

## ГЕОФИЗИКА

УДК 551.465.552

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ СУСПЕНЗИОННОГО ТЕЧЕНИЯ ПО РАСПРЕДЕЛЕНИЮ КОНЦЕНТРАЦИИ ВЗВЕСИ

Б. И. Самолюбов, Л. В. Силаева

(кафедра физики моря и вод суши)

Разработана методика восстановления профиля скорости суспензионного течения по распределению концентрации взвеси. Восстановленные профили скорости удовлетворительно согласуются с данными прямых измерений в океане, водохранилищах и на лабораторной модели.

## 1. Введение

Скорость суспензионных течений, относящихся к классу гравитационных стратифицированных, зависит от значения разности плотностей жидкости  $\Delta\rho$  в потоке и вышележащих слоях воды. Параметр  $\Delta\rho$  определяется концентрацией взвешенных частиц  $S$  и закономерностями ее роста с глубиной. Располагая зависимостью скорости течения  $U$  от концентрации  $S$ , можно восстановить форму профиля  $U(z)$  по распределению  $S(z)$ . Такая методика весьма важна, так как во многих случаях измерения  $S(z)$  существенно проще, чем регистрация эпюр  $U(z)$ . По профилю  $S(z)$  можно получить распределение коэффициента турбулентной диффузии взвеси  $\nu_s$ , которое непосредственно связано с функцией  $U(z)$ . В данной работе предложена методика решения обратной задачи — нахождение  $U(z)$  по  $S(z)$  и  $\nu_s(z)$ . Методика проверена путем сравнения расчетных данных и данных прямых измерений в океане, водохранилищах и лабораторном лотке.

## 2. Методика восстановления профиля скорости

Профиль скорости суспензионного течения  $U(z)$  восстанавливается в области  $z_k \div z_u$  (см. обозначения на рис. 1). Индексом  $k$  обозначены параметры, относящиеся к нижнему придонному (по данным измерений) уровню  $z_k \cong (0,025 \div 0,05)z_u$ . Распределение  $U(z)$  находится из системы уравнений

$$U = \begin{cases} U(z_k) + \int_{z_k}^z \frac{Sc}{l^2} (\nu_s - \nu_{sp}) dz, & z = z_k \div z_m, & (1) \\ U_F + \Delta U_m f_u, & z = z_m \div z_u, & (2) \end{cases}$$

где  $Sc$  — число Шмидта,  $l(z)$  — путь смешения,  $\nu_s$  — коэффициент турбулентной диффузии и  $\nu_{sp}$  — его центральная компонента [1],  $f_u$  — функция, найденная в работе [2]:  $f_u = (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3)$ . Значения  $\nu_s$  и  $\nu_{sp}$  определяются, согласно [1], выражениями

$$\nu_s = \nu_{sl} + \nu_{sp}, \quad (3)$$

где

$$\nu_{sl} = Sc^{-1} l^2 \left| \frac{dU}{dz} \right| \quad \text{и} \quad \nu_{sp} = (\nu_{sp})_m F_{ln} \quad (4)$$

— компоненты  $\nu_s$  (рис. 1): сдвиговая с двумя максимумами — у дна ( $z = z_{\nu 1}$ ) и в слое смешения ( $z = z_{\nu 2}$ ) и «проникающая», доминирующая в ядре течения ( $z = z_p$ ). В (3), (4)  $(\nu_{sp})_m \cong \omega_f z_u (\pm 20\%)$  — значение  $\nu_{sp}$  при  $z = z_p$ ,  $F_{ln} = \frac{z_p}{z} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma_p^2} \left( \ln \frac{z}{z_p} \right)^2 \right]$  — функция плотности вероятности логарифмически нормального распределения с модой  $z_p = 0,3z_u (\pm 17\%)$  и дисперсией  $\sigma_p = 0,5 (\pm 15\%)$ ,  $\omega_f$  — средневзвешенная гидравлическая крупность ( $\omega_f = \frac{\sum_{i=1}^{\Phi} \omega_{fi} S_i}{S}$ ,  $S = \sum_{i=1}^{\Phi} S_i$ ,  $i$  и  $\Phi$  — номер и число фракций в распределении частиц по размерам).

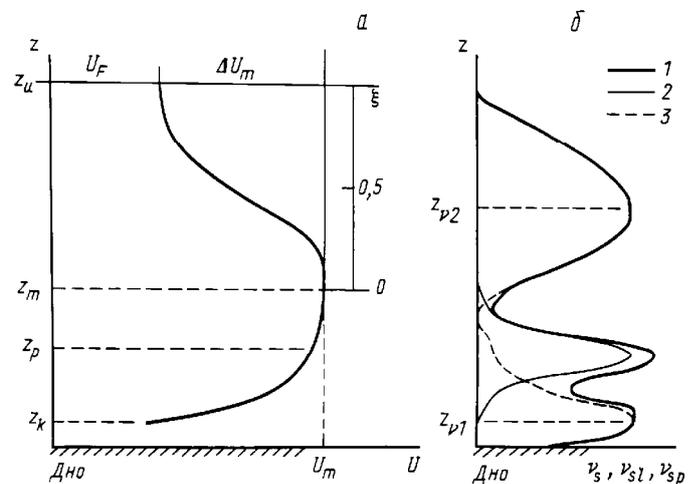


Рис. 1. Схема вертикальных распределений: а — скорости  $U$ , б — коэффициента диффузии  $\nu_s$  (1) и его составляющих — проникающей  $\nu_{sp}$  (2) и сдвиговой  $\nu_{sl}$  (3). Координаты  $z_k, z_p, z_m, z_u$  соответствуют придонному уровню измерения концентрации, нижней границе струйной части течения, уровню максимума скорости и верхней границе течения,  $\xi = \frac{|z - z_m|}{\Delta z_m}$  — безразмерная ордината;  $\Delta z_m = z_u - z_m$  — толщина слоя смешения;  $U_F = U(z_u)$  — скорость спутного течения,  $\Delta U_m = U_m - U_F$ ,  $U_m = U(z_m)$ ,  $z_{\nu 1}$  и  $z_{\nu 2}$  — уровни максимумов функции  $\nu_{sl}$  у дна и в слое смешения

Получение  $U(z)$  из (1), (2) по  $U(z_k)$ ,  $S(z)$ ,  $\omega_f$  при  $Sc \cong 1$  связано с определением параметров  $\nu_s$ ,  $z_u$ ,  $\nu_{sl}$ ,  $\Delta z_m$ ,  $l$  и включает следующие этапы.

1. Распределение  $\nu_s(z)$  рассчитывается из уравнения диффузии весомой примеси в приближениях локальной квазистационарности и локальной горизонтальной квазизоднородности течения при известных  $S(z)$  и  $\omega_f$ . Это уравнение после интегрирования при  $S(z_u) = S_u$  и  $\partial_z S|_{z=z_u} = 0$  принимает вид [3]

$$\omega_f(S - S_u) = -\nu_s \frac{dS}{dz}. \quad (5)$$

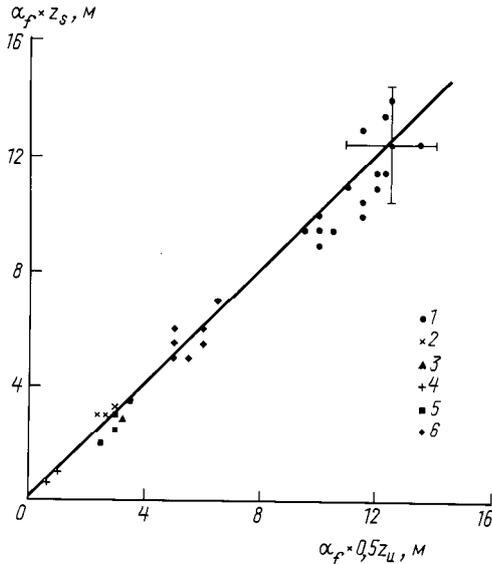


Рис. 2. Зависимость уровня средней концентрации  $z_s$  от толщины суспензионного потока  $z_u$  по результатам измерений в Рижском заливе (Латвия) [4] (1), озере Пейго (Канада) [5] (2), водохранилищах Кадзурасава (Япония) [6, 7] и Нурекском (Таджикистан) (3) и (4), лабораториях МГУ (5) и Университета Хоккайдо [8] (6). Значение  $\alpha_f$  равно 1 в данных 1–4 и  $10^2$  в данных 5 и 6

2. Толщина потока  $z_u$  находится по формуле  $z_u \cong 2z_s (\pm 10\%)$ . Эта зависимость (рис. 2) выявлена по данным измерений в суспензионных течениях с  $\bar{S} \leq 10^{-2} \rho_s$  ( $\rho_s$  — плотность материала взвеси). Здесь  $z_s$  — уровень, на котором  $S = \bar{S}$ . Величина  $\bar{S}$  оценивается по профилю концентрации как среднее на участке от дна до верхней границы слоя смешения.

3. Сдвиговая составляющая  $\nu_{sl}$  определяется как  $\nu_s - \nu_{sp}$ . Составляющая  $\nu_{sp}(z)$  находится из выражения (4). Параметры выражения (4)  $z_p$ ,  $(\nu_{sp})_m$  определяются по профилю  $\nu_s$ , на котором  $z_p$  — уровень максимума  $\nu_s$ , совпадающего с  $(\nu_{sp})_m$ .

4. После определения уровней максимумов функции  $\nu_{sl}$  у дна и в слое смешения ( $z_{v1}$  и  $z_{v2}$  на рис. 1, б) вычисляются величины  $\Delta z_m = z_u - z_m$  и  $l(z)$ . Толщина  $\Delta z_m$  равна  $2(z_u - z_{v2}) (\pm 15\%)$ , так как величина  $\nu_{sl}$  максимальна в центре  $\Delta z_m$ -слоя.

Распределение пути смешения  $l$  рассчитывается из уравнения баланса турбулентной энергии:  $l(z, L_a) =$

$$= \frac{kz}{1 + kz/L_a} \quad [2].$$
 Здесь  $k = 0,4$  — постоянная Кармана,  $L_a$  — зависящий от устойчивости стратификации масштаб обмена, аналогичный масштабу Монина–Обухова [9]. Значение  $L_a$  находится по эпюре  $\nu_{sl}$  (4) из условия экстремума  $\left. \frac{\partial \nu_{sl}}{\partial z} \right|_{z=z_{v1}} = 0$ :  $L_a = \frac{0,4z_{v1}^2/z_m}{1 - 2z_{v1}/z_m}$ . Здесь  $\nu_{sl} = u_\tau l(z, L_a)/Sc$ ,  $u_\tau \cong U_*(1 - z/z_m)$  при  $\bar{S} \leq 0,5S_k$  и

$$Ri_a = \frac{g(\rho_s - \rho_w)(S_k - S_m)z_m}{\rho_s \rho U_m^2} = 0,5 \div 3 \quad [2],$$

$u_\tau$  и  $U_*$  — сдвиговая и динамическая скорости,  $S_k = S(z_k)$ . Так определяется  $l(z, L_a)$  при  $z \leq z_p$ .

При  $z > z_p$  рост  $l$  замедляется и  $\frac{\partial l}{\partial z} \ll \frac{l(z_p)}{z_p}$ . В задаче о восстановлении  $U(z)$  изменениями  $l$  по ординате  $z$  в ядре потока (при  $z > z_p$ ), где  $\partial U/\partial z \cong 0$  и  $\nu_s - \nu_{sp} \cong 0$  в (1), можно пренебречь, приняв  $l|_{z > z_p} \cong l(z_p)$ .

5. По найденным значениям  $z_m = z_u - \Delta z_m$ ,  $l$ ,  $\nu_s - \nu_{sp}$  из (1) определяется профиль  $U(z)$  при  $z \leq z_m$ , который сшивается с распределением (2). Если уровень сшивания  $z_p = z_m$ , то  $U_m$  получается из (1), а величина  $U_F$  должна быть включена в число заданных параметров.

Без задания  $U_F$  эпюра  $U(z)$  восстанавливается с учетом симметрии профиля скорости относительно уровня  $z_m$  в ядре течения при  $z = z_m \pm (z_m - z_p)$  [2]. Тогда (2) соответствует области  $z_p \div z_u$ , а значения  $\Delta U_m$ ,  $U_F$  определяются из условий сшивания (1) с (2) для  $\partial U/\partial z$  и  $U$  при  $z = z_p$ .

### 3. Сравнение восстановленных профилей скорости с измеренными

Апробация предложенного метода получения профиля  $U(z)$  по  $S(z)$  проводилась по результатам исследований суспензионных течений малой плотности в водохранилищах: Нурекском (Таджикистан) ( $\Delta \rho \leq 3 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>,  $\omega_f = 0,07$  см/с) и Кадзурасава (Япония) ( $\Delta \rho \leq 10^{-4}$  г/см<sup>3</sup>,  $\omega_f = 0,002$  см/с) (рис. 3, б, 4, а) [6, 7]. Толщины потоков  $z_u$  достигали 30 и 15 м, а скорости  $U$  — 50 и 11 см/с соответственно. В работе также использованы данные лабораторного эксперимента [8] (рис. 3, а), в котором изучался суспензионный поток с  $\Delta \rho \leq 10^{-2}$  г/см<sup>3</sup>,  $\omega_f = 0,001$  см/с,  $z_u$  до 12 см и  $U$  до 11 см/с.

На рис. 4, б приведены восстановленный и измеренный профили  $U(z)$  для океанического течения, стратификация которого определяется твердым стоком р. Амазонки в Атлантический океан (рис. 4, б) [10]. В данном случае значения  $U$  и  $S$  на порядок больше, чем в потоках с профилями, приведенными на рис. 3 и 4, а. Гидравлическая крупность  $\omega_f$  и число Шмидта  $Sc$  составляют 0,01 см/с и 3 со-

ответственно. Концентрация  $S$  этого течения не дает основания отнести его к суспензионным потокам малой плотности. Однако высокие скорости обеспечивают снижение устойчивости течения и развитие турбулентного обмена. Как отмечается в работе [10], градиентные числа Ричардсона в данном случае порядка критических ( $\sim 0,25$ ). Поэтому методика расчета  $U(z)$  по  $S(z)$ , разработанная для суспензионных потоков малой плотности ( $S \leq 10^{-2} \rho_s$ ), оказывается пригодной.

Погрешности восстановления  $U(z)$  по разработанной схеме — до 20%.

Предлагаемая методика получения формы профилей скорости даст возможность прогнозировать структуру суспензионного течения по известному полю концентрации при заданных значениях  $\omega_f$ ,  $Sc$  и  $U(z_k)$ .

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 96-05-65856, 96-05-01118).

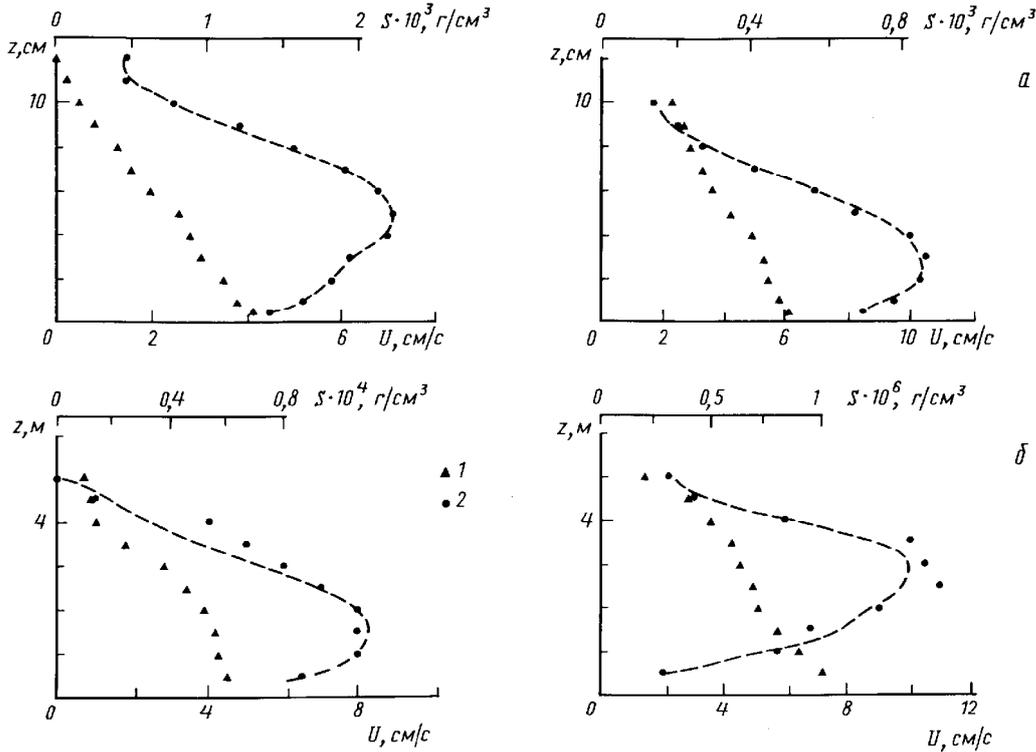


Рис. 3. Измеренные (точки) и восстановленные (штриховая линия) вертикальные распределения концентрации взвеси  $S$  (1) и скорости  $U$  (2) в лаборатории Университета Хоккайдо со значениями  $\bar{U} = 5$  (слева) и 7 см/с (справа) (а) и в водохранилище Кадзурасава со значениями  $\bar{U} = 6$  (слева) и 7 см/с (справа) (б)

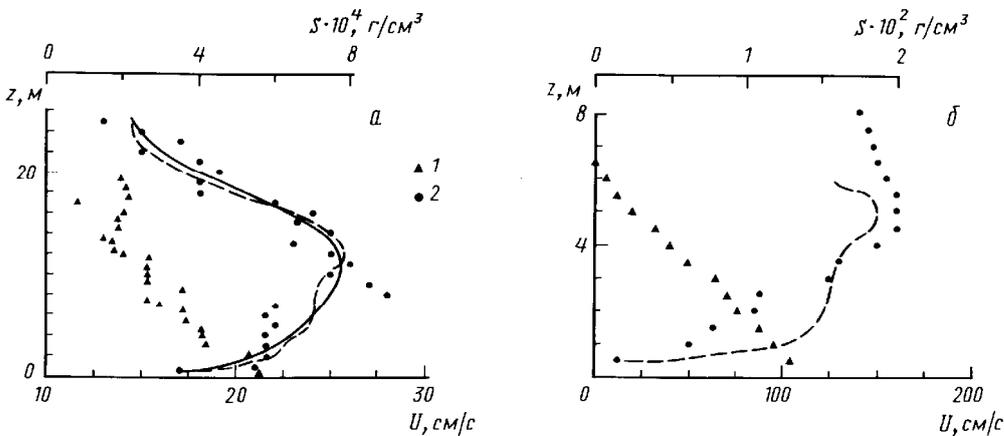


Рис. 4. Вертикальные распределения концентрации взвеси  $S$  (1) и скоростей суспензионных течений  $U$  (2) в Нурекском водохранилище (а), в Юж. Атлантике (район устья р. Амазонки) [10] (б). Обозначения см. на рис. 3. Кривая  $U(z)$  на рис. 4,а — теоретическая по модели [2]

## Литература

1. Самолюбов Б.И., Силаева Л.В // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1995. № 5. С. 63 (Moscow University Phys. Bull. 1995. No. 5. P. 58).
2. Самолюбов Б.И. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. М. (МГУ), 1996.
3. Баренблатт Г.И., Голицын Г.С. Локальная структура развитых пыльных бурь. М., 1973. С. 11–18
4. Поборчая Л.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1972. № 4. С. 25 (Moscow University Phys. Bull. 1972. No. 4).
5. Chikita K.A. // Japan. J. Limnol. 1991. **52**, No. 1. P. 27.
6. Chikita K.A. // Intern. Hydrology and Water Resources Symposium. Perth, 1991. P. 268.
7. Chikita K.A. // Geoph. Bull. Hokkaido Univ. 1987. No. 49. P. 291.
8. Chikita K.A. // J. Faculty of Sci. Hokkaido Univ. 1980. **6**, No. 2, P. 255.
9. Монин А.С. Теоретические основы геофизической гидродинамики. Л., 1988.
10. Trowbridge J.H., Kineke G.C. // J. Geophys. Res. 1994. **99**, No. C1. P. 865.

Поступила в редакцию  
09.06.97