

## 5. Заключение

Переход от обычной лоренц-инвариантной теории квантованных полей к финслерову обобщению предполагает использование следующих «рецептов»: волновое уравнение выводится из лагранжевой плотности  $H^2(u_i)J(u_i)$ ; в импульсном пространстве интеграл  $\int d^4k$  заменяется на инвариантный интеграл  $\int J(k) d^4k$ ;  $\delta$ -функция берется в виде  $\delta(H^2(k) - m^2)$ ; финслерова функция Гамильтона  $H$  выбирается в специально-релятивистском виде (23)–(25); обычная связь между операторами  $u^\pm(\mathbf{k}) = u^\pm(k)/\sqrt{2k_0}$  заменяется на связь (39)–(40); функции Паули–Йордана обобщаются «по ковариантности», т. е. согласно (34)–(35); используются коммутаторы вида (36)–(38); представление для импульса обобщается «по ковариантности», т. е. берется в виде (41)–(42).

Необходимо проводить последовательное и аккуратное различие между компонентами  $k_j$  и  $k^j$  четырехмерного волнового вектора; в частности  $k_0 \neq k^0$  и  $k_a \neq -k^a$  [10, 11].

Дальнейшее развитие настоящей работы предполагает построение финслеровой теории комплексно-

го скалярного поля, электромагнитного и спинорного полей, а также изучение свойств финслеровых функций Паули–Йордана.

## Литература

1. Асанов Г.С. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1994. № 1. С. 19 (Moscow University Phys. Bull. 1994. No. 1. P. 18).
2. Асанов Г.С. // Там же. 1994. № 2. С. 13 (Ibid. No. 2. P. 11).
3. Асанов Г.С. // Там же. 1995. № 4. С. 7 (Ibid. No. 4. P. 6).
4. Асанов Г.С. // Там же. 1996. № 1. С. 18 (Ibid. No. 1. P. 15).
5. Асанов Г.С. // Там же. 1996. № 2. С. 8 (Ibid. No. 2. P. 6).
6. Асанов Г.С. // Там же. 1996. № 3. С. 8 (Ibid. No. 3. P. 8).
7. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М., 1973.
8. Швебер С. Введение в релятивистскую теорию поля. М., 1963.
9. Рунд Х. Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. М., 1981.
10. Asanov G.S. Finsler Geometry, Relativity and Gauge Theories. Dordrecht, 1985.
11. Asanov G.S. // Reports on Math. Phys. 1997. **39**. P. 69.

Поступила в редакцию  
15.12.97

## РАДИОФИЗИКА

УДК 621.385.6

# ВЛИЯНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ СВЧ-ПОЛЯ НА РЕЖИМЫ МАЗЕРА НА АНОМАЛЬНОМ ЭФФЕКТЕ ДОПЛЕРА С ЛЕНТОЧНЫМ ПУЧКОМ

А. Ф. Александров, В. А. Кубарев, А. В. Михайлов

(кафедра физической электроники)

Исследовано влияние поперечной неоднородности СВЧ-поля на взаимодействие электронов с излучением в мазере на циклотронном резонансе с планарной замедляющей системой и ленточным пучком в условиях аномального эффекта Доплера. Изучены режимы усиления в зависимости от ведущего магнитного поля.

Мазер на циклотронном резонансе, работающий в условиях аномального эффекта Доплера (МЦР АД), представляет собой одну из перспективных разновидностей мазеров на свободных электронах, не требующих предварительной закрутки пучка и отличающихся простотой конструкции. В работе [1] показана возможность достижения высокого КПД МЦР АД-усилителя с попутной волной и генератора со встречной волной. Однако в этой работе не учитывалась поперечная неоднородность СВЧ-поля (использовалось квазиплоское приближение [2]). При экспериментальном исследовании МЦР АД с диэлектрической замедляющей системой коаксиальной конструкции [3] достигнутый КПД был невысок (около 1%). Подобное исследование МЦР АД-генера-

тора [4] коаксиальной структуры с гофрированным стержнем и трубчатым пучком показало, что он может быть источником мощных СВЧ-колебаний. Для получения генерации использовался принцип самовозбуждения колебаний вблизи  $\pi$ -вида границы полосы прозрачности. Мощность генерации составляла 10–50 МВт при ускоряющем напряжении 500 кВ, токах 2–3 кА и длительности импульсов 200 нс и имела максимум при  $V \approx 11$  кГц.

Таким образом, имеется значительный разрыв между экспериментально достигнутыми уровнями КПД МЦР АД и теоретическими оценками. Это указывает на излишнюю идеализацию использованных моделей, в частности на недостаточный учет конечности ларморовских радиусов электронов и неодно-

родности СВЧ-поля. Этим вопросам в работе уделено особое внимание.

Далее будем рассматривать МЦР АД с планарной диэлектрической замедляющей системой и ленточным пучком. Первоначально прямолинейный пучок, распространяющийся в ведущем магнитном поле  $\mathbf{B}_z$ , взаимодействует с замедленной волной  $H_{01}$  (отличные от нуля компоненты  $E_y, H_x, H_z$ ) в условиях аномального доплеровского синхронизма:  $\omega - k_z u_z = -\omega_B/\gamma$ .

### 1. Уравнения в дрейфовом приближении

Будем предполагать, что на входе в волновод ( $z = 0$ ) релятивистский электронный пучок (РЭП) моноскоростной и прямолинейный ( $p_z = p_0; p = p_\perp = 0$ ). Пространственным зарядом пучка пренебрегаем. Следуя дрейфовому приближению, ищем поперечные координаты электронов ( $x, y$ ) в виде суммы координат ведущего центра ( $X, Y$ ) и добавки, связанной с вращением по ларморовской спирали нормированного радиуса  $R = \frac{\omega}{c} r_L \sqrt{n^2 - 1} = \frac{p}{\mu} \sqrt{n^2 - 1}$ :

$$\begin{aligned} x &= X + R \cos \psi, & y &= Y + R \sin \psi; \\ \psi &= \int \frac{\mu}{p_z} d\xi + \varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\psi$  и  $\varphi$  — быстрая и медленная фазы циклотронного вращения, а  $X, Y$  — безразмерные координаты. Тогда движение электронов в ведущем магнитном поле  $B\{0, 0, B_z\}$  и СВЧ-волне описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{p} &= -\alpha \left( \frac{\gamma}{p_z} - n \right) \cos \theta \operatorname{ch} X [2I'_1(R)], \\ \dot{p}_z &= n\dot{\gamma} = -\alpha n \frac{p}{p_z} \cos \theta \operatorname{ch} X [2I'_1(R)], \\ \dot{\theta} &= \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} + \alpha \left( \frac{\gamma}{p_z} - n \right) \sin \theta \operatorname{ch} X \left[ \frac{2I_1(R)}{R} \right], \\ \mu\dot{Y} &= -\alpha \frac{p}{p_z} \sqrt{n^2 - 1} \operatorname{sh} X \cos \theta [2I'_1(R)], \\ \mu\dot{X} &= \alpha \sqrt{n^2 - 1} \left( \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} \right) \operatorname{sh} X \cos \theta [2I_1(R)], \end{aligned} \quad (2)$$

где дифференцирование производится по продольной координате  $\xi = (\omega/c)z$ ;  $p_z, p$  — продольный и поперечный импульсы;  $\alpha = eE/(\omega m_0 c)$  — параметр ускорения;  $\mu = \omega_D/\omega$ ;  $\omega_D = eB/(m_0 c)$ ;  $n = kc/\omega$  — коэффициент замедления волны в структуре;  $\theta = \omega t - kz + \psi$  — медленная фаза (относительно электромагнитной волны);  $I(R)$  — модифицированная функция Бесселя,  $I'_1 = dI_1/dR$ .

Домножив и разделив последнее уравнение системы (2) на  $\dot{\gamma}$ , получаем уравнение для координаты ве-

дущего центра:

$$\dot{X} = -\frac{1}{\mu^2} \frac{\operatorname{sh} X}{\operatorname{ch} X} (\gamma - p_z n + \mu)(n^2 - 1) \frac{I_1(R)}{RI'_1(R)} \dot{\gamma},$$

откуда следует дрейфовый интеграл движения:

$$\ln \frac{\operatorname{sh} X}{\operatorname{sh} X_0} = -\frac{n^2 - 1}{\mu^2} \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{I_1(R)}{RI'_1(R)} [\gamma - np_z + \mu] d\gamma.$$

Рассмотрим теперь возбуждение электродинамической структуры релятивистским электронным пучком. В одномодовом приближении поле в волноводе будем искать в виде  $E = E_0(z)\Psi^*(r_\perp) \cdot e^{i(\omega t - kz)}$ , где  $\Psi^*$  — мембранная функция, удовлетворяющая уравнению Гельмгольца

$$\Delta_\perp \Psi^* + \left[ \frac{\epsilon\omega^2}{c^2} - k^2 \right] \Psi^* = 0.$$

Подставив это выражение в волновое уравнение, выполнив усреднение по быстрой фазе циклотронного вращения и разделив амплитуду и фазу волны ( $E_0 = |E_0| e^{i\varphi}$ ), получим следующее уравнение возбуждения:

$$\frac{d\alpha}{d\xi} = I \frac{p}{p_z} \operatorname{ch} X [2I'_1(R)] \cos(\bar{\theta}), \quad (3)$$

где  $I = \frac{\omega_p^2 \beta_0}{4\omega^2 n N}$  — параметр тока,  $\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_0}$ ;  $N$  — норма волны;  $\bar{\theta} = \theta + \Phi$ .

С учетом самосогласованного изменения фазы волны  $\left( \frac{d\Phi}{d\xi} = -\frac{I}{\alpha} \frac{p}{p_z} \operatorname{ch} X [2I'_1(R)] \sin(\bar{\theta}) \right)$  система уравнений движения вместе с уравнением возбуждения имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{p} &= -\alpha \left( \frac{\gamma}{p_z} - n \right) \cos \theta \operatorname{ch} X [2I'_1(R)], \\ \dot{p}_z &= n\dot{\gamma} = -\alpha n \frac{p}{p_z} \cos \theta \operatorname{ch} X [2I'_1(R)], \\ \dot{\theta} &= \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} + \alpha \left( \frac{\gamma}{p_z} - n \right) \sin \theta \operatorname{ch} X \left[ \frac{2I_1(R)}{R} \right] - \\ &\quad - \frac{I}{\alpha} \frac{p}{p_z} \sin \theta \operatorname{ch} X [2I'_1(R)], \\ \mu\dot{Y} &= -\alpha \frac{p}{p_z} \sqrt{n^2 - 1} \operatorname{sh} X \cos \theta [2I'_1(R)], \\ \mu\dot{X} &= \alpha \sqrt{n^2 - 1} \left( \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} \right) \operatorname{sh} X \cos \theta [2I_1(R)], \\ \dot{\alpha} &= I \frac{p}{p_z} \operatorname{ch} X [2I'_1(R)] \cos \theta, \end{aligned} \quad (4)$$

где вместо  $\bar{\theta}$  оставлено обозначение  $\theta$ .

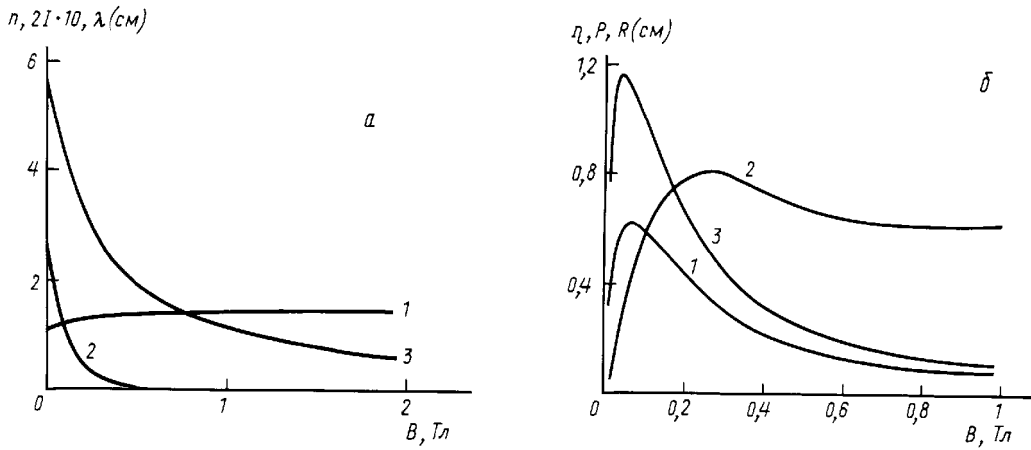


Рис. 1. Зависимость величин  $n$  (1),  $2I \cdot 10$  (2),  $\lambda$  (3) в точке синхронизма (а) и величин максимального кпд  $\eta$  (1), поперечного импульса  $P$  (2), максимального ларморовского радиуса  $R$  (см) (б) от ведущего магнитного поля ( $\epsilon = 2, 25$ ; линейная плотность тока  $J = 1$  кА/см;  $\mathcal{E} = 1$  МэВ; полуширина волновода  $D = 1, 7$  см; полуширина вакуумного канала  $d = 0, 3$  см)

При изменении ведущего магнитного поля  $B$  изменяются значения  $(\omega; k)$  в точке синхронизма на дисперсионной характеристике. На основании полученных при расчете дисперсионной характеристики значений  $\omega, k$  можно найти зависимости  $\lambda(B)$  и безразмерные  $n(B), I(B)$  (рис. 1, а).

## 2. Теория МЦР АД в квазиплоском приближении

В квазиплоском приближении, когда ларморовский радиус много меньше масштаба поперечной неоднородности ВЧ-поля [2], неоднородностью можно пренебречь, т. е. положить  $R = 0, X = 0$ . В указанном приближении получим уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\xi} &= -\alpha \left( \frac{\gamma}{p_z} - n \right) \cos \theta, \\ \frac{d\gamma}{d\xi} &= -\alpha \frac{p}{p_z} \cos \theta = \frac{1}{n} \frac{dp_z}{d\xi}, \\ \frac{d\theta}{d\xi} &= \frac{\gamma}{p_z} - n + \frac{\mu}{p_z} + \frac{\alpha}{pp_z} (\gamma - np_z) \sin \theta - \frac{Ip}{\alpha p_z} \sin \theta, \\ \frac{d\alpha}{d\xi} &= I \frac{p}{p_z} \cos \theta. \end{aligned} \quad (5)$$

Граничные условия в случае первоначально прямолинейного пучка зададим в виде  $p = 0, p_z = p_0 = (\gamma_0 - 1)^{1/2}, \gamma = \gamma_0, \xi = 0, \alpha = \alpha_0$ . Система уравнений с учетом граничных условий имеет следующие интегралы:

$$\begin{aligned} 1^\circ. \quad \gamma - \frac{p}{p_z} &= \gamma_0 - \frac{p_0}{n}, \\ 2^\circ. \quad \alpha^2 - \alpha_0^2 &= 2I(\gamma_0 - \gamma), \\ 3^\circ. \quad \alpha p \sin \theta &= \delta(\gamma_0 - \gamma) + \nu \frac{(\gamma_0 - \gamma)^2}{2}, \end{aligned}$$

где  $\delta = \gamma_0 - p_0 n + \mu; \nu = (n^2 - 1); \delta$  — начальная расстройка синхронизма;  $\nu$  — коэффициент неизотропности.

Используя интегралы движения  $2^\circ, 3^\circ$  и соотношения  $\gamma = \gamma_0 - \eta(\gamma_0 - 1); p^2 = \gamma^2 - 1 - p_z^2$ , исходную систему уравнений можно свести к одному уравнению для кпд взаимодействия  $\eta$ :

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{d\xi} &= \frac{1}{p_0 - n(\gamma_0 - 1)\eta} \times \\ &\times \{ [\alpha_0^2 + 2I(\gamma_0 - 1)\eta](n^2 - 1)\eta(\eta_1 - \eta) - \\ &- \eta^2(\delta + \nu(\gamma_0 - 1)\eta/2)^2 \}^{1/2}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\eta_1 = \frac{2\gamma_0 n(n\beta_0 - 1)}{(\gamma_0 - 1)(n^2 - 1)}$  — предельный кпд. Из этого уравнения нетрудно получить инкремент экспоненциального усиления на линейной стадии ( $\alpha_0^2 \rightarrow 0, \eta \ll \eta_1 \leq 1$ ):

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{p_0} (\Gamma_0^2 - \delta^2)^{1/2}, \\ \left( \frac{d\eta}{d\xi} = \Gamma\eta; \quad \Gamma_0^2 &= 2I(\gamma_0 - 1)(n^2 - 1)\eta \right). \end{aligned}$$

Из равенства нулю правой части уравнения (6) получается зависимость максимального кпд от начальной расстройки синхронизма.

В случае точного синхронизма ( $\delta = 0$ ) проследим изменение кпд, максимального поперечного импульса  $P$  и максимального ларморовского радиуса  $R$  в зависимости от величины ведущего магнитного поля. Эти зависимости представлены на рис. 1, б. Видно, что максимум кпд имеет место при малых значениях магнитного поля и соответствует большим значениям ларморовского радиуса, превышающим полуширину вакуумного зазора, что соответствует оседанию пучка на поверхность диэлектрика. С ростом магнитного поля ларморовский радиус убывает и оседание может прекратиться. Однако кпд при этом уменьшается из-за ослабления связи пучка со структурой при росте коэффициента замедления волны (см. рис. 1, а).

### 3. Особенности взаимодействия в приближении слабой неоднородности

Рассмотрим особенности аномального эффекта Доплера в приближении слабой неоднородности поля ( $R \leq 1$ ). Уравнения и метод расчета кпд системы аналогичны тем, которые приводились выше. В указанном приближении представим функции Бесселя разложениями

$$\begin{aligned} 2I_1'(R) &\approx 1 + \frac{3R^2}{8}, \\ \frac{2I_1(R)}{R} &\approx 1 + \frac{R^2}{8}, \\ \frac{I_1(R)}{RI_1'(R)} &\approx \left(1 - \frac{3R^2}{8}\right) \left(1 + \frac{R^2}{8}\right). \end{aligned} \quad (7)$$

При этом правую часть третьего интеграла движения (3°)

$$\alpha p \operatorname{ch} X \sin \theta = - \int_{\gamma_0}^{\gamma} \frac{(\gamma - p_z n + \mu)}{2I_1'(R)} d\gamma$$

можно вычислить аналитически в виде полинома и записать уравнение для кпд в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{d\xi} = &\left(1 + \frac{3}{8}R^2\right) \left[ \frac{1}{p_0 - n(\gamma_0 - 1)\eta} \times \right. \\ &\times \left\{ \alpha_0^2 + 2I(\gamma_0 - 1)\eta \left[ (n^2 - 1)\eta(\eta - \eta)(\gamma_0 - 1) \operatorname{ch}^2 X - \right. \right. \\ &\left. \left. - (\alpha p \sin \theta \operatorname{ch} X)^2 \right\}^{1/2} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где  $R^2 = \frac{(n^2 - 1)^2}{\mu^2} (\gamma_0 - 1)^2 (\eta - \eta)$ .

Максимум кпд соответствует равенству нулю правой части (8), где выражение  $(\alpha p \operatorname{ch} X \cdot \sin \theta)$  представляет собой полином четвертого порядка по  $\eta$ . Отсюда можно получить зависимость максимального кпд от расстройки  $\eta(\delta)$ ; отметим, что в ряде режимов аргумент функции Бесселя не мал и использованное разложение некорректно, поэтому соответствующие значения необходимо рассматривать как качественные. При высоких кпд учет поперечной неоднородности поля необходим, а ее влияние существенно зависит от режима работы МЦР АД. При этом ввести какой-либо аналитический критерий для определения области применимости квазиплоского приближения оказывается затруднительным.

Получим инкремент экспоненциального усиления на линейной стадии ( $\alpha_0^2 \rightarrow 0, \eta \ll \eta \leq 1$ ):

$$\Gamma = \frac{1}{p_0} (\Gamma_0^2 - \delta^2)^{1/2}; \quad \Gamma_0^2 = 2I(\gamma_0 - 1)(n^2 - 1)\eta \cdot \operatorname{ch}^2 X.$$

Видно, что при увеличении координаты ведущего центра  $X$  инкремент растет, что связано с возрастанием связи пучка со структурой при приближении к ней.

### 4. Режимы МЦР АД с пучком конечной толщины

На основании численного решения системы уравнений (4) проследим поведение траекторий электронов, кпд, коэффициента усиления по длине системы (длина волновода 100 см) в зависимости от величины ведущего магнитного поля и начальной мощности волны  $H_{01}$ . Максимальные значения кпд усилителя  $\eta$  соответствуют слабым ведущим полям, в которых, однако, обнаружено оседание электронов на поверхность диэлектрика в волноводе из-за большого ларморовского радиуса, что на практике, естественно, недопустимо.

Поэтому кпд системы в области магнитных полей, где оседание прекратится, оказывается существенно меньше максимального. Для тонкого пучка ( $X_0(t = 0) = 0$ ), линейная плотность тока  $J = 1$  кА/см,  $\mathcal{E} = 1$  МэВ) и выбранных геометрических размеров  $D = 1,7$  см,  $d = 0,3$  см получены зависимости  $\eta$  (кривая 1),  $G$  (кривая 2), представленные на рис. 2, а. Слева от вертикальной прямой находится область, соответствующая оседанию. Фиксируя величину поля, при которой нет оседания ( $B = 0,41$  Тл), и изменяя входную мощность волны ( $P_{in} = 0 \div 100$  кВт/см), определим реально возможный кпд. Максимум кривой  $\eta(P_{in}) = 12\%$ , изображенной на рис. 2, б, соответствует  $P_{in} = 55$  кВт/см, при этом длина усиливаемой волны  $\lambda$  равна 2,2 см.

Пучок конечной толщины (полуширина  $a = 0,15$  см) моделировался конечным числом крупных частиц, равномерно распределенных по начальным координатам ведущих центров. При этом из-за поперечной неоднородности связи пучка со структурой в процессе взаимодействия происходит «расслоение» пучка.

Рассматривались режимы усиления для различных геометрических размеров системы и энергий электронов.

Уменьшение длины волны возможно при уменьшении толщины диэлектрика. Обнаружено, что с уменьшением длины волны достижимые значения коэффициента усиления и кпд уменьшаются до 10% и ниже.

При увеличении энергии электронов до  $\mathcal{E} = 1,5$  МэВ при  $D = 0,6$  см,  $d = 0,3$  см,  $\lambda = 0,8$  см (кривая 3 и кривая 4 на рис. 2) происходит сдвиг границы оседания в область больших магнитных полей ( $B = 0,6$  Тл), а максимальный кпд сохраняется на том же уровне при увеличении входной мощности ( $\eta = 12\%, P_{in} = 70$  кВт/см).

Увеличение ширины вакуумного зазора приводит к ослаблению связи пучка со структурой и падению усиления и кпд при той же входной мощности. Однако увеличение  $P_{in}$  до 290 кВт/см приводит к  $\eta = 12\%$ .

Отметим, что в указанных случаях уменьшение ширины вакуумного зазора приводило лишь к сдвигу границы оседания при том же кпд.

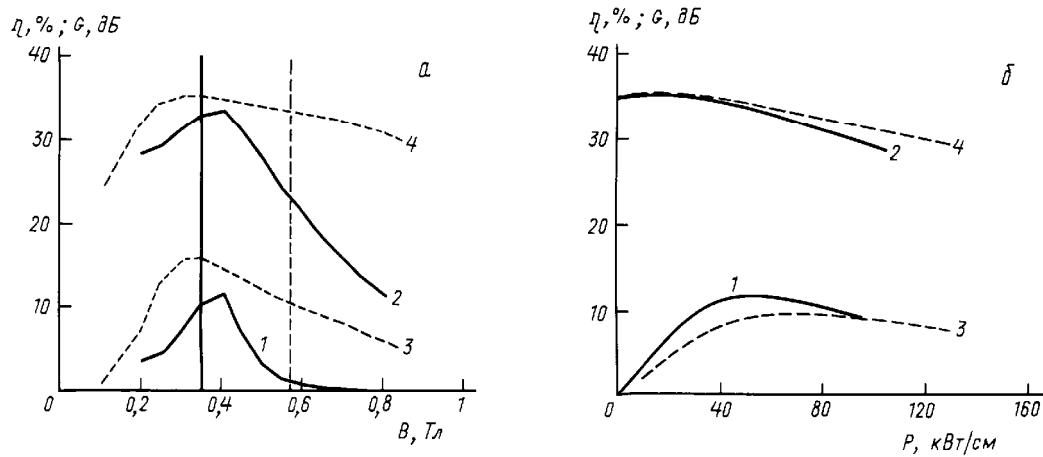


Рис. 2. Зависимости кпд  $\eta$  и коэффициента усиления  $G$  от магнитного поля (а) и от входной мощности (б):  $\eta$  (1),  $G$  (2) (тонкий пучок;  $G = 10 \lg(P_{\text{out}}/P_{\text{in}})$ , где  $P_{\text{out}}$  — выходная мощность излучения;  $D = 1,7$  см;  $d = 0,3$  см; для рис. 2,а  $P = 50$  кВт/см);  $\eta$  (3),  $G$  (4) (пучок с полушириной  $a = 0,15$  см и  $D = 0,6$  см,  $d = 0,3$  см,  $\mathcal{E} = 1,5$  МэВ)

Таким образом, при оптимизации параметров МЦР на аномальном эффекте Доплера необходимо учитывать конечность ларморовских радиусов электронов и поперечную неоднородность СВЧ-поля.

#### Литература

1. Гинзбург Н.С. // Изв. вузов, Радиофизика. 1979. 22, № 4. С. 470.

2. Жураховский В.А. // Радиотехн. и электроника. 1984. 29, № 5. С. 956.
3. Диденко А.Н., Борисов А.Р., Фоменко Г.П. и др. // Письма в ЖТФ. 1983. 9, № 21. С. 1331.
4. Галузо С.Ю., Канавец В.И., Слепков А.И., Плетюшкин В.А. // ЖТФ. 1982. 52, № 8. С. 1681.

Поступила в редакцию  
27.06.97