

УДК 530.145; 539.12

О СПИНОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЯХ В СИНХРОТРОННОМ ИЗЛУЧЕНИИ

А. В. Борисов, В. А. Вшивцев, А. И. Тернов^{*)}

(кафедра теоретической физики)

В мощность синхротронного излучения продольно поляризованного электрона вносит вклад корреляция между его спином и круговой поляризацией излученного фотона. В статье дана квазиклассическая интерпретация этой корреляции как интерференции полей излучения заряда и спинового магнитного момента электрона.

1. Квантовая теория синхротронного излучения (СИ), построенная А. А. Соколовым и И. М. Терновым с сотрудниками [1, 2], прекрасно согласуется с экспериментом (ссылки на оригинальные работы см. в [3, 4]): обнаружены и используются эффекты квантовых флуктуаций орбиты электрона [5] и радиационной поляризации электронов [6] вследствие СИ, наблюдается спиновая зависимость мощности СИ поляризованного пучка электронов, теоретически впервые исследованная в работе [7].

Квантовая теория СИ основана на строгих методах квантовой электродинамики с использованием точных решений уравнения Дирака для электрона в магнитном поле [2]. Естественно возникла потребность в наглядной квазиклассической интерпретации главных квантовых эффектов (в условиях ускорителей и накопителей они дают малые поправки к классической теории). Детальный анализ структуры квантовых поправок к классической мощности СИ был выполнен в работах И. М. Тернова с сотрудниками (их обзор дан в работе [8]). В частности, было показано, что квантовая поправка первого порядка по постоянной Планка \hbar , пропорциональная спинового квантовому числу (нормированной проекции спина на направление магнитного поля \mathbf{H}) $\zeta = \pm 1$ поперечно поляризованного электрона, обусловлена интерференцией полей излучения заряда и спинового магнитного момента электрона.

В настоящей работе, следуя высказанному ранее предложению И. М. Тернова, мы даем аналогичную интерпретацию корреляции спина продольно поляризованного электрона и круговой поляризации фотона СИ.

2. Рассмотрим классическую частицу с зарядом e и дипольными магнитным и электрическим моментами $\boldsymbol{\mu}$ и \mathbf{d} , которая движется по закону $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e(t)$. Соответствующая плотность электромагнитного тока имеет вид (см., напр., [9])

$$\mathbf{j}(t, \mathbf{r}) = e\mathbf{v}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_e) + \nabla \times [\boldsymbol{\mu}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_e)] + \frac{\partial}{\partial t}[\mathbf{d}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_e)], \quad (1)$$

где $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}_e(t)$ — скорость частицы; используется система единиц $c = 1$.

В случае периодического движения частицы с периодом $T = 2\pi/\omega_0$ угловое распределение мощности излучения ν -й гармоники (частоты $\omega_\nu = \nu\omega_0$) с поляризацией λ определяется выражением [10]

$$\frac{dW_\nu^{(\lambda)}}{d\Omega} = \frac{\omega_\nu^2}{2\pi} |\mathbf{e}_\lambda^* \cdot \mathbf{j}_\nu|^2, \quad (2)$$

где фурье-компонента тока (1)

$$\mathbf{j}_\nu = \frac{1}{T} \int_0^T dt \int d^3x \mathbf{j}(t, \mathbf{r}) \exp[i\omega_\nu(t - \mathbf{n} \cdot \mathbf{r})], \quad (3)$$

$d\Omega$ — элемент телесного угла в направлении излучения \mathbf{n} ($|\mathbf{n}| = 1$); \mathbf{e}_λ ($\lambda = 1, 2$) — комплексные (в общем случае) векторы поляризации, удовлетворяющие условиям

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_\lambda = 0, \quad \mathbf{e}_{\lambda'}^* \cdot \mathbf{e}_\lambda = \delta_{\lambda'\lambda}.$$

Применим (1)–(3) к электрону, полагая, что в системе покоя частицы (собственный) магнитный момент

$$\boldsymbol{\mu}_0 = -\mu_B \boldsymbol{\zeta}, \quad (4)$$

где $\mu_B = e_0\hbar/2m$ — магнетон Бора (заряд электрона $e = -e_0 < 0$), а дипольный электрический момент $\mathbf{d}_0 = 0$ (вследствие CP -инвариантности квантовой электродинамики [11]). В (4) единичный вектор $\boldsymbol{\zeta}$ задает направление спина, эволюция которого во внешнем поле описывается известным квазиклассическим уравнением Баргмана–Мишеля–Телегди (БМТ) [2, 11]. В лабораторной системе отсчета, где электрон движется со скоростью $\mathbf{v} = v\mathbf{l}$ ($|\mathbf{l}| = 1$), его магнитный и электрический моменты, входящие в (1), связаны с (4) преобразованием Лоренца [9]:

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0 - (1 - \gamma^{-1})(\boldsymbol{\mu}_0 \cdot \mathbf{l})\mathbf{l}, \quad \mathbf{d} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\mu}_0, \quad (5)$$

$\gamma = (1 - v^2)^{-1/2} = E/m$ — лоренц-фактор, E — энергия электрона.

^{*)} Московский физико-технический институт.

Пусть электрон поляризован продольно: $\boldsymbol{\mu} \parallel \mathbf{l}$. Тогда из (4) и (5) следует

$$\boldsymbol{\mu} = -\zeta\gamma^{-1}\mu_B\mathbf{l}, \quad \mathbf{d} = 0, \quad (6)$$

где $\zeta = +1$ (-1) соответствует ориентации спина вдоль (против) направления импульса электрона $\mathbf{p} = E\mathbf{v}$. Подчеркнем, что из уравнения БМТ в пренебрежении аномальным магнитным моментом электрона, когда гиромангнитное отношение $g = 2$, следует, что $\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{l}$ — интеграл движения [2]. Это и обеспечивает выполнение (6) в любой момент времени.

С учетом (1) и (6) представим (3) в виде

$$\mathbf{j}_\nu = \mathbf{j}_{\nu(e)} + \mathbf{j}_{\nu(\mu)}, \quad (7)$$

где вклады заряда (e) и магнитного момента (μ) связаны соотношением

$$\mathbf{j}_{\nu(\mu)} = i\eta\omega_\nu\mathbf{n} \times \mathbf{j}_{\nu(e)}, \quad \eta = \zeta\mu_B/(\gamma e_0 v) = \zeta\hbar/2p. \quad (8)$$

Рассмотрим излучение электрона, движущегося в постоянном магнитном поле $\mathbf{H} = H\mathbf{e}_z$ по круговой орбите

$$\mathbf{r}_e(t) = R[\mathbf{e}_x \cos \omega_0 t + \mathbf{e}_y \sin \omega_0 t] \quad (9)$$

радиусом

$$R = v/\omega_0 = p/e_0 H. \quad (10)$$

Введем орты σ - и π -компонент линейной поляризации СИ [2]:

$$\mathbf{e}_\sigma = \mathbf{H} \times \mathbf{n}/|\mathbf{H} \times \mathbf{n}|, \quad \mathbf{e}_\pi = \mathbf{n} \times \mathbf{e}_\sigma. \quad (11)$$

Из (1), (3), (9)–(11) следуют известные выражения [10] для компонент $\mathbf{j}_{\nu(e)}^{(s)} = \mathbf{e}_s \cdot \mathbf{j}_{\nu(e)}$ ($s = \sigma, \pi$) зарядового вклада в (3):

$$\left(\mathbf{j}_{\nu(e)}^{(\sigma)}, \mathbf{j}_{\nu(e)}^{(\pi)} \right) = -e_0 e^{-i\nu\alpha} (i\nu J'_\nu(x), -\text{ctg} \theta J_\nu(x)). \quad (12)$$

Здесь $\alpha = \pi/2 - \varphi$, φ — азимутальный угол вектора \mathbf{n} ; аргумент функции Бесселя $J_\nu(x)$ и ее производной $J'_\nu(x) = dJ_\nu(x)/dx$ равен

$$x = \nu v \sin \theta, \quad (13)$$

θ — угол между \mathbf{n} и \mathbf{H} .

Учитывая (12), (8) и (11), находим соответствующие компоненты вклада магнитного момента в (3):

$$\left(\mathbf{j}_{\nu(\mu)}^{(\sigma)}, \mathbf{j}_{\nu(\mu)}^{(\pi)} \right) = i\eta\omega_\nu \left(-\mathbf{j}_{\nu(e)}^{(\pi)}, \mathbf{j}_{\nu(e)}^{(\sigma)} \right). \quad (14)$$

Определив орты круговой поляризации СИ в виде [2]

$$\mathbf{e}_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_\sigma + i\lambda\mathbf{e}_\pi), \quad (15)$$

где $\lambda = +1$ (-1) отвечает правой (левой) поляризации, из (12), (14), (15) и (7) получаем

$$\mathbf{j}_\nu^{(\lambda)} = \mathbf{e}_\lambda^* \cdot \mathbf{j}_\nu = -\frac{ie_0}{\sqrt{2}} e^{-i\nu\alpha} (vJ'_\nu + \lambda \text{ctg} \theta J_\nu)(1 + \lambda\eta\omega_\nu). \quad (16)$$

Отсюда находим вклад корреляции ($\sim \lambda\eta$) заряда и магнитного момента в мощность излучения (2):

$$\frac{dW_\nu^{(\lambda)}(e\mu)}{d\Omega} = \lambda\eta \frac{e_0^2 \omega_\nu^3}{2\pi} [vJ'_\nu(x) + \lambda \text{ctg} \theta J_\nu(x)]^2. \quad (17)$$

В интересующем нас случае ультрарелятивистского электрона ($\gamma \gg 1$) основной вклад в полную мощность СИ дают, как известно [2], высокие гармоники $\nu \sim \gamma^3$, и поэтому применима асимптотика функций Бесселя в (17) через функцию Макдональда:

$$J_\nu(x) \simeq \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\pi\sqrt{3}} K_{1/3}(z). \quad (18)$$

Здесь $\varepsilon = 1 - v^2 \sin^2 \theta$, аргумент $z = (1/2)y\gamma^3\varepsilon^{3/2}$, где введена спектральная переменная

$$y = \omega/\omega_c = (2/3)\gamma^{-3}\nu, \quad (19)$$

$\omega_c = (3/2)\gamma^3\omega_0$. Подставим (18) в (17) и перейдем от дискретного по ν спектра к непрерывному распределению по y (19). В результате с учетом (8) получим выражение

$$\frac{dW^{(\lambda)}(e\mu)}{dy} = \frac{9}{32\pi^3} \frac{e_0^2}{R^2} \gamma^9 \cdot \lambda\zeta\xi y^3 \times [\cos \theta \sqrt{\varepsilon} K_{1/3}(z) + \lambda\varepsilon K_{2/3}(z)]^2, \quad (20)$$

где

$$\xi = \frac{3}{2}\gamma \frac{H}{H_0} = \frac{3}{2}\gamma^2 \frac{\lambda}{R} \quad (21)$$

— характерный квантовый параметр [1], $H_0 = m^2/e_0\hbar$ — швингеровское магнитное поле, $\lambda = \hbar/m$ — комптоновская длина волны электрона.

Результат (20) совпадает с соответствующим выражением (в первом порядке по $\xi \sim \hbar$) для корреляционного вклада ($\sim \lambda\zeta$) в спектрально-угловое распределение мощности СИ продольно поляризованного электрона, полученным на основе квантовой электродинамики [1]. Аналогично, используя (1), можно рассмотреть случай поперечно поляризованного электрона, когда, как следует из (5), вклад, пропорциональный $\zeta\xi$, в мощность СИ вносят как магнитный момент $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0 \parallel \mathbf{H}$, так и индуцированный электрический момент $\mathbf{d} = \mathbf{v} \times \boldsymbol{\mu}_0$.

3. Покажем теперь, что та же $(e\mu)$ -интерпретация ($\lambda\zeta$)-корреляции следует непосредственно из точного матричного элемента СИ, если выделить там вклад магнитного момента с помощью обобщения известного тождества Гордона для тока свободного дираковского электрона [12].

В квантовой теории для мощности излучения вместо (2) получаем выражение [10]

$$\frac{dW_{fi}^{(\lambda)}}{d\Omega} = \frac{\omega_{fi}^2}{2\pi} |\mathbf{e}_\lambda^* \cdot \mathbf{j}_{fi}|^2. \quad (22)$$

Здесь матричный элемент оператора электромагнитного тока, отвечающий переходу $i \rightarrow f$, имеет вид

$$\mathbf{j}_{fi} = -e_0 \int d^3x \psi_f^\dagger(\mathbf{r}) \boldsymbol{\alpha} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \psi_i(\mathbf{r}), \quad (23)$$

ψ_i (ψ_f) — волновая функция электрона в начальном (конечном) состоянии с энергией E_i (E_f), $\boldsymbol{\alpha} = \gamma^0 \boldsymbol{\gamma}$ — матрицы Дирака, $\hbar \mathbf{k} = \hbar \boldsymbol{\omega} \mathbf{n}$ — импульс излученного в направлении \mathbf{n} фотона частоты $\omega = \omega_{fi} = (E_i - E_f)/\hbar$. Функции $\Psi_n(x) = \exp(-\frac{i}{\hbar} E_n t) \psi_n(\mathbf{r})$ являются решениями уравнения Дирака для электрона в заданном стационарном внешнем поле, описываемом 4-потенциалом $A^\mu(x)$:

$$[\gamma^\mu (p_\mu - eA_\mu) - m] \Psi_n(x) = 0, \quad (24)$$

где $p^\mu = i\hbar \partial / \partial x_\mu = (i\hbar \partial / \partial t, -i\hbar \nabla)$ — оператор канонического 4-импульса. Здесь и ниже используется псевдоевклидова метрика с сигнатурой $(+---)$, матрицы $\gamma^\mu = (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma})$.

Используя (24), методом, аналогичным примененному в [12] для свободного электрона, получаем следующее тождество для 4-тока перехода J_{fi}^μ :

$$\begin{aligned} e_\lambda^* \cdot J_{fi} &= J_{fi}^{(\lambda)} = -e_0 \int d^4x \bar{\Psi}_f \gamma_\mu e_\lambda^* e^{ik \cdot x} \Psi_i = \\ &= -e_0 \int d^4x e^{ik \cdot x} e_\lambda^* \bar{\Psi}_f (P_\mu / m - i\hbar \sigma_{\mu\nu} k^\nu / 2m) \Psi_i, \end{aligned} \quad (25)$$

где $k^\mu = (\omega, \mathbf{k})$, e_λ^μ — 4-вектор поляризации, $k_\mu e_\lambda^\mu = 0$, $\sigma^{\mu\nu} = (i/2)[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$, $P^\mu = p^\mu - eA^\mu$ — оператор кинетического импульса. Выбирая трехмерно-поперечную калибровку $e_\lambda^\mu = (0, \mathbf{e}_\lambda)$, находим связь матричных элементов (25) и (23):

$$\begin{aligned} J_{fi}^{(\lambda)} &= -2\pi \delta(\omega - \omega_{fi}) j_{fi}^{(\lambda)}, \\ j_{fi}^{(\lambda)} &= \mathbf{e}_\lambda^* \cdot \mathbf{j}_{fi} = -e_0 \int d^3x e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \times \\ &\times \bar{\psi}_f(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_\lambda^* \cdot [\mathbf{P}/m - \hbar(i\mathbf{k} \times \boldsymbol{\Sigma} + \omega \boldsymbol{\alpha})/2m] \psi_i(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (26)$$

Используя волновые функции электрона в постоянном магнитном поле [2], легко показать, что в квазиклассическом пределе (26) переходит в (16) с точностью до множителя, обращающегося в единицу при суммировании по квантовым числам конечного электрона, кроме главного квантового числа n_f , которое определяет в этом пределе номер гармоники: $\nu = n_i - n_f$.

При этом первое слагаемое в (26), включающее оператор импульса \mathbf{P} , отвечает вкладу заряда, а остальные два — вкладу спинового магнитного момента. Результат согласуется, как и должно быть,

с принципом соответствия между квазиклассическими матричными элементами и фурье-компонентами классических величин [10, 11] (ср. (26) и (1), (3), (8)).

Заметим, что не зависящая от спинового числа ζ поправка $W^{\text{rec}} \sim \xi \sim \hbar$ (см. (21)) к классической мощности СИ W^{cl} определяется эффектом отдачи при излучении фотона [8], который методом, основанным на классическом токе (1), учесть нельзя. Это нетрудно сделать с помощью (26), получив известный результат [1–4, 8]: $W^{\text{rec}}/W^{\text{cl}} = -(55\sqrt{3}/24)\xi$, который справедлив также для скалярных и векторных частиц [13].

Предложенный нами метод расчета вклада $(\lambda\zeta)$ -корреляции в мощность СИ представляет собой обобщение метода вычисления аналогичного корреляционного вклада в мощность черенковского излучения [14].

Авторы благодарят участников семинара проф. В. Ч. Жуковского за полезное обсуждение результатов.

Работа выполнена при поддержке программы «Университеты России» (грант № 12-96ф).

Литература

1. Sokolov A.A., Ternov I.M. Synchrotron Radiation. Berlin; New York, 1968.
2. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон. М., 1983. (Sokolov A.A., Ternov I.M. Radiation from Relativistic Electrons. N.Y., 1986.)
3. Тернов И.М., Михайлин В.В. Синхротронное излучение. Теория и эксперимент. М., 1986.
4. Тернов И.М. // УФН. 1995. 165. № 4. С. 429.
5. Соколов А.А., Тернов И.М. // ЖЭТФ. 1953. 25. С. 698.
6. Соколов А.А., Тернов И.М. // ДАН СССР. 1963. 153. С. 1052.
7. Тернов И.М. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. М., 1961.
8. Бордовицын В.А., Тернов И.М., Багров В.Г. // УФН. 1995. 165, № 9. С. 1083.
9. Батыгин В.В., Топтыгин И.Н. Сборник задач по классической электродинамике. М., 1970.
10. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. Квантовая электродинамика. М., 1983.
11. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М., 1989.
12. Бьёркен Дж.Д., Дрелл С.Д. Релятивистская квантовая теория. Т.1. Релятивистская квантовая механика. М., 1978.
13. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов. М., 1973.
14. Тернов И.М., Борисов А.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 3. С. 9 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 3).

Поступила в редакцию
30.06.97