

где α , β , γ — постньютоновские параметры теории, μ — активная гравитационная масса центрального источника.

Выражая метрику (13) в виде разложений по обратным степеням изотропной координаты ρ , получим

$$\tilde{g}_{00} = 1 - \frac{\rho_g}{\rho} + \frac{\rho_g^2}{2\rho^2}, \quad \tilde{g}_{11} = 1 + \frac{\rho_g}{\rho}.$$

Таким образом, для коэффициентов робертсоновского разложения найдены значения

$$\alpha = \beta = \gamma = 1,$$

а для активной гравитационной массы получаем выражение

$$\mu = \frac{\rho_g}{2}.$$

Эти выражения полностью согласуются с ограничениями, накладываемыми на коэффициенты, которые получены из результатов гравитационных экспериментов, выполненных к настоящему времени в слабом гравитационном поле Солнечной системы. Таким образом, рассматриваемая нами скалярно-тен-

зорная теория гравитации является жизнеспособной. Так как метрика (11), (12) этой теории существенно отличается от соответствующей метрики Шварцшильда только в области сильных гравитационных полей, то предсказания данной теории наиболее сильно будут отличаться от предсказаний теории Эйнштейна лишь в окрестности компактных массивных тел, таких, как нейтронные звезды. Поэтому существование скалярного гравитационного поля, помимо космологии, наиболее ярко будет проявляться в астрофизических эффектах и в процессах, сопровождающихся излучением гравитационных волн.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 98-02-17448а).

Литература

1. Денисов В.И., Мехта Б.В. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1996. №3. С. 17 (Moscow University Phys. Bull. 1996. No. 3. P. 10).
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., 1988.

Поступила в редакцию
06.02.98

УДК 539.12.01

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВАКУУМНЫЕ ЭФФЕКТЫ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕПРОВОДЯЩИХ КРИСТАЛЛОВ В ИНТЕНСИВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

В. Н. Родионов*)

На основе использования точных решений квантовых уравнений движения заряженных частиц в электромагнитном поле, представляющем собой комбинацию постоянного магнитного поля и поля волны, рассчитаны вероятности и сечения процессов фоторождения e^+e^- и ядерного β -распада. Показано, что полученные выражения, учитывающие влияние поля на нормированные характеристики процесса $\gamma' + \gamma'' \rightarrow e^+ + e^-$, содержат в себе и результаты, характеризующие коэффициенты поглощения непроводящих кристаллов в поле. Оценена полевая нестабильность протона во внешнем интенсивном поле и отмечено, что на границе тяжелых ядер могут возникать условия для эффективного β -превращения нуклонов.

Как известно, изучение воздействия интенсивных электромагнитных полей на различные фундаментальные процессы, основанное на использовании точных решений релятивистских квантовых уравнений движения заряженных частиц, ведется достаточно планомерно (см., напр., [1–7] и цитированные там работы). Причем сюда включаются как реакции, рассмотрение которых не выходит за рамки чистой квантовой электродинамики [2–5], так и процессы, имеющие неэлектромагнитную природу [3, 6, 7].

Совсем недавно в рамках использования точно решаемых моделей автором был получен ряд результатов по расчету вероятности процесса ядерного β -распада во внешних электромагнитных полях, имеющих сложную конфигурацию [6] — комбинацию постоянного магнитного поля и поля плоской электромаг-

нитной волны циркулярной поляризации. Подобным же образом могут быть рассчитаны и вероятности ряда других процессов, и в частности реакций образования пары e^+e^- двумя фотонами, распространяющимися навстречу друг другу во внешнем электромагнитном поле той же структуры [7].

В настоящей заметке обратим внимание на ряд общих закономерностей, которые присущи фотовзаимодействию в системах, имеющих, казалось бы, совершенно различную природу. В рамках указанных аналогий получим новые результаты, относящиеся как к анализу нелинейных квантовых эффектов в процессах образования и распада частиц в условиях действия сильных электромагнитных полей, так и к определению фотооптических характеристик непроводящих кристаллов под влиянием внешнего поля.

*) Московская государственная геологоразведочная академия

Опираясь на схему расчетов, подробно описанную в работах [6, 7], для вероятности процесса двухфотонного образования пар e^+e^- при малом энерговыделении:

$$I = \frac{\omega' + \omega'' - 2m}{m} \ll 1, \quad (1)$$

где ω' , ω'' — энергии фотонов, m — масса электрона и использована система единиц, в которой $\hbar = c = 1$, во внешнем электромагнитном поле, представляющем собой комбинацию постоянного магнитного поля и поля плоской волны, распространяющейся вдоль него, можно получить [7]

$$W_{e^+e^-} = G_{3/2}\mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ctg}[\mu(\rho - i\varepsilon)]}{(\rho - i\varepsilon)^{1/2}} e^{iS} d\rho. \quad (2)$$

В формуле (2) использованы также следующие обозначения:

$$S = \frac{2I}{\lambda\delta} \xi^2 \left\{ x \left(\frac{\delta}{\xi^2} - \frac{1}{2-\delta} \right) + \frac{2(1-\delta)}{\delta(2-\delta)^2} \frac{\sin[x(2-\delta)] \sin(x\delta)}{\sin[2x(1-\delta)]} \right\}, \quad (3)$$

$$x = \frac{\rho\lambda}{2}, \quad \lambda = \frac{\omega}{m}, \quad \mu = \frac{eH}{m^2},$$

$$\xi = \frac{eE}{\omega m I^{1/2}}, \quad \delta = 1 - \frac{eH}{m\omega}, \quad \varepsilon \rightarrow +0,$$

ω , E — частота и напряженность поля волны, H — напряженность постоянного магнитного поля. Константа перед интегралом (2) связана с соответствующей вакуумной вероятностью процесса

$$G_\nu = W_0(\nu) \exp \left\{ \frac{i(\nu-1)\pi}{2} \right\} \frac{I^{1-\nu}}{2\Gamma(1-\nu)} \quad (4)$$

при $\nu = 3/2$.

Используя введенные обозначения, вероятность разрешенного β -распада ($\nu = 9/2$) также при малом энерговыделении:

$$I = \frac{M_i - M_f - m}{m} \ll 1, \quad (5)$$

где M_i , M_f — массы материнского и дочернего ядер соответственно, можно представить в виде [6]

$$W_\beta = G_{9/2}\mu_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ctg}[\mu_1(\rho - i\varepsilon)]}{(\rho - i\varepsilon)^{7/2}} e^{iS_1} d\rho, \quad (6)$$

где

$$S_1 = \xi_1^2 \frac{2I}{\lambda\delta} \left\{ x \left(\frac{\delta}{\xi_1^2} - 1 \right) + \frac{1-\delta}{\delta} \frac{\sin x \sin(x\delta)}{\sin[x(1-\delta)]} \right\}. \quad (7)$$

Формулы (6), (7) содержат также параметры, несколько отличающиеся от случая образования e^+e^- :

$$\xi^2 = 2\xi_1^2, \quad \mu = 2\mu_1,$$

что обусловлено эффективным уменьшением взаимодействия с полем при переходе от случая рождения электрон-позитронной пары к образованию единственной легкой заряженной частицы в результате β -распада.

Полученные интегралы (2), (6) позволяют достаточно легко провести анализ вероятностей рассматриваемых процессов в ряде характерных ситуаций. В частности, предполагая $\xi \rightarrow 0$, что соответствует полному выключению из исходной суперпозиции **E** и **H** поля электромагнитной волны, из (2) можно получить вероятность образования пары e^+e^- двумя одинаково поляризованными γ -квантами в постоянном магнитном поле:

$$W_{e^+e^-} = G(3/2)\mu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{ctg}[\mu(\rho - i\varepsilon)]}{(\rho - i\varepsilon)^{1/2}} e^{i\rho I} d\rho. \quad (8)$$

Рассмотрим далее разложение интеграла (8) при $\mu \ll I$. В этом случае, следуя методике, развитой автором [7], после перехода к величине сечения реакции двухфотонного образования электрон-позитронной пары в магнитном поле получаем

$$\sigma_H = \sigma_- + \sigma_\sim, \quad (9)$$

где

$$\frac{\sigma_-}{\sigma_0} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(3/2)2^{2k} B_{2k}}{(2k)! \Gamma(3/2-2k)} \left(\frac{\mu}{I} \right)^{2k}, \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_\sim}{\sigma_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\mu}{I} \right)^{1/2} \zeta \left(\frac{1}{2}, \left\{ \frac{I}{2\mu} \right\} \right). \quad (11)$$

Здесь B_{2k} — числа Бернулли, $\zeta(1/2, \{v\})$ — обобщенная дзета-функция Римана, $\{v\}$ — дробная часть числа v ,

$$\sigma_0 = 2\pi r_0^2 I^{1/2}$$

— сечение образования пар в вакууме в нерелятивистском пределе (сечение Брейта-Уилера), r_0 — классический радиус электрона, σ_- , $\sigma_\sim$ — так называемые степенной и осциллирующий вклады в сечение (см. также [5]).

Ограничиваясь лишь несколькими членами в полном асимптотическом разложении (10), получим

$$\frac{\sigma_-}{\sigma_0} = 1 - \frac{\mu^2}{12I^2} + \frac{\mu^4}{48I^4} - \frac{\mu^6}{32I^6}, \quad (12)$$

откуда следует, что фактическим параметром разложения является величина $\mu/2I$, которая выражает отношение энергии взаимодействия частицы с магнитным полем к энерговыделению в реакции. Отметим, что первый член в разложении (12) вычислялся ранее в работе [5].

Интеграл (8) может быть представлен в виде суммы, явно учитывающей парциальные вклады, обусловленные различными значениями уровней Ландау [7]:

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\mu}{2I} + \frac{\mu}{I} \sum_{n=1}^N (1 - 2\mu n/I)^{-1/2}, \quad (13)$$

где $N = [I/2\mu]$ — целая часть числа $I/2\mu$. Последняя формула также свидетельствует о том, что, когда $\mu/I = 1/2$, сечение σ_H линейно растет с ростом напряженности поля, а до этого имеет осциллирующее поведение с расходимостями в точках $I/2\mu \rightarrow n - 0$, где $n = 1, 2, \dots$

Аналогичное представление для коэффициента поглощения света существует в теории межзонных переходов в полупроводнике со стандартной зоной, помещенном в сильное (квантующее) магнитное поле [8]. Таким образом, в сечении двухфотонного образования пар e^+e^- в интенсивном магнитном поле может наблюдаться эффект квантовых осцилляций, который, как хорошо известно, проявляется при изучении явления межзонного поглощения света в квантующем магнитном поле.

Интересно, что отмеченная аналогия, возникающая между, казалось бы, совершенно различными явлениями, имеет глубокую основу. Это подтверждается при непосредственном сравнении хода процессов фотообразования электрон-позитронных пар и фотопоглощения в кристаллах (за счет прямых разрешенных переходов), протекающих под действием внешнего поля.

Действительно, закон сохранения энергии, возникающий при взаимодействии кванта ω' с зонной кристаллической структурой, имеет вид

$$\omega' - \varepsilon_g = \varepsilon_c + \varepsilon_v, \quad (14)$$

где ε_g — ширина запрещенной зоны, ε_c и ε_v — кинетические энергии электрона и дырки соответственно.

Аналогичный закон сохранения для случая образования нерелятивистской e^+e^- -пары двумя фотонами ω' и ω'' можно представить в форме

$$\omega' + \omega'' - 2m = \varepsilon_- + \varepsilon_+, \quad (15)$$

где $\varepsilon_{-,+}$ — кинетические энергии электрона и позитрона.

Легко видеть, что отличия правых частей (14) и (15), по существу, сводятся к замене масс электрона и позитрона на эффективные массы электрона проводимости (m_c) и дырки (m_v), а также к соответствующему изменению масштаба энергетической запрещенной зоны. В этом смысле (12) можно интерпретировать как степенное разложение по параметру

$$\frac{\mu^*}{I^*} = \frac{e}{2m^*} \frac{H}{\omega' - \varepsilon_g}, \quad (16)$$

где эффективная масса

$$m^* = \frac{m_c m_v}{m_c + m_v}$$

и $e/2m^*$ — эффективный магнетон Бора, $\mu^* = H/2F_0^*$, $F_0^* = m^{*2}/e$ — эффективное поле, $I^* = (\omega' - \varepsilon_g)/m^*$ — эффективное энерговыведение в реакции.

Сопоставление коэффициента поглощения света полупроводником при приложении к нему внешнего электрического поля E (эффект Келдыша–Франца [9–11]), с одной стороны, и вероятности процесса фотообразования электрона и позитрона в постоянном скрещенном поле $(\mathbf{E} - \mathbf{H}, E = H)$ — с другой [3, 7], подтверждает отмеченную аналогию. Эти результаты дают основание утверждать, что сходство действия возмущения на нормированные характеристики изучаемых процессов сохраняется и в более сложных конфигурациях электромагнитных полей.

Таким образом, вероятность процесса фотообразования пар e^+e^- в электромагнитном поле, представляющем собой комбинацию поля волны и постоянного магнитного поля (2), включает в себя и результаты расчета коэффициента фотопоглощения кристаллами при приложении к нему электромагнитных полей той же структуры.

В частности, оставляя в формулах (2), (3) лишь основные вклады в постоянном магнитном поле, удовлетворяющем условию $\mu \ll I$, и предполагая $\lambda \rightarrow 0$, имеем

$$\frac{W_{e^+e^-}^F}{W_{e^+e^-}(0)} = \frac{1}{\pi} \left(\sqrt{y} \Phi^2(-y) + \frac{\Phi'^2(-y)}{\sqrt{y}} - \frac{2\mu^2}{3I^2} y^{3/2} \Phi(-y) \Phi'(-y) \right), \quad (17)$$

где $W_{e^+e^-}(0)$ — вероятность образования пар e^+e^- без участия внешнего поля, Φ и Φ' — функция Эйри и ее производная от аргумента $-y$, $y = (2\chi)^{-2/3}$, $\chi = E/F_0$, $F_0 = 2I^{3/2}(m^2/e)$, а I — энерговыведение (15), нормированное на m .

Если теперь под энерговыведением подразумевать (14), а вместо массы электрона m подставить значение эффективной массы m^* , то коэффициент поглощения в электромагнитном поле α_F можно записать в аналогичном виде:

$$\frac{\alpha_F}{\alpha_0} = \frac{1}{\pi} \left\{ \sqrt{y_*} \Phi^2(-y_*) + \frac{\Phi'^2(-y_*)}{\sqrt{y_*}} - \frac{2\mu^{*2}}{3I^{*2}} y_*^{3/2} \Phi(-y_*) \Phi'(-y_*) \right\}, \quad (18)$$

где α_0 — коэффициент поглощения в отсутствие возмущения. В формуле (18) введены также обозначения

$$y_* = \frac{1}{(2\chi^*)^{2/3}} = \frac{2^{1/3} I^* m^{*4/3}}{(eE)^{2/3}}, \quad (19)$$

$$I^* = \frac{\omega' - \varepsilon_g}{m^*}, \quad \chi^* = \frac{eE}{(2I^*)^{3/2} m^{*2}},$$

и при ее получении было также учтено, что переход к эффективной массе m^* означает появление единственной заряженной частицы в законе сохранения (14) (см. замечание после формул (6), (7)).

Легко убедиться, что при полном выключении постоянного магнитного поля ($\mu \rightarrow 0$) выражение (18) переходит в известный результат Келдыша–Франца [9, 10].

Важно подчеркнуть, что в работах [6, 7] автором был разработан метод получения замкнутых асимптотических разложений для Φ^2 и Φ'^2 . Используя эту методику, для $y \gg 1$ можно записать

$$\Phi^2(-y) = \frac{\pi}{2\sqrt{y}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n} y^{3n}} \left\{ \frac{\Gamma(3n+1/2)}{\Gamma(1/2)\Gamma(n+1)3^n} + a_{2n} \sin \frac{4y^{3/2}}{3} - \frac{1}{2y^{3/2}} a_{2n+1} \cos \frac{4y^{3/2}}{3} \right\}. \quad (20)$$

Здесь коэффициент a_m рассчитывается по формуле

$$a_m = \sum_{k=0}^{2m} \frac{(2k-1)!!}{3^{2m-k}(2m-k)!(2k)!!} \frac{\Gamma(3m-k+1/2)}{\Gamma(1/2)}. \quad (21)$$

При больших положительных значениях аргумента для $\Phi^2(y)$ можно также получить

$$\Phi^2(y) = \frac{\pi}{4} \frac{\exp\{-(4/3)y^{3/2}\}}{\sqrt{y}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2y^{3/2})^{-n} a_n, \quad (22)$$

где коэффициенты a_n определяются из (21).

Используя (20), (21), а также выражения (17), (18) и ограничиваясь лишь несколькими членами разложения, имеем

$$\left. \frac{\sigma^F_{e^+e^-}/\sigma_0}{\alpha_F/\alpha_0} \right\} = 1 - \frac{\mu^2}{12I^2} + \frac{\mu^4}{48I^2} - \left[\frac{\mu^2}{72I^2} + \frac{17}{24}\chi^2 \right] \sin \frac{2}{3\chi} + \left[\frac{1}{\chi} \frac{\mu^2}{6I^2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{35\mu^2}{1728I^2} \right) \chi \right] \cos \frac{2}{3\chi}. \quad (23)$$

Как и ранее, переход к случаю коэффициента поглощения означает, что все введенные параметры приобретают значок "звездочка" (*) (см. (16), (19)). Из выражения (23) следует, что в области положительного энерговыделения в реакциях (14), (15) (область I), т.е. когда $\omega' > \varepsilon_g$ или $\omega' + \omega'' > 2m$, изучаемые характеристики имеют осциллирующее поведение. Следует отметить, что если осцилляции коэффициента поглощения хорошо изучены (келдыш-францевские осцилляции), то аналогичные осцилляции вероятности или сечения процесса двухфотонного образования электрон-позитронных пар во внешнем электромагнитном поле экспериментально пока никем не наблюдались.

В другой области, когда энерговыделение меняет знак (область II), т.е. когда аналогичные процессы без участия возмущения не могут протекать, имеется возможность туннелирования частиц и квазичастиц под барьером. Используя разложение (22), справедливое в области больших положительных значений аргумента функций Эйри, из (17), (18) получаем

$$\left. \frac{\sigma^F_{e^+e^-}/\sigma_0}{\alpha_F/\alpha_0} \right\} = \frac{\exp\{-2/(3\chi)\}}{8y^{3/2}} \left[1 - \frac{17}{12}\chi + \frac{1225}{288}\chi^2 \right], \quad (24)$$

откуда следует, что в этом случае сечение образования пар и коэффициент поглощения экспоненциально спадают с уменьшением параметра χ . Заметим, что в (24) σ_0 и α_0 имеют смысл лишь как функции модуля «отрицательного энерговыделения» (энергопоглощения) в реакциях ($\sim |I|^{1/2}$).

Представляет интерес также вычисление значений σ^F и α_F в точке обращения энерговыделения в нуль ($I = 0$), т.е. на границе областей I и II. В этом случае из (17), (18) следует

$$\alpha_F = \frac{Rm^{*1/2}}{2^{1/6}\pi} \left(\frac{eF}{m^{*2}} \right)^{1/3} \Phi'^2(0), \quad (25)$$

$$\sigma^F_{e^+e^-} = 2r_0^2 \left(\frac{eF}{m^2} \right)^{1/3} \Phi'^2(0), \quad (26)$$

где

$$R = \frac{2e^2}{m^2 n \omega'} |ep_{cv}(0)|^2 (2m^*)^{3/2} \quad (27)$$

— характерная константа, определяющая коэффициент поглощения в отсутствие поля [8],

$$\alpha_0 = R(\omega' - \varepsilon_G)^{1/2},$$

а значение $\Phi'(0) = -3^{1/6} \Gamma(2/3)/2$.

Следует отметить, что вероятность ядерного β -распада во внешнем электромагнитном поле при $I > 0$ также имеет осциллирующий характер (см. [3, 6, 7]). Аналогичная оценка этого значения в области $I < 0$, которая может быть проведена с использованием (6), (7), при тех же предположениях относительно величин электромагнитных полей, входящих в исходную конфигурацию, как и в формуле (17), т.е. в пределе $\mu, \lambda \rightarrow 0$ и $\chi \ll 1$, приводит к результату

$$W_{\beta}^F = \frac{W_{\beta}(0)}{2^{1/2} I^{7/2}} \left(\frac{eF}{m^2} \right)^{7/3} \frac{105}{256} \chi^{5/3} \times \exp \left\{ -\frac{2}{3\chi} \right\} \left[1 - \frac{89}{12}\chi + \frac{17245}{288}\chi^2 \right], \quad (28)$$

где

$$W_{\beta}(0) = \frac{4}{105} G_0 (2I)^{7/2}$$

— вероятность нерелятивистского β -распада в отсутствие поля. Константа G_0 для случая разрешенных β -переходов имеет вид

$$G_0 = \frac{G^2 m^5 (1 + 3\beta_0^2)}{4\pi^3},$$

где G_v — фермиевская константа, β_0 — отношение аксиального и векторного вкладов в $V-A$ варианте слабого взаимодействия.

Из формулы (28) может быть, например, оценена полевая нестабильность протона. Учитывая, что параметр $\chi = eE(2|I|)^{-3/2}m^{-2}$, получим

$$W_{\beta}^F = \frac{2G_v^2 m^5 (1 + 3\alpha_0^2)}{\pi^3 |I|^{5/2}} \left(\frac{eF}{8m^2} \right)^4 \times \exp \left(- \frac{2m^2 (2|I|)^{3/2}}{3eF} \right), \quad (29)$$

где $|I| = 3, 52$.

Таким образом, время полевой нестабильности протона в электромагнитных полях $F > m^2/e$ может приближаться ко времени жизни свободного нейтрона.

Подчеркнем, что вблизи атомных ядер существуют сверхсильные электромагнитные поля. Так, например, на границе ядра урана ($R \sim 10^{-12}$ см) электрическое поле $F \approx 3 \cdot 10^{16}$ СГСЭ/см, что, вообще говоря, соответствует $F > m^2/e$. Из (29) следует, что подобное поле может приводить к эффективному β -превращению протонов, находящихся в пограничной зоне ядра и слабо удерживаемых ядерными силами. Таким образом, этот эффект может давать заметный вклад в явление β -нестабильности тяжелых ядер.

Отметим также, что эффект индуцированного распада протонов может иметь место и при воздействии

на ядра интенсивного потока фотонов. Обсуждение деталей планируемого эксперимента по наблюдению подобной β -ядерной активности при энергиях фотонов до порога выхода нуклонов из ядра содержится в работе [11].

Автор благодарен О. Ф. Дорофееву и В. Р. Халилову за внимание к работе и ценные замечания.

Литература

1. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М., 1989.
2. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М., 1982.
3. Ритус В.И. // Тр. ФИАН. 1979. Т. 111. С. 5; Никишов А.И., Ритус В.И. // Там же. 1986. Т. 168. С. 232.
4. Лобанов А.Е., Халилов В.Р., Родионов В.Н. // Ядерная физика. 1980. 32. С. 174.
5. Лобанов А.Е., Муратов А.Р. // ЖЭТФ. 1984. 87. С. 1140.
6. Родионов В.Н. // ЖЭТФ. 1997. 111. С. 3.
7. Родионов В.Н. // ЖЭТФ. 1998. 113. С. 21.
8. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. М., 1978.
9. Келдыш Л.В. // ЖЭТФ. 1958. 34. С. 1138.
10. Franz W.Z. // Naturforsch. 1958. 13A. P. 484.
11. Ииханов Б.С., Капитонов И.М., Родионов В.Н. // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 1997. № 6. С. 31 (Moscow University Phys. Bull. 1997. No. 6. P. 37).

Поступила в редакцию
02.02.98

УДК 539.171

О ЗАВИСИМОСТИ ОСОБЫХ РЕШЕНИЙ ОДНОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ШРЁДИНГЕРА ОТ ПАРАМЕТРОВ ЗАДАЧИ

А. Р. Фркин

(кафедра квантовой теории и физики высоких энергий)

Исследована зависимость особых решений обобщенного одномерного уравнения типа Шрёдингера от параметров задачи. Установлена связь слабых и обычных сепаратрисных решений. Рассмотрены уравнения с различными типами нелинейностей.

В работах [1–3] был предложен метод построения особых (нерасплывающихся) решений обобщенного одномерного нелинейного уравнения Шрёдингера (НУШ)

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + F(|\psi|) \psi,$$

отличного от обычно рассматриваемого кубического НУШ ($F(|\psi|) \sim |\psi|^2$). Этот метод позволяет получать нерасплывающиеся решения таких НУШ, для которых неизвестна обратная задача квантовой теории рассеяния [4].

Необходимость исследования обобщенного НУШ обусловлена появлением новых физических моделей,

содержащих потенциалы в виде полиномов выше четвертой степени, а также логарифмические множители. Такие потенциалы используются в физике твердого тела [5], в физике полимеров [6], в суперсимметричных моделях теории поля [7] и т. д.

Следуя работам [1–3], представим особые решения НУШ, соответствующие уединенным волнам (нерасплывающимся обобщенным волновым пакетам) в виде

$$\psi(x, t) = y(z) \exp\{i(pz + \delta t)\},$$

где $z = x - vt$ — фазовое время, $p = v/2$, v — скорость пакета, δ — действительное число, $y(z)$ — действительная функция фазового времени.