УДК 533.9;533.7

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА МОДУЛИРОВАННОМ ПО ПЛОТНОСТИ НЕРЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ В РЕЖИМЕ АНОМАЛЬНОГО ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА

Ю. В. Бобылев, В. А. Панин

(кафедра теоретической физики)

Рассмотрена нелинейная динамика рассеяния электромагнитных волн на плотном моноэнергетическом электронном пучке, первоначально промодулированном по плотности. С помощью аналитических методов получены выражения для амплитуд взаимодействующих волн и характеристического времени развития процессов. Установлено, что увеличение глубины модуляции пучка резко сокращает время стабилизации неустойчивости. Амплитуды же насыщения волн от глубины модуляции практически не зависят.

В настоящее время достаточно большое количество работ посвящено теории рассеяния электромагнитных волн на электронных пучках [1–4]. В них, как правило, рассмотрено рассеяние на немодулированном пучке. Однако, как показано, например, в работах [5, 6], использование первоначально промодулированного по плотности пучка электронов открывает возможности для управления потоком излучения и подавления нерезонансных мод возбуждаемых колебаний.

В самой общей постановке задачи о временной эволюции процессов вынужденного рассеяния будем рассматривать взаимодействие двух электромагнитных волн с плотным нерелятивистским электронным пучком, распространяющимся в произвольной замедляющей системе. Предполагается наличие сильного магнитного поля, подавляющего поперечное движение электронов пучка. Как показано в работе [7], в такой системе может развиваться целый ряд процессов рассеяния, наиболее интересными из которых являются распадная с повышением частоты и взрывная неустойчивости. Заметим, что эти процессы реализуются при резонансном взаимодействии двух собственных электромагнитных мод волновода с медленной волной плотности заряда пучка.

Следует отметить, что излучение электромагнитных волн в указанных условиях в соответствии с предложенной в работе [7] терминологией называется «коллективным эффектом Черенкова». При этом поскольку при коллективном эффекте Черенкова, так же как и при аномальном эффекте Доплера, излучает «сверхсветовой» пучок (фазовая скорость волны излучения меньше скорости пучка), то часто коллективное черенковское излучение называют аномально-доплеровским излучением [7]. Такое название излучения замагниченного электронного пучка большой плотности в случае возбуждения в нем медленной волны с отрицательной энергией обусловлено тем, что между коллективным эффектом Черенкова и аномальным эффектом Доплера помимо отмеченной выше имеется весьма глубокая аналогия [7–9], заключающаяся в том, что при аномальном эффекте Доплера возбуждаются внутренние степени свободы пучка, определяемые индивидуальными свойствами электронов-осцилляторов. (При аномально-доплеровском излучении увеличивается поперечная энергия осцилляторного движения электронов (электрон «раскручивается»). Расходуется на это увеличение энергия продольного движения, она же идет и на излучение.) Внутренние степени свободы — плазменные колебания — возбуждаются и при коллективном эффекте Черенкова, но определяются они уже не индивидуальными свойствами электронов, а коллективным поведением пучка в целом. (При возбуждении медленной волны энергия отбирается от пучка и идет на излучение, энергия медленной волны при этом также растет.)

В данной работе рассматривается влияние начальной модуляции электронного пучка, излучающего в режиме аномального эффекта Доплера, на динамику рассеяния электромагнитных волн, т. е. на максимальные амплитуды взаимодействующих волн, а также время насыщения неустойчивости. Предполагая, что стабилизация рассеяния обусловливается нелинейностями лишь кубического типа, для исследования нелинейной динамики процессов рассеяния будем исходить из следующего уравнения, вывод которого аналогичен выводу, приведенному в [4] для случая немодулированного пучка:

$$\frac{dx}{d\tau} = \left(A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + A_4 x^4\right)^{1/2}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= -\nu^2 \varepsilon_{10}^2 \varepsilon_{20}^2, \\ A_1 &= \nu^2 \varepsilon_{10}^2 \varepsilon_{20}^2 - 2\nu^2 \varepsilon_{20}^2 a_0^2, \\ A_2 &= 2\nu^2 \varepsilon_{20}^2, \\ A_3 &= \nu^2 \left(\frac{1}{2}\,\frac{\alpha+2}{\alpha-4}\varepsilon_{20}^2 - 4\beta\right) - \frac{1}{8}\,\frac{\alpha+5}{\alpha-4} a_0^2, \\ A_4 &= -\frac{1}{64}\left(\frac{\alpha+5}{\alpha-4}\right)^2, \end{aligned} \quad (2)$$

$x = |a|^2$ (a — амплитуда первой гармоники возмущения плотности заряда пучка, обезразмеренная путем деления на невозмущенную плотность заряда). Уравнение (1) записано с учетом генерации второй гармоники возмущения плотности заряда пучка. Безразмерные амплитуды сигнальной волны ε_1 и волны накачки ε_2 определяются посредством выражений

$$\begin{aligned} |\varepsilon_1|^2 - |\varepsilon_{10}|^2 &= 2(x - a_0^2), \\ |\varepsilon_2|^2 - |\varepsilon_{20}|^2 &= -2\beta(x - a_0^2). \end{aligned} \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3) $\tau = \Omega_b t$ — безразмерное время, Ω_b — частота собственных колебаний электронов в системе отсчета пучка с учетом геометрии задачи, α — геометрический фактор, учитывающий неодномерность пучковой волны — генерацию второй гармоники возмущения плотности заряда пучка, ν — безразмерный параметр, зависящий от механизма связи электромагнитных волн и пучка (общие выражения для α и ν, а также явные выражения параметра ν для различных конкретных систем можно найти в работе [7]), $\varepsilon_{10}, \varepsilon_{20}, a_0$ — начальные значения амплитуд волн. Параметр β определяет вид процесса рассеяния. В случае резонанса электромагнитных волн с медленной волной пространственного заряда пучка $\beta = 1$ соответствует распадному с повышением частоты процессу, а $\beta = -1$ — взрывному. Отметим, что уравнение (1) справедливо при условии

$$\nu \ll 1 \quad \text{и} \quad a_0 \ll 1, \quad (4)$$

соответствующем слабой связи электромагнитных и пучковой волн, а также достаточно малой начальной модуляции пучка. Для каждой конкретной системы условие (4) может быть записано в соответствующем виде. Так, например, для электростатического ондулятора [7, 10], считая, что круглый волновод радиусом 2 см пронизывается тонким трубчатым пучком со средним радиусом 1 см и толщиной 0,1 см, скорость которого 0,6c ($\gamma = 1,25$), где c — скорость света, γ — релятивистский фактор, ток пучка 1 кА, длина волны излучения 1 см, плотность электронов в пучке $6,6 \cdot 10^{11}$ см$^{-3}$, можно получить значение $\nu = 3,65 \cdot 10^{-5} E_0$, где E_0 — амплитуда электростатического поля [7]. Следовательно, для применения результатов, полученных в данной работе, к описанию процессов излучения волн плотным тонким трубчатым пучком с указанными параметрами необходимо, чтобы (в соответствии с (4)) $E_0 \ll 27$ кВ/см. (При этом амплитуда поля модуляции, формирующего электронные сгустки в начальный момент времени, также должна быть $\sim$ 2–5 кВ/см.)

Решения уравнения (1) определяются корнями полинома, стоящего под радикалом. Опуская стандартную процедуру нахождения решений через эллиптические функции, выпишем окончательные результаты. В случае слабой модуляции пучка, когда

$$a_0^2 \ll \frac{\varepsilon_{10}^2}{8}, \quad a_0^2 \ll \nu^2, \tag{5}$$

имеем решения, аналогичные приведенным в работе [4]:

$$x = \left[128\nu^2 \left(\frac{\alpha-4}{\alpha+5}\right)^2 \left(\frac{1}{8}\frac{\alpha+2}{\alpha-4}\varepsilon_{20}^2 - \beta + A\right) \times \right. \\ \left. \times \left(a_0^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_{10}^2 \operatorname{sn}^2(y,r)\right) + \frac{1}{2}\varepsilon_{10}^2 a_0^2 \operatorname{cn}^2(y,r)\right] \Big/ \\ \Big/ \left[128\nu^2 \left(\frac{\alpha-4}{\alpha+5}\right)^2 \left(\frac{1}{8}\frac{\alpha+2}{\alpha-4}\varepsilon_{20}^2 - \beta + A\right) \operatorname{cn}^2(y,r) + \right. \\ \left. + a_0 \operatorname{sn}^2(y,r) + \frac{1}{2}\varepsilon_{10}^2\right], \tag{6}$$

где

$$A = \sqrt{\left(\frac{1}{8}\frac{\alpha+2}{\alpha-4}\varepsilon_{20}^2 - \beta + A\right)^2 + \frac{\varepsilon_{20}^2}{128\nu^2}\left(\frac{\alpha+5}{\alpha-4}\right)^2},$$

$$y = \frac{\nu}{\sqrt{2}}\tau\varepsilon_{20}\left(1 + \frac{\varepsilon_{10}^2}{4\varepsilon_{20}^2}\left(1 + 2\frac{a_0^2}{\varepsilon_{10}^2}\right)A\right), \\ r = 1 - \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_{10}^2 + 2a_0^2}{\varepsilon_{20}^2}A. \tag{7}$$

Для времени насыщения амплитуд волн имеем следующее выражение:

$$\tau_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{\nu\varepsilon_{20}} \ln\left(\frac{4\varepsilon_{20}}{\sqrt{\varepsilon_{10}^2 + 2a_0^2}} A^{-1/2}\right). \tag{8}$$

При сильной модуляции пучка, когда $a_0 \sim \nu \sim \varepsilon_{10}$,

$$x = 128\nu^2 a_0^2 \left(\frac{\alpha-4}{\alpha+5}\right)^2 \times \\ \times \left(\frac{1}{8}\frac{\alpha+2}{\alpha-4}\varepsilon_{20}^2 - \beta - \frac{a_0^2}{32\nu^2}\frac{\alpha+5}{\alpha-4} + A\right) \Big/ \\ \Big/ \left[128\nu^2\left(\frac{\alpha-4}{\alpha+5}\right)^2 \times \right. \\ \times \left(\frac{1}{8}\frac{\alpha+2}{\alpha-4}\varepsilon_{20}^2 - \beta - \frac{a_0^2}{32\nu^2}\frac{\alpha+5}{\alpha-4} + A\right)\operatorname{cn}^2(y,r) + \\ \left. + a_0^2 \operatorname{sn}^2(y,r)\right], \tag{9}$$

где

$$A = \left[\left(\frac{1}{8}\frac{\alpha+2}{\alpha-4}\varepsilon_{20}^2 - \beta - \frac{a_0^2}{32\nu^2}\frac{\alpha+5}{\alpha-4}\right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon_{20}^2}{128\nu^2}\left(\frac{\alpha+5}{\alpha-4}\right)^2\right]^{1/2},$$

$$y = \frac{\nu}{\sqrt{2}}\tau\varepsilon_{20}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{a_0^2}{\varepsilon_{20}^2}\right)A, \quad r = 1 - \frac{a_0^2}{\varepsilon_{20}^2}A. \tag{10}$$

Время развития неустойчивости определяется выражением

$$\tau_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{\nu\varepsilon_{20}} \ln\left(\frac{4\varepsilon_{20}}{\sqrt{2}\,a_0} A^{-1/2}\right). \tag{11}$$

И, наконец, в предельном случае очень сильной модуляции, когда

$$\frac{4\nu^2|\alpha(1-8\beta) + 32\beta + 2|}{\alpha+5} \ll a_0^2 \ll \sqrt{8}\,\varepsilon_{20}\nu, \tag{12}$$

имеем

$$x = \frac{4\dfrac{4-\alpha}{\alpha+5}a_0^2(a_0^2 + \sqrt{8}\,\varepsilon_{20}\nu)}{4\dfrac{4-\alpha}{\alpha+5}(a_0^2 + \sqrt{8}\,\varepsilon_{20}\nu)\operatorname{cn}^2(y,r) + a_0^2\operatorname{sn}^2(y,r)}, \tag{13}$$

где

$$y = \frac{\nu}{\sqrt{2}}\tau\varepsilon_{20}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{32}\frac{a_0^2}{\varepsilon_{20}\nu}\frac{\alpha+5}{\alpha-4}\right), \\ r = 1 - \frac{\sqrt{2}}{16}\frac{\alpha+5}{4-\alpha}\frac{a_0^2}{\varepsilon_{20}\nu}. \tag{14}$$

При этом

$$\tau_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{\nu\varepsilon_{20}} \ln\left(\frac{4\varepsilon_{20}}{\sqrt{2}\,a_0}\left(\frac{\alpha+5}{\alpha-4}\frac{\varepsilon_{20}}{\sqrt{128}\,\nu}\right)^{-1/2}\right). \tag{15}$$

Следует отметить, что неравенство (12) выполняется с хорошей точностью для сверхплотных пучков. Например, если $\alpha \sim 1 \div 3$, то $18\nu^2 \ll a_0^2 \ll \sqrt{8}\,\nu\varepsilon_{20}$ и для $\nu \sim 10^{-3}$ начальная модуляция пучка будет $a_0 \sim 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ и $\frac{\sqrt{8}\,\nu\varepsilon_{20}}{a_0^2} \sim \frac{a_0^2}{18\nu^2} \sim 12{,}5$. Отсюда следует, что в данном случае начальная модуляция пучка примерно на порядок превосходит безразмерный параметр ν (определяющий связь взаимодействующих в системе волн) в отличие от решения (6), при получении которого предполагалось, что эти величины одного порядка малости ($a_0 \sim \nu$). (При этом предполагалось также, что начальная амплитуда сигнальной волны ε_0 такого же порядка малости.)

Решения (6)–(8), как уже отмечено выше, при $a_0 = 0$ полностью совпадают с результатами работы [4]. Проанализируем, как зависят от глубины модуляции пучка амплитуды насыщения волн и характерное время развития процессов рассеяния.

Из (6) и (13) при $\tau = \tau_{\max}$ получим

$$\frac{x_{\max(a_0\neq0)}}{x_{\max(a_0=0)}} \approx 1 + \frac{a_0^2}{\sqrt{8}\,\nu\varepsilon_{20}}. \tag{16}$$

Отсюда с учетом (12) следует, что даже сильная предварительная модуляция пучка по плотности приводит к весьма незначительному росту амплитуд насыщения волн. Из (8) и (15) находим

$$\frac{\tau_{\max(a_0\neq 0)}}{\tau_{\max(a_0=0)}} \approx 1 + \frac{\ln \dfrac{\varepsilon_{10}^2}{2a_0^2}}{\ln\left(\dfrac{128\sqrt{2}\,\varepsilon_{20}\nu}{\varepsilon_{10}^2}\,\dfrac{4-\alpha}{\alpha+5}\right)}. \qquad (17)$$

Для случая сильной модуляции выполняется неравенство $\varepsilon_{10}^2 < 2a_0^2$, поэтому числитель — величина отрицательная; знаменатель же — положительная величина, так как $\nu/\varepsilon_{10}^2 \gg 1$ ($\alpha < 4$). Следовательно, с ростом глубины предварительной модуляции пучка по плотности время стабилизации процесса рассеяния уменьшается. Причем, как показывают расчеты, проведенные по формуле (17), это уменьшение для максимально возможных значений a_0, удовлетворяющих неравенству (12), весьма значительно — более чем в два раза. Данное обстоятельство можно объяснить следующим образом. Если пучок первоначально не был промодулирован по плотности, то при рассеянии волн на пучке происходит его модуляция на частоте резонансной гармоники и формирование электронных сгустков, которые наиболее эффективно обмениваются энергией с излучаемой волной, в результате чего пучок тормозится, теряя энергию на излучение и обогащаясь кратными гармониками плотности заряда. Неустойчивость при этом стабилизируется вследствие нарушения условий резонанса.

Исходя из данной схемы, можно сделать вывод, что первоначальная модуляция пучка по плотности (модуляция резонансной гармоники) приводит к сокращению времени промежуточного процесса формирования сгустков (так как это формирование начинается уже не с нулевого уровня) и тем самым к более быстрому выходу системы на нелинейный режим. При этом фазы электромагнитных волн и колебаний плотности заряда в начальный момент времени считаются согласованными друг с другом.

Кроме того, из анализа выражений (13) и (15) видно, что увеличение степени неодномерности пучковой волны (параметра α) приводит к сокращению времени стабилизации неустойчивости. Амплитуды насыщения волн при этом уменьшаются. Такая динамика процесса рассеяния является следствием того, что с увеличением степени неодномерности пучковой волны повышается доля кинетической энергии электронов пучка, расходуемая на возбуждение кратных гармоник плотности заряда, что в свою очередь приводит к более быстрому нарушению условий резонанса и к стабилизации неустойчивости. Амплитуды взаимодействующих волн при этом не успевают вырасти и достигают максимумов при меньших по сравнению с одномерным случаем значениях.

Результаты, полученные в настоящей работе, могут быть использованы при разработке приборов типа ЛСЭ (лазеры на свободных электронах).

Отметим, что зависимость времени насыщения $\tau_{\max}$ (и, в частности, его уменьшение) от амплитуды модуляции a_0 открывает возможность создания источников излучения с очень короткой областью взаимодействия. Кроме того, изменение амплитуды модуляции пучка на входе в волновод позволяет «управлять» величиной инкремента или коэффициента усиления и соответственно потоком мощности электромагнитного излучения [5, 6].

Литература

1. *Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петелин М.И.* // ЖЭТФ. 1979. **76**, № 3. С. 930.
2. *Литвак А.Г., Петрухина В.И., Трахтенгерц В.Ю.* // Письма в ЖЭТФ. 1973. **18**, № 3. С. 190.
3. *Огниренко В.В.* // Радиотехн. и электроника. 1982. **27**, № 9. С. 1818.
4. *Кузелев М.В., Бобылев Ю.В., Панин В.А.* // Изв. вузов, Радиофизика. 1988. **31**. С. 1193.
5. *Березин А.К., Файнберг Я.В., Безъязычный И.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1968. **7**, № 5. С. 156.
6. *Толстолужский А.П.* // ЖЭТФ. 1971. **41**, № 6. С. 1109.
7. *Кузелев М.В., Рухадзе А.А.* Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М., 1981.
8. *Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г.* Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М., 1980.
9. *Блиох Ю.П., Карась В.И., Любарский М.Г.* и др. // ДАН СССР. 1984. **276**. С. 56.
10. *Кузелев М.В.* // ЖЭТФ. 1983. **53**, № 6. С. 1029.

Поступила в редакцию
03.02.97