

выражениями

$$\hat{A}_{ik,f} = \hat{A}_{i,f} = \frac{\int_0^T R_i(\tau) [I_1 R_i(\tau) \hat{A}_{i,f} / \sigma_i^2] d\tau}{\int_0^T I_0 [R_i(\tau) \hat{A}_{i,f} / \sigma_i^2] d\tau}, \quad i = 1, 2. \quad (П2)$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_{1k,s} = \hat{A}_{1,s} = & \left\{ \int_0^T R_1(\tau) \exp \left[ -\hat{A}_{2,s}^2 / 2\sigma_2^2 \right] I_0 \left[ R_2(\tau) \hat{A}_{2,s} / \sigma_2^2 \right] \times \right. \\ & \left. \times I_1 \left[ R_1(\tau) \hat{A}_{1,s} / \sigma_1^2 \right] d\tau \right\} / \left\{ \int_0^T \exp \left[ -\hat{A}_{2,s}^2 / 2\sigma_2^2 \right] \times \right. \\ & \left. \times I_0 \left[ R_2(\tau) \hat{A}_{2,f} / \sigma_2^2 \right] I_0 \left[ R_1(\tau) \hat{A}_{1,s} / \sigma_1^2 \right] d\tau \right\}, \end{aligned} \quad (П3)$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_{2k,s} = \hat{A}_{2,s} = & \left\{ \int_0^T R_2(\tau) \exp \left[ -\hat{A}_{1,s}^2 / 2\sigma_1^2 \right] I_0 \left[ R_1(\tau) \hat{A}_{1,s} / \sigma_1^2 \right] \times \right. \\ & \left. \times I_1 \left[ R_2(\tau) \hat{A}_{2,s} / \sigma_2^2 \right] d\tau \right\} / \left\{ \int_0^T \exp \left[ -\hat{A}_{1,s}^2 / 2\sigma_1^2 \right] \times \right. \\ & \left. \times I_0 \left[ R_1(\tau) \hat{A}_{1,f} / \sigma_1^2 \right] I_0 \left[ R_2(\tau) \hat{A}_{2,s} / \sigma_2^2 \right] d\tau \right\}. \end{aligned} \quad (П4)$$

Если допустить, как это часто бывает при анализе чувствительности гравитационных антенн, работающих по схеме совпадений, что

$$A_{ik,s} = A_{k,s}, \quad \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2,$$

т. е. ГИ в разных каналах АР отличаются только начальными фазами  $\varphi_{ik,s}$ , то оценка максимального правдоподобия неизвестной амплитуды отдельного ГИ определяется выражением

$$\begin{aligned} \hat{A}_{k,s} = \hat{A}_s = & \left( \int_0^T \left\{ I_1 \left[ \frac{R_1(\tau) \hat{A}_s}{\sigma^2} \right] I_0 \left[ \frac{R_2(\tau) \hat{A}_s}{\sigma_2^2} \right] R_1(\tau) + \right. \right. \\ & \left. \left. + I_0 \left[ \frac{R_1(\tau) \hat{A}_s}{\sigma^2} \right] I_1 \left[ \frac{R_2(\tau) \hat{A}_s}{\sigma_2^2} \right] R_2(\tau) \right\} d\tau \right) \times \\ & \times \left( 2 \int_0^T I_0 \left[ \frac{R_1(\tau) \hat{A}_s}{\sigma^2} \right] I_0 \left[ \frac{R_2(\tau) \hat{A}_s}{\sigma^2} \right] d\tau \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (П5)$$

В отличие от оценок максимального правдоподобия неизвестной амплитуды моноимпульса со случайной начальной фазой и неизвестным, но не случайным моментом возникновения, которые связаны с огibaющими  $R_1(t)$  и  $R_2(t)$  нелинейным безынерционным преобразованием, максимально правдоподобные оценки (П2)–(П5) представляют собой сложные выражения, содержащие интегралы от этих функций.

#### Литература

1. Бичак И., Руденко В.Н. Гравитационные волны в ОТО и проблема их обнаружения. М., 1989.
2. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М., 1992.
3. Тихонов В.И. Оптимальный прием. М., 1983.
4. Виноградов М.П., Гусев А.В., Милоков В.К. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 5. С. 37 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 5. P. 44).

Поступила в редакцию  
10.11.97

## ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ

УДК 538.91

### ДИНАМИКА ФОРМИРОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ КЛАСТЕРОВ ИЗ ЛАЗЕРНОГО ФАКЕЛА

Н. Е. Каск, Г. М. Федоров

(НИИЯФ)

Методом светорассеяния исследована эволюция фрактальных кластеров, образованных при лазерном испарении смесей  $(\text{Ce}_2\text{O}_3)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$  и  $(\text{CeO}_2)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$ . Определены скейлинговые показатели функции распределения кластеров по размерам. Проведено сравнение полученных результатов с имеющимися в литературе и обсужден механизм быстрого формирования фрактальных кластеров из перколяционных структур, существующих в лазерном факеле.

Лазерное испарение конденсированных сред производит многочисленные типы кластеров и кластерных структур. При воздействии коротких лазерных импульсов эффективно образуются микрокластеры [1]. После воздействия лазерного импульса миллисекундной длительности, производящего большое количество компактных микрочастиц, в зависимости от условий эксперимента происходит формирование

из них фрактальных микрокластеров [2], гигантских фрактальных кластеров [3] и фрактальных нитей [4]. В обзоре [5] проанализированы термофизические параметры низкотемпературной плазмы при испарении металлов лазерным излучением умеренной интенсивности и рассмотрены процессы формирования компактных микрокластеров в парах расширяющегося факела при понижении температуры.

В экспериментах [3] использовались квазинепрерывные лазерные импульсы низкой интенсивности, что обеспечивало квазистационарное состояние плазменного факела. При этом обнаружено, что фрактальные структуры, в том числе гигантские фрактальные кластеры, образуются непосредственно после окончания лазерного импульса (за времена, меньшие 0,1 с). Предполагается, что быстрое формирование фрактальных кластеров тесно связано с реализацией перколяции в лазерном факеле [6]. В настоящей работе приведены результаты исследования функции распределения фрактальных кластеров по их размерам для смесей  $(\text{Ce}_2\text{O}_3)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$  и  $(\text{CeO}_2)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$ .

### Методика эксперимента

Импульсы неодимового лазера на стекле длительностью  $\sim 10$  мс и интенсивностью  $\sim 10^6$  Вт/см<sup>2</sup> фокусировались на поверхность мишени в пятно с диаметром  $\sim 1$  мм. В качестве мишеней использовались спрессованные таблетки из тонко измельченных веществ с размерами зерен порядка 10 мкм. Функция распределения фрактальных кластеров по размерам определялась по интенсивности рассеяния зондирующего лазерного излучения. Использовалось сфокусированное (перетяжка каустики 50 мкм) непрерывное излучение аргонового лазера. Исследуемая мишень помещалась в замкнутую камеру объемом 20 л. Буферным газом был воздух при нормальных условиях. За время импульса выбрасывалось  $\sim 4 \cdot 10^{-3}$  г вещества мишени. Яркостная температура плазмы составляла  $\sim 3700$  К [7], а излучательная способность  $\sim 0,4$ . По оценкам, проведенным на основе параметра Хагены [5], размер компактных кластеров в плазме лазерного факела не превышал 1 нм и их концентрация  $\sim 10^{15}$  см<sup>-3</sup>.

После окончания греющего лазерного импульса в результате кластер-кластерной агрегации образовывались линейные и разветвленные агрегаты, равномерно распределенные по всему замкнутому объему. Время установления равномерного распределения рассеивающих частиц в камере составляло около 5 мин, плотность частиц в этот момент  $\sim 10^6$ – $10^7$  см<sup>-3</sup>.

Начальные кластеры могут формироваться в результате агрегации компактных микрокластеров, конденсирующихся в расширяющейся плазме, или эволюции (разрушения) перколяционной структуры, существующей в момент действия лазерного импульса. Поскольку фрактальная размерность образующихся структур меньше двух ( $D_f \cong 1,5$  [3]), то процесс рассеяния на них оптического излучения носит однократный характер [8]. Поэтому интенсивность сигнала рассеяния будет определяться массой (полным числом частиц) фрактального агрегата. В эксперименте проводилось суммирование спектров размеров кластеров (интенсивностей рассеяния) за промежуток времени в несколько минут. За это время регистрировались сигналы от нескольких тысяч рассеивающих частиц с амплитудой, превышающей фон. Оцифровка сигналов осуществлялась 12-разрядным АЦП.

### Результаты и обсуждение

Фрактальные структуры характеризуются масштабной инвариантностью спектра размеров: имеется не только геометрическое самоподобие, но и самоподобное (скейлинговое) распределение их по размерам. Для анализа процессов формирования фрактальных агрегатов воспользуемся скейлинговой формой для функции распределения кластеров по размерам, предложенной в работе [9]:

$$h_s(t) \sim t^{-\omega} s^{-\tau} f\left(\frac{-s}{tz}\right), \quad (1)$$

где  $n_s(t)$  — плотность числа кластеров, состоящих из  $s$  частиц,  $t$  — время коагуляции,  $\tau$  — показатель, характеризующий степенной закон изменения плотности числа кластеров как функции  $s$ ,  $\omega$  — показатель, определяющий степенной закон для изменения плотности числа кластеров независимо от их размера,  $z$  — показатель, описывающий динамику роста среднего размера кластера  $S(t)$  в агрегирующей системе:

$$S(t) = \frac{\sum n_s(t) s^2}{\sum n_s(t) s} \sim t^z.$$

Для показателей в скейлинговом выражении (1) выполняется соотношение подобия [9]

$$\omega = (2 - \tau)z. \quad (2)$$

Очевидно, что динамические показатели  $\omega$  и  $z$  должны быть больше нуля, тогда для статического показателя имеем неравенство  $\tau < 2$ . В равновесной ситуации  $\tau > 2$ . На рис. 1–2 приведены результаты исследования динамики процесса коагуляции для окислов церия. На рис. 2 построены зависимости интегральной (начиная с кластера размера  $s^*$  и до самого большого агрегата) плотности числа кластеров  $\Delta N_s$  от логарифма относительного размера для разных моментов времени после окончания лазерного импульса. Размер  $s^*$  приблизительно на порядок больше минимального размера кластера, регистрируемого нашей аппаратурой. Как видно, независимо от момента времени экспериментальные точки группируются вблизи одной кривой, что говорит, в соответствии с (1), о масштабной инвариантности спектра размеров. Отметим, что на поздних стадиях эволюции системы, когда средний размер начинает уменьшаться, экспериментальные точки все еще описываются этой же кривой.

Экспериментальные данные на стадии роста фрактальных агрегатов можно аппроксимировать выражением (1) со следующими значениями скейлинговых показателей:

$$\begin{aligned} \text{Ce}_2\text{O}_3 : \quad z &= 0,55 \pm 0,10, \\ \omega &= 0,2 \pm 0,1, \\ \tau &= 1,7 \pm 0,2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{Ce}_2\text{O}_3)_{0,66}(\text{CeF}_3)_{0,34} : \quad & z = 0,45 \pm 0,10, \\
 & \omega = 0,2 \pm 0,1, \\
 & \tau = 1,7 \pm 0,2; \\
 (\text{CeO}_2)_{0,66}(\text{CeF}_3)_{0,34} : \quad & z = 0,6 \pm 0,2, \\
 & \omega = 0,2 \pm 0,1, \\
 & \tau = 1,7 \pm 0,2.
 \end{aligned}$$

Полученные значения приблизительно удовлетворяют соотношению подобия (2). Отметим, что при расчете  $z$  были учтены мелкие кластеры с  $s < s^*$ , которые определяли фоновый уровень сигнала. На рис. 3 приведены значения динамических показателей  $\omega$  и  $z$ , определенные из эксперимента для концентрационной серии  $(\text{Ce}_2\text{O}_3)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$ . Статистический показатель  $\tau$  рассчитан из соотношения (2).

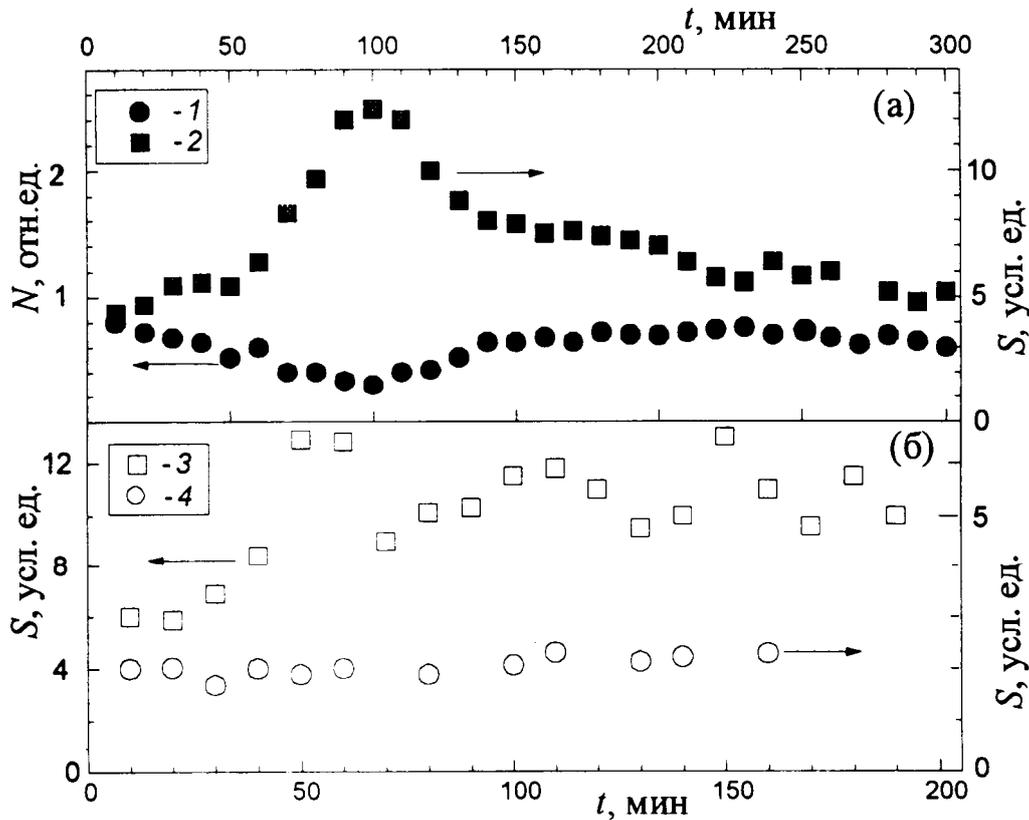


Рис. 1. Изменение среднего размера  $S$  (1, 3, 4) больших кластеров и полного их числа  $N$  (2) со временем  $t$  для  $(\text{Ce}_2\text{O}_3)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$  (а) и  $(\text{CeO}_2)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$  (б) при  $x = 0,66$  (1-3) и  $x = 1$  (4)

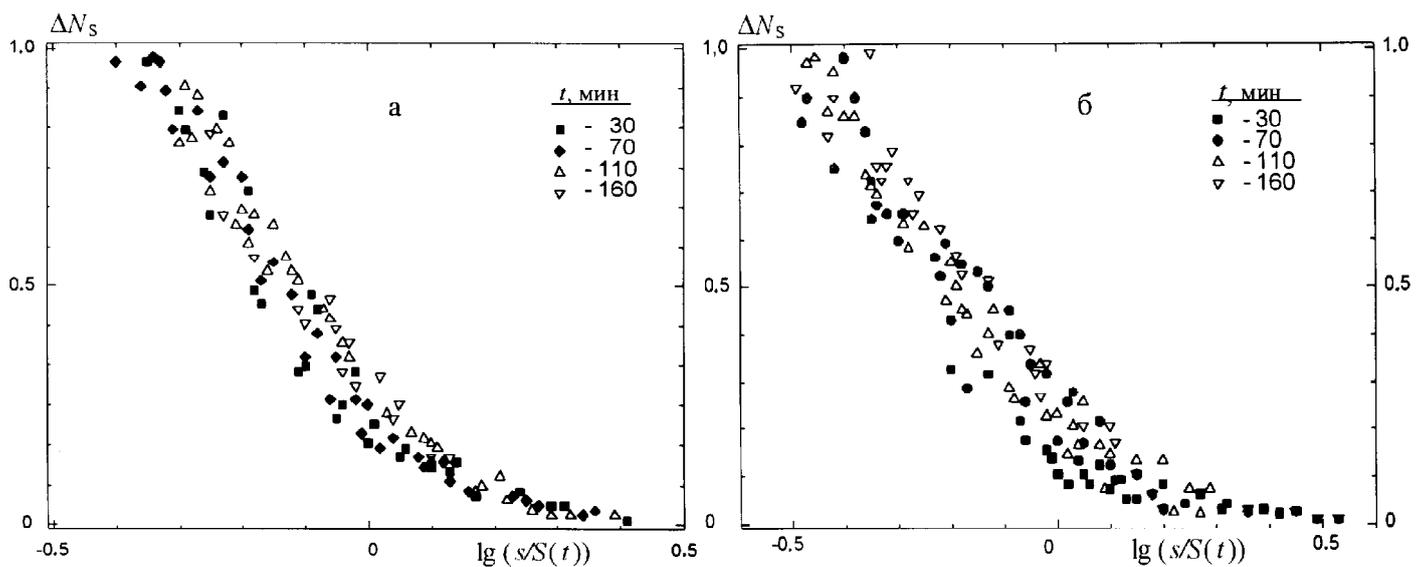


Рис. 2. Масштабное распределение по относительным размерам кластеров  $\text{Ce}_2\text{O}_3$  (а) и  $(\text{Ce}_2\text{O}_3)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$ ,  $x = 0,66$  (б) для различных моментов времени  $t$  после окончания греющего лазерного импульса

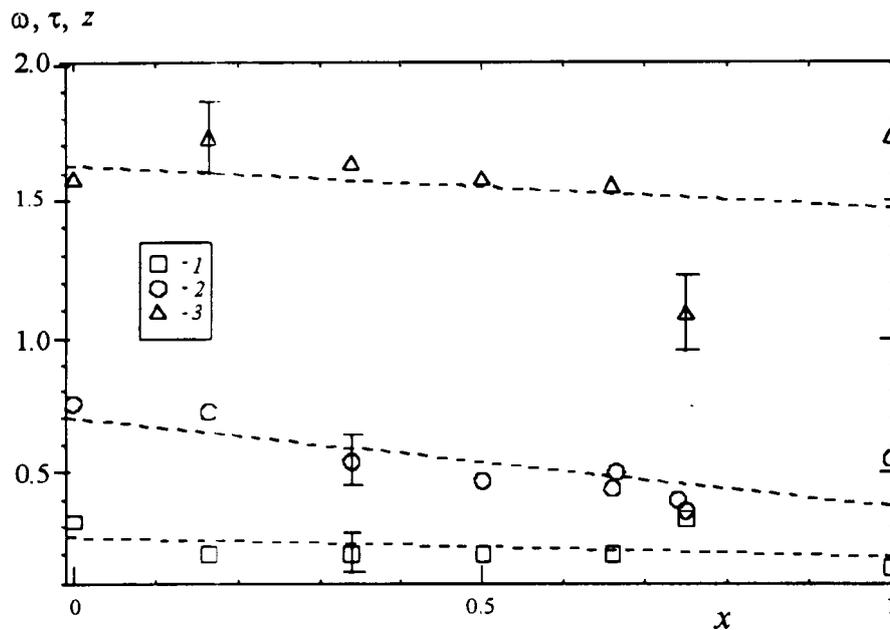


Рис. 3. Зависимость показателей скейлинговой функции ( $I$ ) от состава смеси  $(\text{Ce}_2\text{O}_3)_x(\text{CeF}_3)_{1-x}$ : эксперимент ( $1 - \omega$ ,  $2 - z$ ) и расчет ( $3 - \tau$ )

Проведем сравнение полученных результатов с имеющимися в литературе экспериментальными данными [10] для роста фракталов из иодида свинца:  $z = 1,1 \pm 0,3$ ,  $\omega = 0,44 \pm 0,08$ ,  $\tau = 1,62 \pm 0,18$ . Прежде всего отметим практическое совпадение статических показателей  $\tau$ , характеризующих распределение кластеров по размерам в данный момент времени, и заметное различие динамических показателей. Очевидно, это связано с различными механизмами формирования фрактальных структур. В работе [10] использовалось легко испаряемое вещество. Его испарение осуществлялось в трубчатом нагревателе, и образование фрактальных кластеров проходило через стадию первичных частиц с размерами 20–40 нм, возникающих при конденсации пересыщенного пара. В нашем случае, по-видимому, роль этого процесса незначительна, поскольку фрактальные структуры существуют уже в лазерном факеле. Так, например, заметное число кластеров больших размеров наблюдается непосредственно после окончания лазерного импульса с длительностью  $\sim 10^{-2}$  с [3]. Последующая эволюция агрегирующей системы, определяемая показателями  $\omega$  и  $z$ , характеризуется значительно большими временами ( $\sim 10^3$ – $10^4$  с).

Фрактальными структурами, которые формируются в парогазовой фазе у поверхности мишени во время действия импульса лазерного излучения, являются перколяционные кластеры, которые могут быть образованы, в частности, из компактных микрокластеров, возникающих в процессе конденсации. Для быстрого (неагрегационного) формирования фрактальных макрообразований [3] из перколяционных структур необходимо, чтобы последние не разрушались при расширении плазменного факела. Это воз-

можно при наличии сил притяжения между компактными микрокластерами, находящимися в узлах перколяционного кластера. В так называемой «пылевой плазме» содержащей дисперсную конденсированную фазу, между микрочастицами возникают силы притяжения, если расстояние между ними не превышает дебаевского радиуса  $r_D$  [11]. В плазме с  $T \approx 3000$  К и концентрацией заряженных частиц  $n_p \approx 10^{15}$  см $^{-3}$  величина  $r_D \approx 70$  нм, которая больше расстояния между микрокластерами, оцененного на основе параметра Хагены [5]. Трехмерные перколяционные структуры имеют фрактальную размерность  $D_f \sim 2,5$  [12]. После окончания лазерного импульса наблюдаются фрактальные структуры с размерностью  $D_f \sim 1,5$ , которая приблизительно соответствует фрактальной размерности упругого скелета перколяционного кластера [12]. Таким образом, можно ожидать, что перколяционный кластер является предшественником фрактальных кластеров, если допустить его свертку относительно скелета с понижением фрактальной размерности.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-17606).

#### Литература

1. Twu Y.J., Conover C.W.S., Yang Y.A., Bloomfield L.A. // Phys. Rev. 1990. **В42**. P. 5306.
2. Лушиков А.А., Пахомов А.В., Черняев Г.А. // ДАН СССР. 1987. **292**. С. 86.
3. Каск Н.Е., Федоров Г.М. // Квант. электроника. 1993. **20**. С. 527.
4. Лушиков А.А., Нечин А.Е., Пахомов А.В., Смирнов Б.М. // УФН. 1991. **161**. С. 113.

5. Смирнов Б.М. // УФН. 1994. **164**. С. 665.
6. Каск Н.Е. // Письма в ЖЭТФ. 1994. **60**. С. 204.
7. Каск Н.Е., Федоров Г.М. // Квант. электроника. 1996. **23**. С. 1033.
8. Хлебцов Н.Т. // Опт. и спектр. 1993. **75**. С. 670.
9. Vicsek T., Family F. // Phys. Rev. Lett. 1984. **52**. P. 670.
10. Михайлов Е.Ф., Власенко С.С. // УФН. 1995. **165**. С. 263.
11. Игнатов А.М. // Физика плазмы. 1996. **22**, № 7. С. 648.
12. Чабра А., Герман Г., Ландау Д. // Фракталы в физике: Тр. VI Междунар. симп. по фракталам в физике. (Триест, Италия, 9–12 июля 1985 г.) / Под ред. Л.Пьетронеро и Э.Тозатти. М., 1988. С. 179.

Поступила в редакцию  
24.10.97