АСТРОНОМИЯ

УДК 521.13

О ВОЗМОЖНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ КОМЕТ И АСТЕРОИДОВ С ЛУНОЙ

Е. Л. Винников, И. А. Герасимов, Н. П. Горбатко

(ГАИШ)

В рамках задачи двух неподвижных центров рассматривается движение малых тел, приводящее к столкновениям с Луной на ее обратной стороне. Показано, что это возможно при скоростях сближения с Луной менее 3 км/с.

Уравнения движения и их решение

Будем считать, как это сделано в работе [1], результаты которой применимы и к кометам, и к астероидам, что в течение времени порядка 1 сут, пока малое тело движется относительно Солнца внутри сферы действия Земли, Земля и Луна остаются неподвижными. В этом случае движение тела можно рассматривать в рамках задачи двух неподвижных центров P_1 и P_2 (центры соответственно Луны и Земли с массами m и 1). Единица времени выбрана так, чтобы гауссова постоянная была равна единице.

Как показано в работе [1], введение системы эллипсоидальных координат λ, μ, W сводит задачу к интегрированию трех уравнений :

$$\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^2 = L(\lambda), \qquad \left(\frac{d\mu}{d\tau}\right)^2 = M(\mu), \qquad \frac{dW}{d\tau} = \alpha_3\left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}\right), \tag{1}$$

где

$$L(\lambda) = 2\alpha_1\lambda^4 + 2m_1\lambda^3 + (\alpha_2 - 2\alpha_1)\lambda^2 - 2m_1\lambda - \alpha_2 - \alpha_3^2,$$
$$M(\mu) = 2\alpha_1\mu^4 + 2m_2\mu^3 + (\alpha_2 - 2\alpha_1)\mu^2 - 2m_2\mu - \alpha_2 - \alpha_3^2,$$
$$m_1 = 1 + m, \quad m_2 = 1 - m, \quad \beta_1 = \lambda^2 - 1, \quad \beta_2 = 1 - \mu^2, \tag{2}$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — произвольные постоянные, а независимая переменная τ связана с временем t уравнением

$$dt = (\beta_1 + \beta_2)d\tau.$$

При этом, как и в работе [1], ввиду малости радиуса Луны ($\sim 0,01$ от радиуса Земли) при столкновениях с ней кометы или астероида реализуется случай $\alpha_3 \approx 0$, что далее и предполагается. Кроме того, в дальнейшем рассматриваются случаи $\alpha_1 \neq 0$, для которых (при $\alpha_3 = 0$) уравнения (1) имеют решение [2] :

$$\lambda = l_1 + \frac{l_2}{\psi_\lambda(\tau - \tau_1) - l_3}, \qquad \mu = n_1 + \frac{n_2}{\psi_\mu(\tau - \tau_2) - n_3}, \qquad W = W_0, \tag{3}$$

где τ_1, τ_2, W_0 — произвольные постоянные, l_1 и n_1 — корни полиномов $L(\lambda)$ и $M(\mu)$ соответственно; l_2 и l_3 выражаются через l_1 и коэффициенты $L(\lambda)$, а n_2 и n_3 — через коэффициенты полинома $M(\mu)$ и корень n_1; ψ_λ, ψ_μ — функции Вейерштрасса, построенные по инвариантам, вычисляемым соответственно по коэффициентам $L(\lambda)$, $M(\mu)$.

Касательные удары по обратной поверхности Луны

Так как из последнего выражения в (3) следует, что движение происходит в некоторой плоскости, то считаем, что это плоскость $z = 0$. В соответствии с (1) реальным движениям отвечают те значения λ, μ, при которых $L(\lambda) \geqslant 0, M(\mu) \geqslant 0$, причем в силу определения самих координат λ, μ всегда $\lambda \geqslant 1$, $-1 \leqslant \mu \leqslant 1$. Типы движений будут определяться количеством и взаимным расположением действительных корней полиномов $L(\lambda), M(\mu)$ при $\alpha_3 = 0$, что отвечает некоторым соотношениям между константами α_1 и α_2.

Величина α_1 есть постоянная, причем

$$2\alpha_1 = v^2 - \frac{2}{\lambda + \mu} - \frac{2m}{\lambda - \mu}, \tag{4}$$

где v — скорость малого тела относительно Луны.

Рассмотрим далее движения, приводящие к касательным ударам по обратной стороне Луны, которые реализуются при минимальных скоростях, соответствующих $\alpha_1 < 0$.

Полиномы (2) при $\alpha_3 = 0$ приобретают вид

$$L(\lambda) = \beta_1(2\alpha_1\lambda^2 + 2m_1\lambda + \alpha_2),$$
$$M(\mu) = \beta_2(2\alpha_1\mu^2 + 2m_2\mu + \alpha_2),$$

а их корни — соответственно -1, 1, λ_1, λ_2 и -1, 1, μ_1, μ_2, причем

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \gamma_1[m_1 - (m_1^2 - \gamma_2)^{1/2}], \\ \lambda_2 &= \gamma_1[m_1 + (m_1^2 - \gamma_2)^{1/2}], \\ \mu_1 &= \gamma_1[m_2 - (m_2^2 - \gamma_2)^{1/2}], \\ \mu_2 &= \gamma_1[m_2 + (m_2^2 - \gamma_2)^{1/2}], \end{aligned} \tag{5}$$

где $\gamma_1 = -1/2\alpha_1$, $\gamma_2 = 2\alpha_1\alpha_2$.

Качественный анализ возможных типов движения при $\alpha_1 < 0$ приводит к следующим случаям, при которых могут произойти касательные столкновения с обратной стороной Луны.

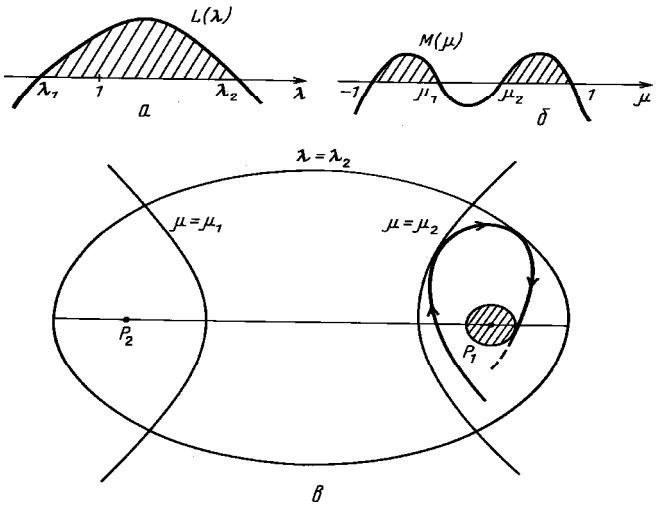

Рис. 1. Поведение полинома $L(\lambda)$ (*а*) и полинома $M(\mu)$ (*б*). Заштрихованы области, соответствующие реальным движениям. Качественный вид траектории, приводящий в этом случае к столкновению (*в*)

1. Вариант $\lambda_1 < 1 < \lambda_2$, $-1 < \mu_1 < \mu_2 < 1$ (рис. 1,*а*,*б*). Штриховкой на этом и других рисунках отмечены интервалы, отвечающие реальным движениям.

Таким образом, переменные λ, μ могут изменяться в следующих интервалах : $1 \leqslant \lambda \leqslant \lambda_2$, $-1 \leqslant \mu \leqslant \mu_1$ или $\mu_2 \leqslant \mu \leqslant 1$. Используя выражения для корней (5), можно получить условия для констант α_1, α_2:

$$2|\alpha_1| \geqslant m_2, \quad \alpha_2 \geqslant -\frac{m_2^2}{2|\alpha_1|}, \quad |\alpha_1| - m_1 \leqslant \frac{1}{2}\alpha_2 \leqslant |\alpha_1| - m_2.$$

На рис. 1,*в* показан качественный вид траектории, приводящей в этом случае к столкновению.

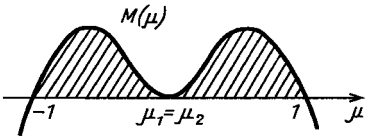

Рис. 2. Поведение полинома $M(\mu)$ при $-1 < \mu_1 = \mu_2 < 1$

2. Вариант $\lambda_1 < 1 < \lambda_2$, $-1 < \mu_1 = \mu_2 < 1$ (рис. 2). При этом

$$m_2 < 2|\alpha_1| < (1 + \sqrt{m})^2, \quad \alpha_2 = -\frac{m_2^2}{2|\alpha_1|}.$$

В этом случае движение аналогично изображенному на рис. 1,*в*, где гиперболы $\mu = \mu_1$ и $\mu = \mu_2$ сольются в одну.

3. Вариант $\lambda_1 < 1 < \lambda_2$, $\mu_1 > 1$ или корни μ_1, μ_2 — комплексные (рис. 3,*а*).

В этом случае движение происходит в области $1 \leqslant \lambda \leqslant \lambda_2$, $1 \leqslant \mu \leqslant 1$, т.е. возможно во всей внутренней части эллипса $\lambda = \lambda_2$, и может привести к касательному удару по обратной поверхности Луны (рис. 3,*б*).

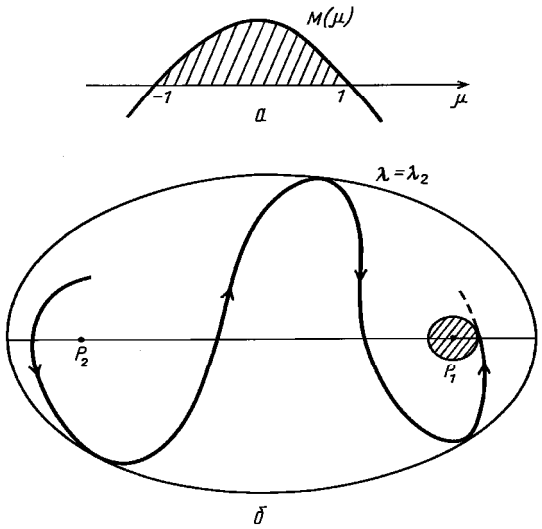

Рис. 3. Поведение полинома $M(\mu)$ при $\mu_1 > 1$ или μ_1, μ_2 комплексных (*а*) и качественный вид траектории, приводящей в этом случае к касательному удару по обратной поверхности Луны (*б*)

Этому типу движений отвечают следующие соотношения для констант α_1, α_2:

а) $|\alpha_1| - m_1 < \frac{1}{2}\alpha_2 < |\alpha_1| - m_2$, $\alpha_2 \geqslant -\frac{m_2^2}{2|\alpha_1|}$, $2|\alpha_1| < m_2$, если $\mu_1 > 1$;

б) $|\alpha_1| - m_1 < \frac{1}{2}\alpha_2 < -\frac{m_2^2}{4|\alpha_1|}$, $(1 - \sqrt{m})^2 < 2|\alpha_1| < (1 + \sqrt{m})^2$, если μ_1, μ_2 — комплексно сопряженные.

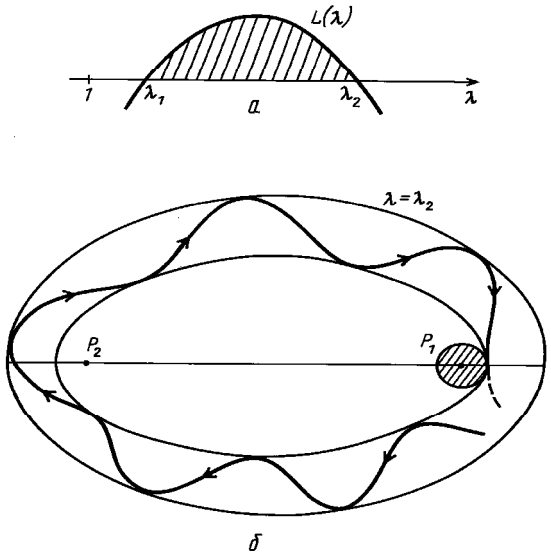

Рис. 4. Поведение полинома $L(\lambda)$ при $\lambda > 1$ (*а*) и качественный вид траектории, приводящий в этом случае к касательному удару по обратной поверхности Луны (*б*)

4. Вариант $\lambda_1 > 1$, $\mu_1 > 1$ или μ_1, μ_2 — комплексно сопряженные (рис. 4,*а*).

В этом случае необходимо выполнение условий

$$-\frac{m_1^2}{4|\alpha_1|} < \frac{1}{2}\alpha_2 < |\alpha_1| - m_1, \quad 2|\alpha_1| < m_1. \qquad (6)$$

Движение происходит в области $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$, $-1 \leqslant \mu \leqslant 1$, т.е. траектория малого тела проходит в пространстве между двумя эллипсами (рис. 4,*б*), поочередно касаясь каждого, и может произойти касательный удар по обратной поверхности Луны. Из рис. 4 следует, что для возможности столкновений к соотношениям (6) необходимо добавить еще одно условие: траектория Луны должна иметь точки не только внутри эллипса $\lambda = \lambda_1$, иначе столкновений вообще не будет. Значит, необходимо наличие точек, для которых $\lambda \geqslant \lambda_1$. Одновременно для них же должно быть $\lambda \leqslant \lambda_2$, чтобы эти точки были внутри эллипса $\lambda = \lambda_2$, иначе обратная сторона Луны окажется вне области движения и удары по ней будут невозможны. А так как $\lambda = (r_2 + R)/2$, где r_2 — расстояние от точки с таким свойством до Земли, R — радиус Луны, то из условия $\lambda_1 \leqslant (r_2 + R)/2 \leqslant \lambda_2$ получим, что $\lambda_1 \leqslant 1 + R \leqslant \lambda_2$. Подставив сюда выражения для корней из (5), можно будет найти дополнительное условие для констант α_1, α_2.

Оценим теперь величину скорости v, необходимой для соударения с Луной, если $\alpha_1 < 0$. При этом на обратной поверхности Луны, как следует из выражения (4),

$$v_1^2 < \frac{2}{2+R} + \frac{2m}{R}.$$

Так как $R \approx 0,01$ единицы длины, $m \approx 1/81$, то $v < 1,93$ единицы скорости (в выбранной системе единиц). Легко показать , что 1 единица скорости $\approx 1,44$ км/с. Тогда $v_1 < 2,8$ км/с. Для геоцентрической же скорости v_2 на поверхности сферы действия Земли (радиус которой около 5 единиц длины) в соответствии с выражением (4) при $\alpha_1 < 0$:

$$v_2^2 < \frac{2}{5} + \frac{2m}{3},$$

где учтено, что $\lambda + \mu = r_2 = 5$, $\lambda - \mu \geqslant 3$. Тогда

$$v_2 < 0,64 \text{ единицы скорости, или} \quad v_2 < 0,9 \text{ км/с}. \qquad (7)$$

Таким образом, рассмотренные случаи столкновений происходят при малых геоцентрических скоростях на входе в сферу действия Земли, что может иметь место, если, например, полуось орбиты малого тела немного больше 1 а.е., и его встреча с системой Земля–Луна происходит вблизи перигелия этой орбиты. Зная, что орбитальная скорость Земли равна 29,8 км/с, приходим к выводу, что гелиоцентрическая скорость малого тела в перигелии его орбиты в соответствии с (7) лежит в пределах 29,8 км/с $< V <$ 30,7 км/с. Отсюда легко найти для полуоси орбиты тела и ее эксцентриситета оценочные значения:

$$1 \text{ а.е.} < a < 1,07 \text{ а.е.}, \qquad e = 1 - 1 \text{ а.е.}/a.$$

Литература

1. *Винников Е.Л., Герасимов И.А., Горбатко Н.П.* // Астрон. вестник. 1995. **29**, № 6. С.567.
2. *Герасимов И.А.* Функции Вейерштрасса и их приложения в механике и астрономии. М., 1990.

Поступила в редакцию
28.04.97