

ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 535.56; 537.226

ТРЕХВОЛНОВОЕ СМЕШЕНИЕ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РАССЕЯНИИ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ТИПА: ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ С УЧЕТОМ ИСТОЩЕНИЯ НАКАЧКИ

П. А. Прудковский, О. В. Скугаревский, А. Н. Пенин

(кафедра квантовой радиофизики)

Рассмотрена трехволновая модель параметрического рассеяния голографического типа. Показано, что в предположении симметричности рассеяния возможно получение точного стационарного решения с учетом истощения накачки. Проанализирована зависимость решения от начальной разности фаз трех волн и предложена идея экспериментов, позволяющих получить новую информацию о параметрах фоторефрактивных кристаллов и природе затравочного излучения.

Введение

В середине 1980-х гг. резко вырос интерес к фоторефрактивным (ФР) средам. Это связано с возможностями записи голограмм [1], двух- и четырехволнового смешения [2, 3] и обращения волнового фронта [4] в ФР-кристаллах, которые имеют очень широкий диапазон характерных времен (от наносекунд в титанате бария [5] до часов в ниобате лития [6]). Тогда же обнаружено одно из наиболее интересных и еще не до конца изученных явлений в ФР-кристаллах — параметрическое рассеяние голографического типа (ПРГТ) [7].

При попадании одного пучка накачки в ФР-кристалл в случае выполнения определенных условий через характерное «максвелловское» время на выходе на фоне вырожденного по частоте широкоугольного фотоиндуцированного рассеяния света (ФИРС) [8] (которое обычно объясняют записью множества хаотических голографических решеток и характеризуют словами «optical damage») наблюдается рассеяние, имеющее форму четко выраженного конуса (рис. 1,а),

которое и называют ПРГТ. Форма конуса ПРГТ определяется условием пространственного синхронизма $2\mathbf{k}_p = \mathbf{k}_{s_1} + \mathbf{k}_{s_2}$ (индекс «*p*» означает накачку, а «*s*» — моду рассеянного света), которое может быть выполнено, например, в анизотропных средах, если накачка и рассеянное излучение имеют разные поляризации (рис. 1,б). Типичные среды для наблюдения ПРГТ при однолучевой накачке — кристаллы ниобата и танталата лития, легированные атомами меди.

Процесс развития ФИРС и ПРГТ начинается с того, что шумовое «затравочное» излучение в кристалле, интерферируя с накачкой, записывает первичные голографические решетки путем перераспределения плотности электрических зарядов. Рассеянное на этих решетках излучение также образует с накачкой интерференционную картину, что приводит к самосогласованному процессу роста этих решеток. Решетки, рассеивающие свет в направлениях, определенных синхронизмом ПРГТ, растут быстрее остальных за счет того, что на каждой из них взаимодействуют

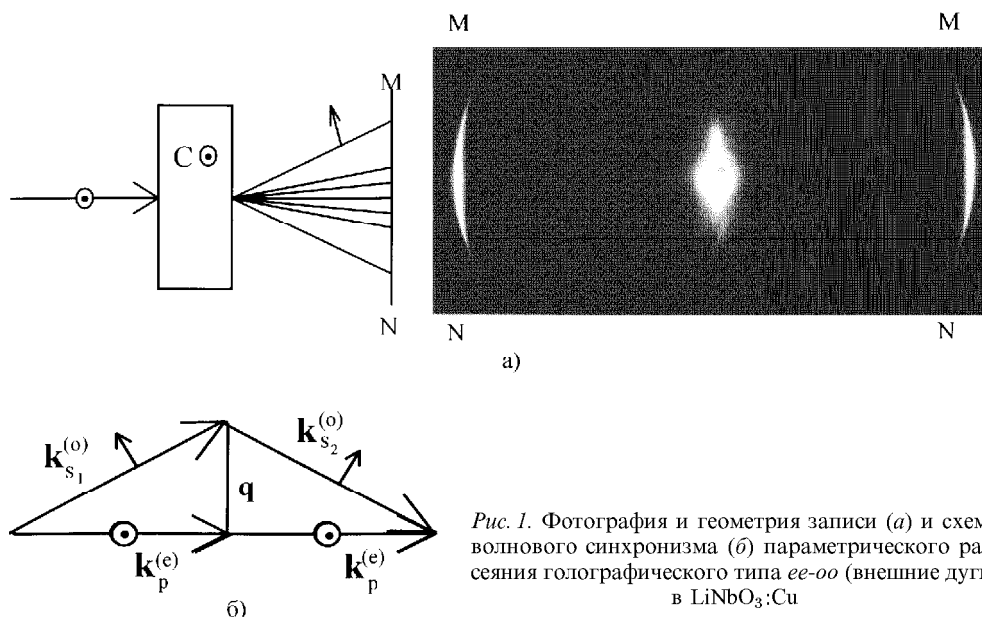


Рис. 1. Фотография и геометрия записи (а) и схема волнового синхронизма (б) параметрического рассеяния голографического типа *ee-oo* (внешние дуги) в $\text{LiNbO}_3:\text{Cu}$

не две, а три световые моды. Процесс роста решеток прекращается только тогда, когда электростатическое поле разделенных зарядов уравнивает причину ФР — фотогальванический (ФГ) ток [9], диффузию зарядов или внешнее электростатическое поле. При насыщении в ПРГТ может быть перекачено до 70% интенсивности накачки.

Простейшая модель ПРГТ — энергообмен между тремя модами света на одной голографической решетке с волновым вектором $\mathbf{q} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_{s_1} = \mathbf{k}_{s_2} - \mathbf{k}_p$, что можно считать частным случаем четырехволнового смещения, при котором две волны накачки совпадают. Четырехволновое смещение в ФР-кристаллах, при котором две пары световых пучков обмениваются энергией на одной голографической решетке, изучено достаточно хорошо. Для примера можно привести работы [3, 10, 11], в которых дается точное решение системы уравнений для четырехволнового смещения в стационарном случае с учетом истощения волн накачки. Однако оказывается, что при совпадении двух мод накачки решение [3, 10, 11] теряет смысл. По-видимому, система уравнений, описывающая энергообмен при трехволновом смещении, даже в стационарном случае не имеет точного аналитического решения.

В данной работе проведен сравнительный анализ трех- и четырехволнового смещения, с использованием экспериментально обоснованных приближений найдено стационарное решение для ПРГТ с учетом истощения накачки и на его основе предложена идея экспериментов, которые, возможно, позволят получить новую информацию о параметрах ФР-сред и природе затравочного излучения.

Теория

1. Сравнение систем уравнений. Из трех возможных механизмов ФР в кристаллах танталата и ниобата лития в отсутствие внешнего поля преобладающую роль играет ФГ-эффект [12]. ФР представляет собой двухступенчатый процесс: при попадании света в кристалл в нем возникает ФГ-ток, который приводит к разделению зарядов и появлению макроскопического электростатического поля \mathcal{E} , а это поле за счет электрооптического эффекта меняет показатель преломления среды. Кристаллы ниобата и танталата лития имеют группу симметрии $3m$, поэтому фотоиндуцированное рассеяние с поворотом плоскости поляризации идет в них преимущественно за счет больших величин компонент фотогальванического и электрооптического тензоров β_{15} и r_{51} [7]. В $\text{LiNbO}_3:\text{Cu}$ возможно ПРГТ $ee-oo$ типа, а в $\text{LiTaO}_3:\text{Cu}$ — наоборот, $oo-ee$ типа.

Рассмотрим систему уравнений, с помощью которой обычно описывают процесс развития ПРГТ, для амплитуд голографической решетки, накачки и двух сопряженных мод рассеянного излучения [13]:

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \sigma \mathcal{E} = -\beta_{15} a_p a_{s_1}^* - \beta_{15}^* a_p^* a_{s_2}, \\ \frac{\partial a_p}{\partial y} = ig(\mathcal{E} a_{s_1} + \mathcal{E}^* a_{s_2}), \\ \frac{\partial a_{s_1}}{\partial y} = ig\mathcal{E}^* a_p, \quad \frac{\partial a_{s_2}}{\partial y} = ig\mathcal{E} a_p. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $a_j = A_j e^{i\varphi_j}$ — медленно меняющиеся вдоль координаты y комплексные амплитуды световых волн; $g = \omega n_p n_s^2 r_{51} / (c \cos \theta)$; θ — угол между направлением накачки и любой из мод рассеянного света; ε и σ — диэлектрическая проницаемость и проводимость кристалла соответственно. В стационарном случае временная производная равна нулю. Выражая электрическое поле через амплитуды световых полей, получаем

$$\begin{cases} \frac{da_p}{dy} = iG a_{s_2} + iG^* a_{s_1}, \\ \frac{da_{s_1}}{dy} = iG a_p, \quad \frac{da_{s_2}}{dy} = iG^* a_p, \end{cases} \quad (2)$$

где $G = g\mathcal{E}^* = F a_p a_{s_2}^* + F^* a_p^* a_{s_1}$; $F = -g\beta_{15}/\sigma$. Сравним полученную систему с системой уравнений для четырехволнового смещения, эквивалентную тем, которые решались в [3, 11]:

$$\begin{cases} \frac{da_{p_1}}{dy} = iG a_{s_2}, \quad \frac{da_{p_2}}{dy} = iG^* a_{s_1}, \\ \frac{da_{s_1}}{dy} = iG a_{p_2}, \quad \frac{da_{s_2}}{dy} = iG^* a_{p_1}, \end{cases} \quad (3)$$

где $G = F a_{p_1} a_{s_2}^* + F^* a_{p_2}^* a_{s_1}$. Эта система уравнений имеет четыре интеграла движения, причем первые два из них выражают законы сохранения энергии:

$$\begin{cases} |a_{p_1}|^2 + |a_{s_2}|^2 = d_1, \quad |a_{p_2}|^2 + |a_{s_1}|^2 = d_2, \\ a_{p_1} a_{s_1}^* + a_{p_2}^* a_{s_2} = c_1, \quad a_{p_1} a_{p_2} - a_{s_1} a_{s_2} = c_2, \end{cases} \quad (4)$$

где константы d_1, d_2, c_1, c_2 определяются начальными условиями. Из этих четырех соотношений два — действительные и два — комплексные. Однако из шести действительных условий только пять являются независимыми, так как $|c_1|^2 + |c_2|^2 \equiv d_1 d_2$. Их учет позволяет свести систему (3) к одному дифференциальному уравнению первого порядка, которое легко интегрируется [3, 11].

Рассмотрим теперь, как модифицируются интегралы движения при совпадении мод накачки a_{p_1} и a_{p_2} и переходе от системы (3) к системе (2). В соответствии с уменьшением числа переменных первые два интеграла движения объединяются в один: $|a_p|^2 + |a_{s_1}|^2 + |a_{s_2}|^2 = d$. Однако с помощью прямой подстановки можно убедиться, что третий интеграл исчезает. Таким образом, система (2) имеет только два интеграла движения:

$$\begin{cases} |a_p|^2 + |a_{s_1}|^2 + |a_{s_2}|^2 = d, \\ \frac{a_p^2}{2} - a_{s_1} a_{s_2} = c, \end{cases} \quad (5)$$

которые позволяют свести ее к дифференциальному уравнению второго (а не первого) порядка. В результате система (2) для трехволнового смешения качественно отличается от системы (3) для четырехволнового смешения, а попытка отождествить в решении [3, 11] две моды накачки приводит к результату, не имеющему физического смысла. Возможно, система (2) вообще не имеет аналитического решения. Обычно ее решают для заданного поля накачки или численно [13]. Однако в случае симметричного ПРГТ могут быть введены дополнительные ограничения, которые позволяют все-таки найти решение системы (2) для трехволнового смешения.

2. Решение системы (2) с учетом симметрии ПРГТ.

Из рис. 1,а (фото) можно видеть, что при ПРГТ *oo-ee* типа в случае нормального падения пучка накачки на *X-Z*-плоскость кристалла танталата лития интенсивности сопряженных мод одинаковы, т. е. записанные решетки, а также процесс рассеяния на них аксиально симметричны относительно направления распространения накачки. Это дает возможность ввести дополнительное условие: будем сразу искать решение, для которого амплитуды (но не фазы) рассеянных полей равны $A_{s_1} = A_{s_2} = A_s$. Система (2) сводится в этом случае к виду

$$\begin{cases} \frac{dI_s}{dy} = 2I_s I_p \{F''(1 - \cos 2\varphi) - F' \sin 2\varphi\}, \\ \frac{dI_p}{dy} = -4I_s I_p \{F''(1 - \cos 2\varphi) - F' \sin 2\varphi\}, \\ \frac{d\varphi}{dy} = (2I_s - I_p) \{F'(1 + \cos 2\varphi) - F'' \sin 2\varphi\}, \end{cases} \quad (6)$$

а интегралы движения имеют вид

$$\begin{cases} I_p + 2I_s = I_0 = I_{p_0} + 2I_{s_0}, \\ I_p I_s \cos^2 \varphi = C. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $A_j^2 = I_j$; $2\varphi = 2\varphi_p - \varphi_{s_1} - \varphi_{s_2}$; $F = F' + iF''$. Выражая интенсивность накачки и разность фаз через интенсивность рассеянного света, получаем уравнение

$$\frac{dI_s}{dy} = 4\sqrt{I_s(I_0 - 2I_s)} \cdot \left(F''\sqrt{I_s(I_0 - 2I_s)} - C - F'\sqrt{C} \right). \quad (8)$$

С помощью замен $\sin \psi = (4I_s - I_0)/\sqrt{I_0^2 - 8C}$; $\zeta = (F'\sqrt{C} + F''\sqrt{I_0^2/8 - C}) \operatorname{tg} \psi/2$ это уравнение сводится к виду

$$\int \left\{ \zeta^2 - \left(\frac{F''^2 I_0^2}{8} - |F|^2 C \right) \right\}^{-1} d\zeta = -4\sqrt{2} y + \operatorname{const}. \quad (9)$$

Поэтому принципиальную роль играет знак выражения $F''^2 I_0^2/8 - |F|^2 C$. В зависимости от него получаем возрастающее или осциллирующее в пространстве решение:

$$I_s = \frac{I_0}{4} \begin{cases} 1 + \frac{\sqrt{1 - (1 + \gamma^2)V} \cdot \operatorname{sh}(\sqrt{1 - (1 + \gamma^2)V} \cdot \Gamma y + \alpha)}{\operatorname{ch}(\sqrt{1 - (1 + \gamma^2)V} \cdot \Gamma y + \alpha) + \gamma\sqrt{V/(1 - V)}}; \\ (1 + \gamma^2)V < 1, \\ 1 - \frac{\sqrt{(1 + \gamma^2)V - 1} \cdot \sin(\sqrt{(1 + \gamma^2)V - 1} \cdot \Gamma y + \alpha)}{\cos(\sqrt{(1 + \gamma^2)V - 1} \cdot \Gamma y + \alpha) + \gamma\sqrt{V/(1 - V)}}; \\ (1 + \gamma^2)V > 1, \end{cases} \quad (10)$$

где $\Gamma = 4F'' I_0$; $\gamma = F'/F''$; y — длина кристалла; $V = 8C/I_0^2$, а α определяется начальными условиями.

Обсуждение результатов

Итак, нами получена зависимость интенсивности ПРГТ от длины ФР-кристалла. Найденное решение качественным образом зависит от безразмерного параметра V . Выразим его через начальные интенсивности накачки и затравочного излучения и разность фаз: $V = 8C/I_0^2 = I_{p_0} I_{s_0} \cos^2 \varphi_0 / (I_{p_0} + 2I_{s_0})^2$. Таким образом, инкремент усиления интенсивности рассеянного света зависит от начального соотношения фаз световых полей: он максимален при $\varphi_0 = \pi/2 + \pi n$, $V = 0$, а при других соотношениях фаз уменьшается и даже может привести к замене решения гиперболического вида осциллирующей в пространстве функцией и к возможности перекачки энергии в обе стороны. Рассмотрим условие наблюдения осциллирующего решения $(1 + \gamma^2)V > 1$. Можно считать, что $I_{s_0} \ll I_{p_0}$, так как, согласно результатам [13], в кристалле ниобата лития интенсивность шумового излучения, инициирующего ПРГТ, примерно в тысячу раз слабее интенсивности накачки. Тогда при оптимальном соотношении фаз $\varphi = \pi n$, $V_{\max} \approx 8I_{s_0}/I_{p_0}$, и условие выполняется, если $(F'/F'')^2 = (\beta_{15}^s/\beta_{15}^{as})^2 > I_{p_0}/8I_{s_0}$, т. е. действительная часть соответствующей компоненты ФГ-тензора значительно больше мнимой. В $\text{LiNbO}_3:\text{Cu}$ и $\text{LiTaO}_3:\text{Cu}$ действительно $\gamma = \beta_{15}^s/\beta_{15}^{as} > 1$ [13,14], хотя в чистом ниобате лития $\beta_{15}^s \ll \beta_{15}^{as}$ [15]. Информации о точном значении параметра γ в различных кристаллах, насколько нам известно, пока что нет, что связано с принципиальными сложностями измерения точного значения антисимметричной компоненты ФГ-тензора. Таким образом, в принципе возможна ситуация, при которой гиперболический закон нарастания интенсивности рассеянного излучения сменяется осциллирующим. При $I_{s_0}/I_{p_0} = 10^{-3}$ для этого необходимо, чтобы $\beta_{15}^s > 5\sqrt{5}\beta_{15}^{as}$. На рис. 2 показаны зависимости интенсивности рассеяния при различных соотношениях начальных фаз

для $\gamma = 15$. В принципе, в шумовом излучении, инициирующем ПРГТ, могут присутствовать составляющие, имеющие всевозможные начальные фазы. Поэтому задача о том, какому начальному соотношению фаз соответствует реально наблюдающееся рассеяние, требует экспериментального решения; эта задача связана с вопросом о природе затравочного излучения в ФР-кристалле [8, 13, 16].

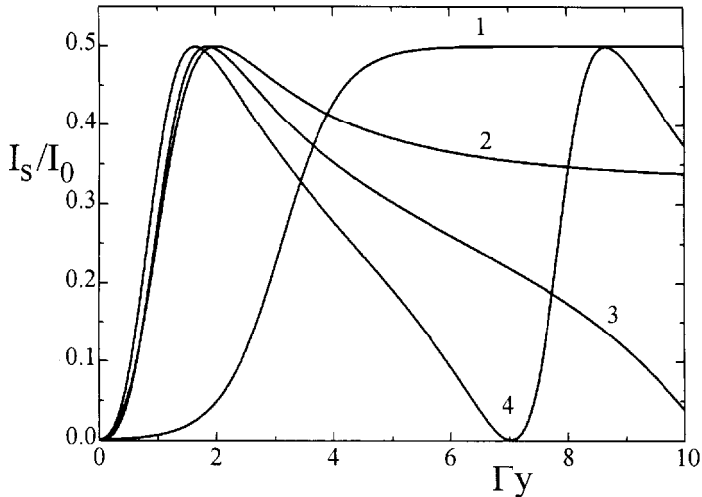


Рис. 2. Зависимость интенсивности рассеяния от безразмерной длины кристалла при $\gamma = 15$, $I_{s0}/I_{p0} = 10^{-3}$ для разных соотношений начальных фаз: 1 — $\varphi = \pi/2$, $V = 0$, $(1 + \gamma^2)V = 0$; 2 — $\varphi = \pi/4$, $V \cong 0,004$, $(1 + \gamma^2)V \cong 0,9$; 3 — $\varphi = \pi/6$, $V \cong 0,006$, $(1 + \gamma^2)V \cong 1,35$; 4 — $\varphi = 0$, $V \cong 0,008$, $(1 + \gamma^2)V \cong 1,8$

Если же, как в чистом ниобате лития, $\gamma \ll 1$, то выражение (10) может быть сильно упрощено:

$$I_s \approx \frac{1}{4} I_0 \{1 + \text{th}(\Gamma y + \alpha)\} = \frac{I_{s0} I_0}{2I_{s0} + I_{p0} e^{-2\Gamma y}}. \quad (11)$$

Это решение отличается от решения для взаимодействия двух волн [3] только инкрементом усиления: для двухволнового смешения он в два раза меньше. Согласно решению (11), в достаточно длинном кристалле вся энергия накачки должна быть перекачана в две моды рассеянного света. Однако в действительности это не будет наблюдаться; необходимо учитывать отличие модели от реальности. На самом деле энергия накачки перекачивается сразу во все возможные моды ПРГТ, а также во все моды ФИРС (хотя на долю ФИРС приходится меньше, так как инкремент усиления для него, как для двухволнового взаимодействия, в два раза меньше).

Итак, в нашей работе получена точная формула для стационарного трехволнового смешения в случае симметричного ПРГТ и проанализированы условия ее применимости. Экспериментальная проверка формулы, возможно, позволит получить новую информацию о параметрах ФР-кристаллов. Поскольку в выражение для Γ входит I_0 , легко получить зависимости

интенсивности рассеяния от Γy , меняя интенсивность накачки. Ее осциллирующий или неосциллирующий характер может дать информацию о начальном соотношении значений фаз затравочного излучения и тем самым пролить свет на источник его возникновения. Если же искусственно создавать затравочное излучение с начальной разностью фаз $\varphi = \pi n$, постепенно увеличивая отношение его интенсивности к интенсивности накачки I_{s0}/I_{p0} , то по моменту появления осциллирующего решения возможно точно измерить параметр γ (если, конечно, он больше единицы), определив тем самым значение компоненты антисимметричной части ФГ-тензора, так как компоненты симметричной части тензора β уже измерены с достаточной степенью точности.

Авторы признательны Т. В. Лаптинской, неоднократно принимавшей участие в плодотворных дискуссиях.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-16336а).

Литература

1. Arizmendi L., Kliever M.J., Powell R.C. // Appl. Phys. 1987. **61**, No. 5. P. 1682.
2. Motes A., Kim J.J. // Opt. Lett. 1987. **12**, No. 3. P. 199.
3. Novicov A., Odoulov S., Oleinik O., Sturman B. // Ferroelectrics. 1986. **66**. P. 1.
4. Zhao M.-J., Li Y.-L. // Opt. Comm. 1989. **70**, No. 1. P. 67.
5. Smirl A.L., Valley G.C., Mullen R.A. et al. // Opt. Lett. 1987. **12**, No. 7. P. 501.
6. Пашков В.А., Соловьев Н.М., Уюкин Е.М. // ФТТ. 1979. **21**, № 6. С. 1879.
7. Киселева И.Н., Обуховский В.В., Одулов С.Г. // ФТТ. 1986. **28**, № 10. С. 2975.
8. Обуховский В.В., Стоянов А.В. // Опт. и спектр. 1985. **58**, № 2. С. 378.
9. Стурман Б.И. // Квант. электроника. 1980. **7**, № 3. С. 483.
10. Belic M., Petrovic M. // J. Opt. Soc. Am. 1994. **11**, No. 3. P. 481.
11. Cronin-Golomb M., White J.O., Fisher B., Yariv A. // Opt. Lett. 1982. **7**, No. 7. P. 313.
12. Kurz H. // Ferroelectrics. 1976. **13**. P. 291.
13. Забродин К.Н., Пенин А.Н. // Квант. электроника. 1991. **18**, № 5. С. 622.
14. Обуховский В.В., Стоянов А.В., Лемешко В.В. // Там же. 1987. **14**, № 1. С. 113.
15. Казанский П.Г., Прохоров А.М., Черных В.А. // Письма в ЖЭТФ. 1985. **41**, № 9. С. 370.
16. Стурман Б.И. // ЖЭТФ. 1991. **100**, № 3. С. 1071.

Поступила в редакцию
06.10.97