЭТФ. 1960. **39**. С. 1450.
5. Кривицкий В.С. // ЖЭТФ. 1990. **98**, № 4(10). С. 1292.
6. Дрофа М.А., Кузьменков Л.С., Максимов С.Г. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 2. С. 3 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No.2. P. 1).

Поступила в редакцию
05.03.97